Flexibilität und Lohngerechtigkeit

Knörzer, Michael

Michael Knörzer:

Flexibilität und Lohngerechtigkeit

ISBN 978-3-86618-272-1, Rainer Hampp Verlag, München u. Mering, 2008, 330 S., € 32.80

Die Schlagwörter „Flexibilität" und „Gerechtigkeit" erfahren zur Zeit – auch und gerade im betriebswirtschaftlichen Kontext – eine enorme Bedeutung und Popularität. Insbesondere in Hinblick auf personalwirtschaftliche Fragestellungen findet und verdient die Verknüpfung dieser beiden Aspekte eine zunehmende Beachtung: In komplexen und dynamischen Umwelten erweisen sich flexibel einsetzbare Arbeitskräfte für Unternehmen als besonders wertvoll, woran sich die Frage anschließt, wie solch wertvolle Humanressourcen entlohnt werden sollten. In vielen Ländern, v.a. in den USA, existieren die in Deutschland völlig unüblichen Entlohnungsmodelle des „skill-based pay" oder „competence-based pay", die versuchen, genau diesen Sachverhalt abzubilden.

In der vorliegenden Veröffentlichung wird ebenfalls dieser Problemstellung nachgegangen. Neben einer grundsätzlichen Diskussion von Fragen der Flexibilität von Arbeitskräften und der Lohngerechtigkeit werden deren praktische Bedeutung bzw. Umsetzung vorgestellt und ökonomisch fundierte Entlohnungsmodelle abgeleitet.

Schlüsselwörter: Theorie der Unternehmung, Lohngerechtigkeit, Entlohnungsmodelle, kooperative Spieltheorie

PD Dr. Michael Knörzer ist Dozent an der Goethe-Universität und Fachhochschule für Oekonomie und Management, Frankfurt am Main.

Michael Knörzer

Flexibilität und Lohngerechtigkeit

Rainer Hampp Verlag München und Mering 2008

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.ddb.de abrufbar.

ISBN 978-3-86618-272-1
DOI 10.1688/9783866182721
1. Auflage, 2008

 Rainer Hampp Verlag München und Mering
Marktplatz 5 D – 86415 Mering

www.Hampp-Verlag.de

∞ *Dieses Buch ist auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier gedruckt.*

Liebe Leserinnen und Leser!
Wir wollen Ihnen ein gutes Buch liefern. Wenn Sie aus irgendwelchen Gründen nicht zufrieden sind, wenden Sie sich bitte an uns.

INHALTSVERZEICHNIS

Seite

A. Einleitung

I. Problemstellungen der Arbeit

1. Die Bedeutung der funktionalen Flexibilität des Potentialfaktors ‚Arbeitskräfte' im Rahmen personalwirtschaftlicher Verfügbarkeitsprobleme

Steht man vor dem Problem, die ökonomische Relevanz eines Themas darzulegen, so ist eine begriffliche Abgrenzung zentraler Untersuchungsobjekte vonnöten. Bei einer Auseinandersetzung mit solch interpretationsbedürftigen Begriffen wie *‚Flexibilität'* und *‚Gerechtigkeit'* sollte die Möglichkeit des Rückgriffs auf umfangreiche Erörterung in der Literatur als hilfreich gelten. Dass sich diese Hoffnung beim Begriff der Gerechtigkeit aufgrund der Behaftung mit Werturteilen als trügerisch erweisen kann, ist vielleicht weniger erstaunlich als der Umstand, dass sich auch für den Flexibilitätsbegriff in der Betriebswirtschaftslehre keine einheitliche Definition herausgebildet hat, sondern dass je nach ökonomischer Teildisziplin, Schule und Forschungsfrage eine andere begriffliche Abgrenzung getroffen wird.[1] Während mit Begriffen wie ‚Produktivität' oder ‚Rentabilität' in der Ökonomie eine konkrete Vorstellung verbunden ist, die häufig nur der Präzisierung durch eine Bezugsbasis[2] bedarf, gilt unseres Erachtens immer noch die Einschätzung *Meffert*s *(1985, 121)*, der den Begriff der ‚Flexibilität' als *„Modewort mit vielschillerndem Inhalt"* bezeichnet.
Dennoch kann - bei aller Uneinheitlichkeit in der Literatur und Präzisierungsbedürftigkeit - festgestellt werden, dass sowohl im betriebswirtschaftlichen als auch im ingenieurswissenschaftlichen Schrifttum *Flexibilität* mit *Anpassungsfähigkeit* oder *Anpassbarkeit* eines produktiven Systems an seine Umwelt übersetzt bzw. assoziiert wird.[3] Während *Anpassungsfähigkeit* häufig eher eine reaktive Interpretation von Flexibilität einschließt, liegt der Anpassbarkeit oft eine aktiv gestaltende, proaktive Deutung von Flexibilität zugrunde, die auch in dieser Arbeit vertreten wird.[4]

Bereits *Barnard (1938, 4ff.)* betont die Anpassung an sich verändernde Bedingungen als Hauptaufgabe der Organisation, was er als „Wunder interne Organisation"[5] bezeichnet. Auch nach *Williamson (1991, 19)* stellt Anpassungsfähigkeit ein Kernproblem ökonomischer Organisationen dar.

---

[1] Vgl. hierzu statt vieler die Beiträge im Sammelband von *Kaluza/Blecker (2005)*.
[2] Beispielsweise Arbeitsproduktivität oder Eigenkapitalrentabilität.
[3] Vgl. hierzu ausführlich auch die Ausführungen bei *Luhmann (1973, 141ff.)*, *Parsons (1976, 161ff.)* und *Türk (1978, 49ff.)*. Vgl. hierzu auch die in Fußnote 1 angegebene Literatur.
[4] Vgl. auch bei *Picot/Wolff (2005, 385)*.
[5] In Abgrenzung zu *von Hayek (1945, 523)*, der das „Wunder Markt" als *die* Institutionsform in veränderlichen Umwelten ansieht.

Dabei hat ein Unternehmen verschiedene Möglichkeiten, sich ‚Flexibilität' zu verschaffen. *Emery (1969, 27)* fasst diese Optionen wie folgt zusammen:

> „Flexibility can be achieved fundamentally in two different ways. First, the organization can employ flexible or ‚general-purpose' resources. Such flexibility has the effect of increasing the number of activities that employ a given class of resources. Flexibility can also be achieved through the use of excess, or ‚slack' of resources and time."[1]

Beide Varianten sind aus ökonomischer Perspektive nicht unproblematisch. Während das Vorhalten überzähliger Ressourcen offensichtlich Ineffizienzen generiert, ist auch die Bereitstellung flexibler Ressourcen mit Kosten verbunden, was ökonomisch insbesondere dann fragwürdig ist, wenn die Flexibilität nicht in Anspruch genommen wird.[2] Diese Frage der optimalen („bedarfsadäquaten") Bereitstellung flexibler Ressourcen bildet die erste Problemstellung der Arbeit.

Ziel dieser Arbeit wird es nicht sein, sich an einer allgemeingültigen Definition des Begriffs *Flexibilität* zu versuchen. Dies liegt nicht zuletzt darin begründet, dass sich zwar selbst innerhalb der betriebswirtschaftlichen Teildisziplin der Personalwirtschaft keine einheitliche Interpretation des Begriffs herausgebildet hat,[3] sich jedoch für Fragestellungen, die sich mit modellgestützten Entscheidungen über die Bereitstellung von Personal bzw. dessen Verwendung beschäftigen, Konzepte hinsichtlich der Flexibilität sowohl individueller Arbeitskräfte als auch für die Gesamtheit der Arbeitskräfte eines Unternehmens etabliert haben.[4] Ohne bereits auf die modelltechnische Begründung und Umsetzung eingehen zu können, sei hier soviel vorweggenommen: Auch in dieser Arbeit stellt Flexibilität eine Möglichkeit der Anpassbarkeit dar, nämlich die des Einsatzes von Arbeitskräften in verschiedenen Tätigkeiten des Leistungserstellungsprozesses,[5] was als *funktionale Flexibilität* bezeichnet wird.

In der Neuen Institutionenökonomik werden solche Aspekte im Rahmen des *Multitasking* und *Multiskilling* diskutiert.[6] Ersteres beschreibt die Aufgabenvielfalt einer Stelle, letzteres die Vielfalt der Fähigkeiten eines Mitarbeiters. Aspekte des *Multitasking* und des *Multiskilling* werden sich an späterer Stelle in dem wiederfinden, was als *Bereitstellungspektren* für Tätigkeiten und *Verwendungsspektren* von Arbeitskräften bezeichnet wird.

---

[1] Vgl. auch bei *Emery (1969, 102)*.

[2] Exemplarisch sei *Lazear (1998, 6)* zitiert:
„Obviously, flexibility is greater in firms whose workers possess many skills, but there are costs. Even if the old adage, "jack of all trades, master of none" fails to hold, teaching workers many jobs is more costly than teaching them one job. Most of the time, workers will not use many of the skills they possess. This is wasteful."

[3] Vgl. *Marr (2003, 52)*.

[4] Vgl. *Kossbiel (1986/1991/1997b/2000a/2003/2004b)*, *Muche (1989/1994/2000a/2001)*, *Knörzer (2001/2002a/2003/2004b/2005b)*.

[5] Vgl. *Kossbiel (2004b, 1647)*.

[6] Vgl. statt vieler bei *Backes-Gellner/Lazear/Wolff (2001, 488ff.)*.

Häufig erweist sich funktionale Flexibilität in kleinen Unternehmen bedeutsamer für den ökonomischen Erfolg als in großen Unternehmen.[1] Dies gibt erste Hinweise auf ein grundlegendes Problem: Es erscheint wichtig, bereits an dieser Stelle zu betonen, dass Flexibilität zunächst ein Potential repräsentiert, das von Unternehmensseite in Anspruch genommen werden kann, aber nicht notwendigerweise muss. Daher ist die Flexibilität von Arbeitskräften kein Selbstzweck, den es per se zu würdigen gilt. Sie verdient das Interesse des Ökonomen bzw. gewinnt einen ökonomischen ‚Wert' erst dadurch, dass sie einen (positiven) Einfluss auf die Lösung betriebswirtwirtschaftlicher Problemstellungen hat.[2]

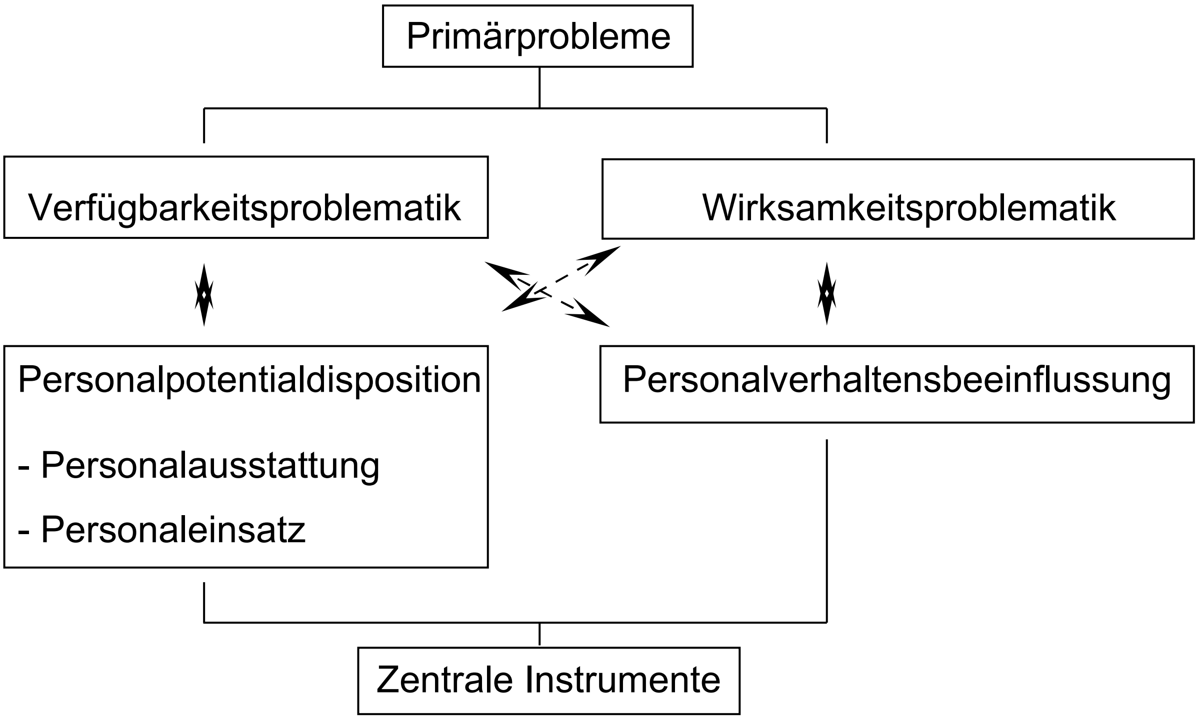
Im Rahmen der Personalwirtschaft lassen sich zwei Hauptproblembereiche identifizieren:[3]
(1) die Herstellung/Sicherung der *Verfügbarkeit (Disponibilität)* über Personal,
(2) die Herstellung/ Sicherung der *Wirksamkeit (Funktionalität)* des Personals.
Der erste Problembereich beschäftigt sich mit der Deckung des Faktorbedarfs eines Unternehmens, soweit er den Produktionsfaktor ‚menschliche Arbeitskraft' (den *Personalbedarf*) betrifft. Der zweite Problembereich thematisiert die Durchsetzung der organisationalen Ansprüche an das Verhalten des Personals.
Die Problemstellungen dieser Arbeit lassen sich im ersten Problembereich verorten. Ein Grund hierfür ist, dass das in dieser Arbeit zugrunde gelegte Verständnis von Flexibilität unmittelbar Bezug auf das Instrumentarium *Personaleinsatz* nimmt. Unter diesem Maßnahmenbereich werden diejenigen personalwirtschaftlichen Instrumente zusammengefasst, die primär dazu geeignet sind, zur Lösung des Verfügbarkeitsproblems beizutragen.[4] Im Mittelpunkt der Arbeit stehen damit Fragen der Deckung betrieblicher Personalbedarfe durch Maßnahmen der Personalausstattung und des Personaleinsatzes. Dabei beschreibt die *Personalausstattung* Art und Anzahl der verfügbaren Arbeitskräfte und der *Personaleinsatz* die Zuordnung der verfügbaren Arbeitskräfte zu Stellen oder Tätigkeiten.[5]

Es wird ex ante unterstellt, dass die Flexibilität von Arbeitskräften einen funktionalen Beitrag zur Lösung der Disponibilitätsproblematik leistet; dies wird im Verlauf der Arbeit zu zeigen sein. Da eine hohe Verbundenheit zwischen Verfügbarkeits- und Wirksamkeitsproblematik besteht (siehe Abbildung A.A.I.1., genannt sei beispielsweise das Stichwort ‚Arbeitsproduktivität'), werden gelegentliche Hinweise diesbezüglich erfolgen.[6]

---

[1] Vgl. bei *Lazear (1998, 453f.)*, *Backes-Gellner/Lazear/Wolff (2001, 524ff.)*
[2] Ebenso *Mellwig (1972, 14)*.
[3] Vgl. *Kossbiel (1995, 42-44), Kossbiel (2006, 518-521)*.
[4] Vgl. *Kossbiel (2006, 543/546)*.
Zu personalwirtschaftlichen Instrumenten vgl. *Kossbiel (1995, 45f.), Kossbiel (2006, 522f.)*.
[5] Vgl. hierzu ausführlich bei *Kossbiel (1988, 1053/1063ff./1089ff.)*.
[6] Vgl. *Kossbiel (2006, 521)*.

Abbildung A.A.I.1.: Personalwirtschaftliche Hauptproblem- und zentrale Maßnahmenbereiche[1]



Grundsätzlich soll in dieser Arbeit, nicht zuletzt aufgrund der komplexitätsreduzierenden Aspekte hinsichtlich der Modellbildung, das Wirksamkeitsproblem als gelöst unterstellt werden. Diese Annahme kann einerseits dadurch begründet werden, dass die Arbeitskräfte als hinreichend motiviert, qualifiziert, instruiert und präpariert gelten,[2] um die in den Entscheidungsmodellen unterstellten Arbeitsproduktivitäten zu erzielen, andererseits dadurch, dass ‚forcing contracts'[3] abgeschlossen werden können, die das Aktivitätsniveau der Arbeitskräfte (bei entsprechenden Kontrollmöglichkeiten) verbindlich festlegen. In Kapitel B.I. wird diese Problematik näher erörtert.

Fragestellung in Teil C. der Arbeit wird sein, wie eine funktional flexible Personalausstattung einer Organisation beschaffen sein bzw. gestaltet werden sollte, die sich keinen konkreten, sondern in einer unsicheren Umwelt abstrakten Faktorbedarfen gegenüber sieht. Wie die funktionale Flexibilität einer vorhandenen Personalausstattung im Sinne der Organisation optimal genutzt werden kann, wird in Teil D. der Arbeit thematisiert.[4] Solche Fragestellungen sind Gegenstand der betrieblichen Personalplanung, deren Aufgabe in der optimalen Abstimmung

[1] Nach *Kossbiel (1995, 51), Kossbiel/Spengler (1998, 16), Kossbiel (2001a, 153f.).*
[2] Ebenda.
[3] Zu Problemen und Möglichkeiten der Sicherung der Vertragserfüllung vgl. statt vieler ausführlich bei *North (1992, 65ff.).*
[4] Vgl. hierzu bei *Kossbiel (2006, 539).*

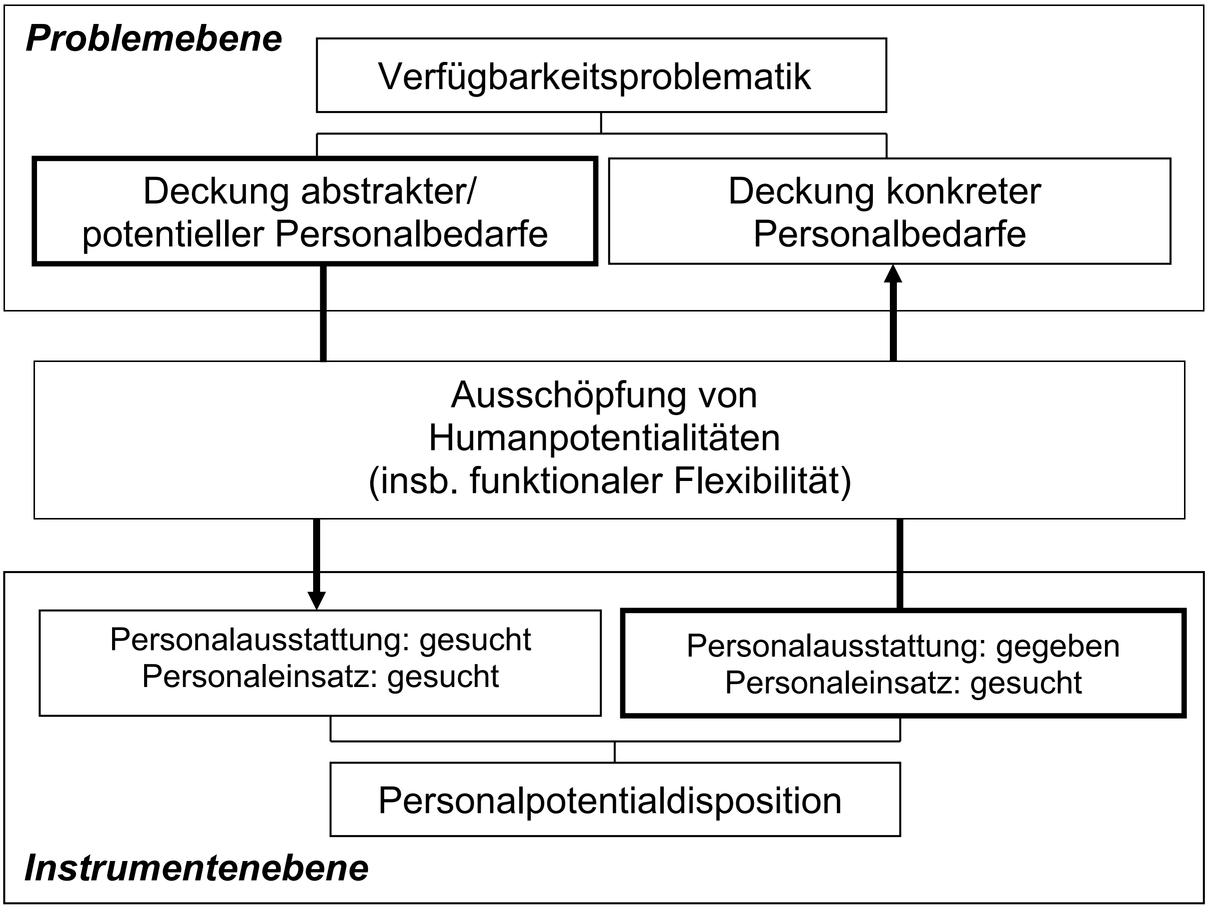
von Personalbedarf und Personalausstattung eines Betriebes in Hinblick auf dessen Zielsetzung(en) besteht,[1] wobei in dieser Arbeit ausschließlich Modelle der kollektiven Personalplanung betrachtet werden.[2]
Die Fragestellung in Teil C. der Arbeit erweist sich keineswegs als trivial.[3] Inhaltlich geht es in diesem Teil um die Etablierung einer Personalstruktur und zwar einer an den Qualifikationen respektive den daraus resultierenden Einsatzmöglichkeiten orientierten Personalstruktur. Solche Fragen nach optimalen Strukturen finden sich in der Betriebswirtschaftslehre auch hinsichtlich anderer Untersuchungsobjekte, beispielsweise Organisationsstrukturen[4], ‚governance structures'[5] oder Kapitalstrukturen[6]. Technisch handelt es sich um ein geometrisches Approximationsproblem zweier Mengen, nämlich der Menge möglicher Faktorbedarfskonstellationen und der aus der funktionalen Flexibilität der Personalausstattung resultierenden Menge abdeckbarer Faktorbedarfskonstellationen. Gesucht ist dann ein Gütemaß für die Annäherung beider geometrischer Objekte. Dazu wird das Modell von *Kossbiel (2000a/2003)* mit einem auf der *Hausdorff*-Distanz basierenden Ansatz kontrastiert.
Auf die näheren Inhalte der Problemstellung in Teil D., der Gestaltung von Lohnstrukturen, wird in Kapitel A.I.2. gezielt eingegangen.

In beiden Problemstellungen der Arbeit spielen Fragen der „Ausschöpfung von Humanpotentialitäten"[7] eine Rolle (siehe hierzu Abbildung A.A.I.2.), was mit dem oben beschriebenen Verständnis von Flexibilität als einer ‚Chance der Anpassbarkeit' korrespondiert, die zur Lösung von Verfügbarkeitsprobleme genutzt werden kann.
Die Deckung der Faktorbedarfe einer Organisation an Personal und die Ausschöpfung von Humanpotentialitäten stellen in diesem Sinne keine alternativen Zielorientierungen im Rahmen der Verfügbarkeitsthematik dar.[8] Vielmehr wird die Ausschöpfung von Humanpotentialitäten, hier die Möglichkeit des funktional flexiblen Arbeitseinsatzes, nicht als ‚Selbstzweck', sondern als ‚Mittel zum Zweck' angesehen. Die Potentialverwendung steht in diesem Verständnis in einer Art „Ziel-Mittel-Kaskade"[9] als vermittelndes Element zwischen originären Verfügbarkeitsproblemen und Maßnahmen der Personalpotentialdisposition, was in Abbildung A.A.I.2. angedeutet ist.

---

[1] Vgl. grundlegend *Kossbiel (1970, 49)*.
[2] Zur Grundsätzliche Unterscheidung zwischen kollektiver und individueller Personalplanung vgl. *Kossbiel (1974, 8)*. Vgl. auch bei *Kossbiel (1975, 1616f.)*.
[3] So zeigt *Kossbiel (2000a)* die Fehlerhaftigkeit des von *Scholz (1993, 209ff.)* vorgestellten und am OR-Lehrstuhl von *Dinkelbach* entwickelten Ansatzes für diese Problemstellung.
[4] Vgl. z.B. bei *Laux/Liermann (2005)*.
[5] Vgl. z.B. bei *Alchian/Woodward (1988)*.
[6] Vgl. z.B. bei *Krahnen (1991)*.
[7] Siehe *Kossbiel/Spengler (1997, 57)*.
[8] Vgl. hierzu die in Fußnote 2 angegebene Literatur.
[9] Vgl. ausführlich bei *Spengler (1999)*.

Abbildung A.A.I.2.: Fragestellungen der Arbeit[1]



Die beiden Fragestellungen der Arbeit, Deckung gegebener Faktorbedarfe einerseits, Verwendung gegebener Faktorausstattungen andererseits, sind dadurch gekennzeichnet, dass Einschränkungen des betrieblichen Gestaltungsspielraums vorliegen, so dass der funktionalen Flexibilität des Personals eine besondere Bedeutung zukommt. Insbesondere die zweite skizzierte Problemstellung widerspricht der gelegentlich in der Literatur vertretenen Meinung,[2] dass Anpassungsfähigkeit nur im Fall unvollkommener Voraussicht von Bedeutung sei. Wie sich zeigt, trägt auch im Fall sicherer Umwelten die Ausschöpfung von Humanpotentialitäten unmittelbar zum Erfolg der Unternehmung bei. Folgt man einer Definition von Humankapital als „Summe der künftigen Erträge, die durch das Personal für Anteilseigner oder andere Anspruchsgruppen des Unternehmens erwirtschaftet werden",[3] also einer output-orientierten Betrachtung von Humankapital, so hat kann funktionale Flexibilität nicht nur als *Humanpotential*, sondern sogar unmittelbar als *Humankapital* betrachtet werden.

[1] In Anlehnung an *Kossbiel (1995, 51), Kossbiel/Spengler (1997, 57), Spengler (1999, 70).* Die Hervorhebungen kennzeichnen die Daten respektive der Entscheidungssituationen.

[2] Vgl. z.B. bei *Mellwig (1972, 5).*

[3] *Ackermann (2003, 48).* Zur aktuellen Diskussion um die Messung des Humankapitals vgl. den inputorientierten Ansatz von *Scholz et al. (2004)* vs. *Kossbiel (2007).*

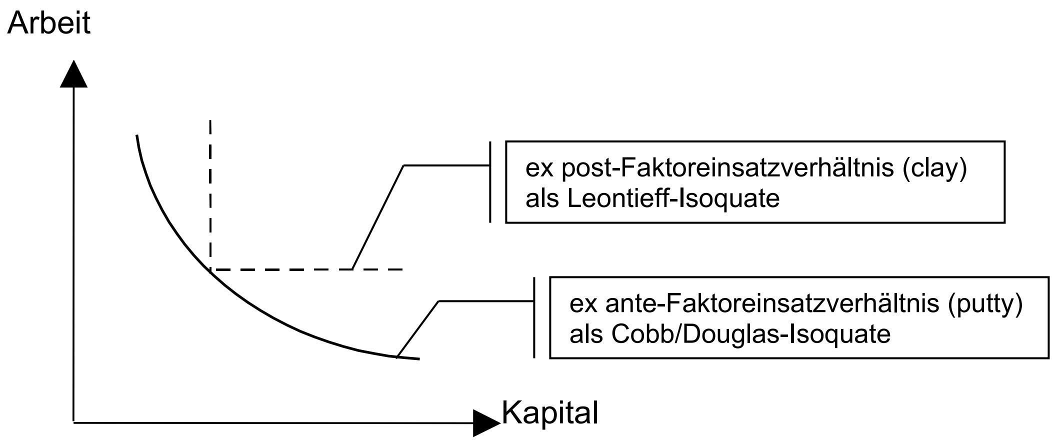
2. Die Etablierung von Lohnstrukturen auf Grundlage von Gerechtigkeitsüberlegungen unter besonderer Berücksichtigung der funktionalen Flexibilität

Wie bereits angedeutet, beschäftigt sich diese Arbeit nicht nur mit der Etablierung funktional flexibler Personalstrukturen eines Unternehmens, sondern auch mit Fragen deren Entlohnung. Sucht man in der neoklassichen Theorie – also jenem ökonomischen Theoriebereich, den man in Anlehnung an *Holstrøm* als „orthodox economic theory“[1] bezeichnen könnte – nach Hinweisen auf die Flexibilität von Arbeitskräften im zuvor dargelegten Verständnis sowie daraus resultierenden Lohnstrukturen, so bleiben diese vage. Folgt man dem Ansatz der Lohnfindung im Rahmen allgemeiner Gleichgewichtsmodelle auf (vollkommenen) Arbeitsmärkten, so stellen sich (markträumende) Löhne entsprechend dem Wertgrenzprodukt der Arbeit auf der Nachfrageseite bzw. dem Grenzleid der Arbeit auf der Angebotsseite ein.[2] Dabei spielt zur Erklärung der Faktornachfrage weniger die funktionale Flexibilität von Arbeitskräften (wie sie in dieser Arbeit verstanden wird) eine Rolle, als Fragen der Faktorsubstitutionalität bzw. -limitationalität in Abhängigkeit der zugrunde liegenden Produktionsfunktion.[3]
Exemplarisch sei dies an den „Putty vs. Clay“-Modellen illustriert:[4]
In Putty-Clay-Modellen[5] treffen die Unternehmen zunächst eine Wahl zwischen kapitalintensiveren und arbeitsintensiveren Produktionsverfahren. Diese ex-ante Substitutionalität findet sich in der Metapher des formbaren Kitts (putty) wieder. Die Produktionsfunktion erlaubt zu diesem Zeitpunkt noch eine stetige Variation des Faktoreinsatzverhältnisses von Arbeit und Kapital. Sind die Produktionsanlagen erst einmal errichtet, ist das Faktoreinsatzverhältnis dann determiniert. Diese ex-post-Limitationalität wird über die Metapher des Lehms (clay) illustriert. Der Sachverhalt wird in Abbildung A.A.I.3. exemplarisch dargestellt.
Können Produktionstechniken nicht frei nach ihrer Kapital- bzw. Arbeitsintensität gewählt werden, so liegt eine ex-ante Limitationalität vor, was als Clay-Clay-Modell[6] bezeichnet wird. In Putty-Putty-Modellen[7] wird sowohl die bereits beschriebene ex-ante Substitutionalität als auch eine ex-post Substitutionalität unterstellt, die sich in der Wahl unterschiedlich arbeitsintensiver Produktionsverfahren auf Basis existierender Produktionsanlagen äußert.

---

[1] Siehe *Holstrøm (1982, 324).*
[2] Vgl. statt vieler *Nicholson (2005, 486ff.).*
[3] Vgl. statt vieler *Nicholson (2005, 183ff.).*
[4] Vgl. zur Übersicht *Hu (1972).*
[5] Vgl. statt vieler *Johansen (1959).*
[6] Vgl. statt vieler *Solow/Tobin/Weizsäcker (1966).*
[7] Vgl. statt vieler *Solow (1969).*

Abbildung A.A.I.3.: Graphische Illustration einer Putty-Clay-Technologie



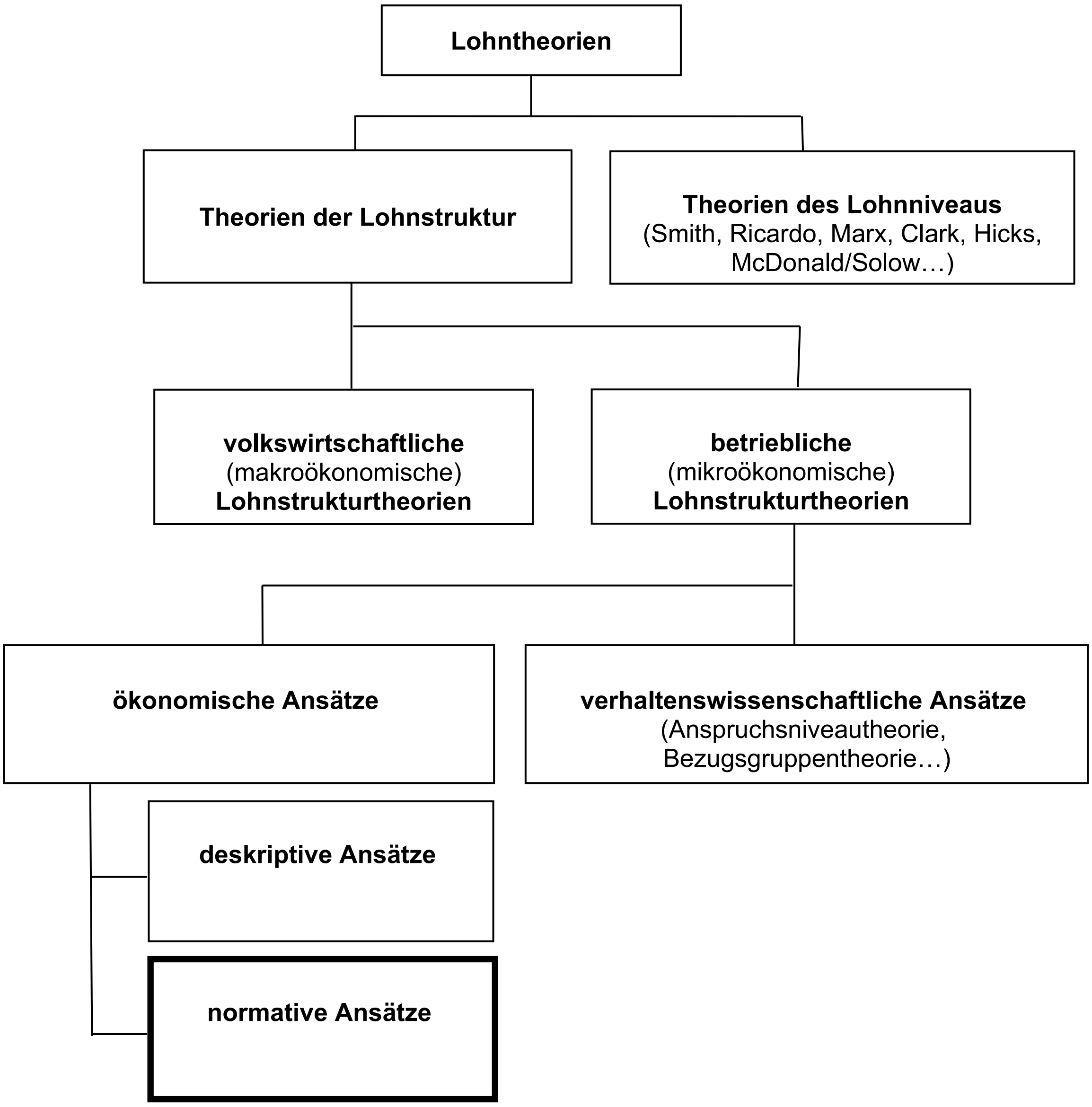
Abweichend von den Modellen der Neoklassik geht dem Phänomen einer auf Lohnunterschieden hinsichtlich Regionen, Industrien, Unternehmen oder Berufen beruhenden *volkswirtschaftlichen Lohnstruktur* u.a. die ‚Theorie der kompensierenden Lohndifferentiale' nach.[1] Naturgemäß erfährt aus makroökonomischer Perspektive der deskriptiv ausgerichtete Begriff *Lohnstruktur* eine andere Interpretation[2] als im Rahmen unserer betriebsorientierten, normativen Problemstellung (siehe auch Abbildung A.A.I.4.).
Zur Erklärung volkswirtschaftlicher Lohnstrukturen werden u.a. zwei Faktoren angeführt, die auch in dieser Arbeit eine zentrale Rolle einnehmen, nämlich heterogene Tätigkeiten und heterogene Arbeitskräfte. Insbesondere der Qualifikation von Arbeitskräften und den daraus resultierenden Fähigkeiten wird eine hohe Erklärungskraft zugeschrieben.[3] Eine weitere Fragestellung beschäftigt sich mit durch beobachtbare Faktoren nicht erklärbaren Lohndifferentialen innerhalb von qualifikatorisch homogenen Arbeitnehmergruppen, ein Phänomen, das auch als residuale Ungleichheit bezeichnet wird.[4]

Eine Ursache für Lohndifferentiale sind eine Vielzahl von Teilarbeitsmärkten, was *Kerr (1954)* als „balkanization of labor markets" beschreibt. So existieren aus Unternehmenssicht neben dem weitgehend nach neoklassischen Marktgesetzen ablaufenden externen Arbeitsmarkt („competitive market"), ein gewerkschaftlich dominierter berufsfachlicher Arbeitsmarkt („craft market") und ein betrieblicher Arbeitsmarkt („enterprise market") – siehe Abbildung A.A.I.5.

---

[1] Vgl. *Franz (2004, 1130)*.
[2] Exemplarisch sei hier zunächst die Definition von *Franz (2003, 325)* angeführt:
„Unter Lohnstruktur versteht man die Gliederung und Hierarchie der Verdienste nach bestimmten Merkmalen wie Wirtschaftszweig, Region, Qualifikation des Beschäftigten, Geschlecht oder Alter."
[3] Als prominentes Beispiel kann die sog. *Krugman*-Hypothese (*Krugman (1994)*) angeführt werden, wonach ein Zusammenhang zwischen Arbeitslosigkeit und qualifikatorischen Lohndifferentialen (die aus unterschiedlichen Bildungsniveaus resultieren) besteht.
[4] Vgl. hierzu stellvertretend bei *Fitzenberger/Garloff/Kohn (2003)*.

Abbildung A.A.I.4.: Differenzierung ökonomischer Lohntheorien[1] *und Verortung der Problemstellung der Arbeit in Teil D.*



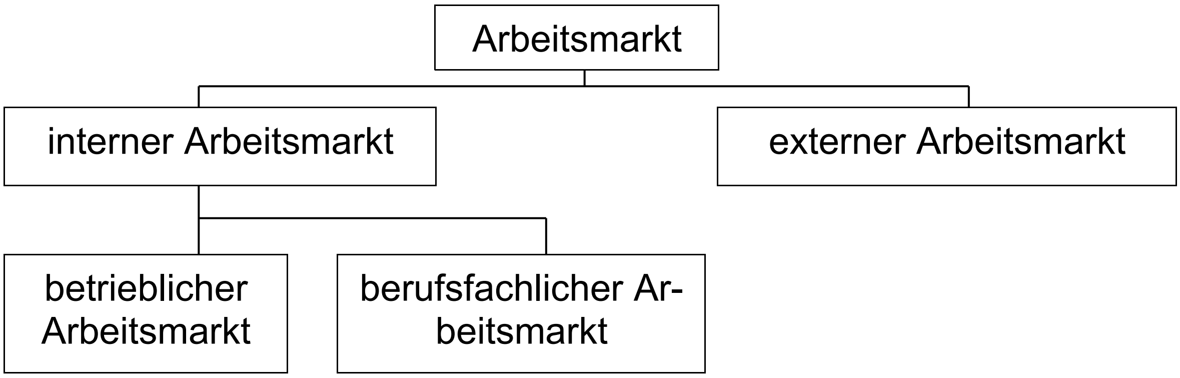
Auf internen Arbeitsmärkten, die durch Eintrittspositionen („ports of entry") für Bewerber vom betriebsexternen Arbeitsmarkt zugänglich werden, unterliegt die Setzung von Löhnen anderen institutionellen Regeln[2] als die Lohnfindung auf (betriebs)externen Arbeitsmärkten, deren Funktionsweise gemäß der neoklassischen Argumentationsweise verläuft.

[1] Nach *Ackermann/Eisele (2000, 5)*. Vgl. ausführlich bei *Becker (2000)*.
Die hervorgehobene Einrahmung kennzeichnet die Zugehensweise der Arbeit in Teil D.

[2] So liegen auch für Deutschland bereits seit den 1990er Jahren Hinweise auf den Verlust formaler Bildungsabschlüsse zur Erklärung betrieblicher Lohndifferenzierung bei gleichzeitig steigender Bedeutung der betrieblichen Weiterbildung auf den betriebsinternen Arbeitsmärkten als Erklärungsargument vor. Vgl. hierzu bei *Blechinger/Pfeiffer (1999)*.

Im Falle der Bewährung werden Arbeitskräfte dann durch unbefristete, vor Entlassungen schützenden Arbeitsverträge, Investitionen in ihr firmenspezifisches – und damit nicht übertragbares – Humankapital (teils arbeitnehmer- teils arbeitgeberseitig finanziert) sowie möglicherweise Pension- oder Rentenzusagen langfristig an das Unternehmen gebunden.[1]

Abbildung A.A.I.5.: Teilarbeitsmärkte eines Unternehmens nach Kerr[2]



Die institutionellen Lohnsetzungsregelungen auf internen Arbeitsmärkten können u.a. über Effizienzlohntheorien[3], Tournaments-[4] und Senioritätsmodelle[5], Insider-Outsider-Theorien[6], die Theorie impliziter Kontrakte[7] oder die Principal-Agent-Theorie[8] erklärt werden, wobei jede dieser Zugehensweisen ein Konglomerat verschiedener Ansätze repräsentiert. Auch in diesen Modellen kommt der Qualifikation der Arbeitskräfte (wenn auch in ganz unterschiedlicher Weise) eine große Bedeutung zu. So sind interne Arbeitsmärkte u.a durch den Erwerb ausschließlich unternehmensspezifisch verwertbaren Humankapitals[9] gekennzeichnet, was ein beiderseitiges Interesse an dauerhaften Arbeitsverhältnissen begründet. Folgt man der Differenzierung interner Arbeitsmärkte nach *Williamson (1984, 91)*, so ließe sich die in Teil D. der Arbeit betrachtete Situation aufgrund der als gelöst unterstellten Wirksamkeitsproblematik und der daraus folgenden gegebene Produktivitäten sowie des unterstellten Interesses des Unternehmens an einer Aufrechterhaltung der Teilnahmemotivation der Arbeitskräfte aufgrund firmenspezifischen Humankapitals als die eines „obligational market“ charakterisieren. In einem „obligational market“ besteht nach Williamson auf beiden Marktseiten ein Interesse an einer langfristigen Bindung.

---

[1] Vgl. grundlegend auch bei *Doeringer/Piore (1971)*, *Williamson/Wachter/Harris (1975)*. Ausführlich bei *Wachter/Wright (1990)*.
[2] Vgl. *Kerr (1954, 101)*.
[3] Z.B. *Shapiro/Stiglitz (1984)*.
[4] Z.B. *Lazear/Rosen (1981)*.
[5] Z.B. *Lazear (1979)*.
[6] Z.B. *Lindbeck/Snower (1986/1987/1988a,b)*.
[7] Z.B. *Azariadis/Stiglitz (1983)*.
[8] Z.B. *Jensen/Meckling (1976), Holmstrøm (1979)*.
[9] Vgl. grundlegend bei *Schultz (1992)*, *Becker (1964)*.

Tabelle T.A.I.1.: Differenzierungskriterien interner Arbeitsmärkte nach Williamson (1984)

		firmenspezifische Qualifikation	
		gering	hoch
Messbarkeit der Produktivität	leicht	internal spot market	obligational market
	schwer	primitive team	relational team

Um dieses Bindungsinteresse[1] auf Seiten der Arbeitskräfte aufrecht zu erhalten, sollen Maßnahmen der Gestaltung von Anreizsystemen, insbesondere von Vergütungssystemen ergriffen werden. Dabei kommt vielen Instrumenten der Lohngestaltung auf internen Arbeitsmärkten eine vielfältige Wirkung zu. So können z.B. steigende Alterseinkommensprofile neben ihrer Bindungswirkung als Self-Selection-Instrument[2] bei der Personalauswahl, als Instrument zur Vermeidung von Shirking[3] oder als Instrument zur Teilung von Kosten betriebsspezifischer Ausbildung[4] genutzt werden.

Gemäß unserer Problemstellung resultiert das Interesse des Unternehmens am Verbleib der Arbeitskräften, sprich am Erhalt des Humankapitals, nicht nur aus seiner möglichen Betriebsspezifität, sondern insbesondere aus der den Qualifikationen einer Arbeitskraft entspringenden Flexibilität.[5] In dieser Arbeit soll die Funktion des Entlohnungssystems in der Aufrechterhaltung der Teilnahmeentscheidung der Arbeitskräfte gesehen werden, zumal die Wirksamkeitsproblematik als gelöst unterstellt wird. So erhebt u.a. *Luhmann (1973, 140)* „die Erhaltung des Mitgliederbestandes zum zentralen strategischen Gesichtspunkt der Systemleitung.“ Ansatzpunkt hierfür ist nicht primär der in vielen Prinzipal-Agenten-Modellen bemühte Reservationsnutzen aus der ‚outside-option‘ des Agenten, der durch die Anreize von Seiten der Organisation nicht unterschritten werden darf (‚participation constraint‘)[6], sondern die Lohngerechtigkeit, der ein positiver Einfluss auf die Teilnahmemotivation und hier insbesondere auf die Verbleibensmotivation unterstellt wird. Dahinter steht die „Prima-facie-Plausibilität ..., daß die Mitarbeiter mit einem Vergütungssystem umso zufriedener sind, je mehr es ihren (normativen) Erwartungen von gerechter Entlohnung (dem Prinzip der Lohngerechtigkeit) entspricht“.[7]

[1] Zum Bindungsinteresse von Arbeitskräften vgl. auch bei *Kossbiel (1997b, 24f.)*.
[2] Vgl. *Salop/Salop (1976)*.
[3] Vgl. *Lazear (1979)*.
[4] Vgl. *Oi (1962)*, *Becker (1964)*.
[5] Siehe hierzu auch die Aussage *Coleman*s *(1988, 100)*: „human capital is created by changes in persons that bring about skills and capabilities that make them able to act in new ways.”
[6] Vgl. statt vieler bei *Myerson (1982, 71f.)*.
[7] Siehe *Kossbiel (1994, 80)*.

Während beispielsweise die Alternativeinkommen aus den ‚outside options' der Arbeitskräfte primär Hinweise für die Setzung der *absoluten Lohnhöhe* geben, sind für die Lohnakzeptanz häufiger Fragen der *relativen Lohnhöhe (Lohnsatzdifferenzen)* also der Lohnstruktur innerhalb des Unternehmens von entscheidender Bedeutung.[1] *Abraham (2007, 11ff.)* identifiziert im Rahmen einer empirischen Untersuchung neben der Leistung, die Ausbildung, den Familienstand und Seniorität als meistgenannte Referenzpunkte für vergleichende Lohngerechtigkeit und Arbeitszufriedenheit. Dieser Zusammenhang konnte im Rahmen zahlreicher Studien belegt werden,[2] was exemplarisch an zwei prominenten Beispielen gezeigt werden soll.[3] So kommen bereits *Roethlisberger/Dickson/Wright (1939, 576)* in ihrer Zusammenfassung der Ergebnisse der sog. ‚Hawthorne-Experimente' hinsichtlich der Entlohnung zu der Erkenntnis, dass nicht die absolute Lohnhöhe entscheidend für die Zufriedenheit der Mitarbeiter ist, sondern die relativen Lohnhöhen:

> „Most of the dissatisfaction with wages implied that the employee is just as much concerned with wage differentials, that is, the relation of his wages to the wages of other workmen, as with the absolute amount of his wages. Many workers who expressed a grievance about wages went on to say that the reason for their complaint was not that they were dissatisfied with their own wages but that ‚it isn't fair'."

Auch *Herzberg/Mausner/Snyderman (1959, 83)* gelangen zu vergleichbaren Erkenntnissen:

> „when salary occured as a factor in the lows (=low job-attitude sequences, MK), it revolved around the unfairness of the wage system within the company and this almost always referred to increases in salaries rather than in absolute levels."

Folgt man diesen Befunden, so hat ein ‚gerechter' Lohn unmittelbare Auswirkungen auf die Zufriedenheit der Arbeitskräfte, welche – wie *March/Simon (1976, 81ff.)*[4] argumentieren – wiederum unmittelbar ihre Teilnahmeentscheidung, also den Verbleib in der Organisation beeinflusst.

---

[1] Vgl. statt vieler *Kossbiel (1990b, 2475f.)*. Zu Fragen der absoluten und relativen Lohnhöhe vgl. auch bei *Hentze (2004, 1104f.)*. Siehe auch den Hinweis bei *(Lazear 1995, 3)*: „(...) much of the essence of personnel economics depends on relative comparisons rather than absolute ones. Individuals are compared to one another rather than to some absolute standard. (...) Relative comparisons are more important than absolute standards in many contexts."

[2] Vgl. zur Übersicht bei *Abraham (2007)*.

[3] Vgl. bei *Pigors/Myers (1981, 362)*: „Wage and salary differentials are a mark of social status in almost every organization. There is no single factor (…) that does more to break down morale, create individual dissatisfaction, encourage absenteeism, increase labor turnover, and hamper productivity than obviously unjust inequalities paid to different individuals in the same labor group within the same plant."

[4] Vgl. hierzu auch bei *Homans (1974, 225ff.)* oder *Thibaut/Kelley (1959, 21ff.)*.

Dabei ist zunächst offen, welche ‚Form' der Lohngerechtigkeit anzustreben und wie diese auszugestalten ist.[1] Neben der Unterscheidung in absolute und relative Lohngerechtigkeit existieren Fragen der Verteilungs- und Verfahrensgerechtigkeit und letztlich der ‚Orientierung' der Gerechtigkeit, sprich die Wahl einer Bemessungsgrundlage. Hier haben sowohl in der Literatur[2] als auch in der Praxis[3] erfolgsorientierte Lohnformen zunehmend Beachtung gefunden, wenngleich auf dem deutschen Arbeitsmarkt (insbesondere im Rahmen der tariflichen Lohnfindung) Anforderungslöhne und Leistungszulagen dominieren.[4]

Auch in dieser Arbeit spielt die Erfolgsorientierung der Entlohnung eine zentrale Rolle, indem sie eine integrative Betrachtung mit einer auf den Fähigkeiten der Arbeitskräfte basierenden Flexibilitätsorientierung erfährt: Wenn die funktionale Flexibilität von Arbeitskräften positive Wirkungen auf den ökonomischen Erfolg einer Unternehmung hat, so kann die funktionale Flexibilität als Bemessungsgrundlage der Entlohnung dienen. Dies korrespondiert mit der eingangs dargelegten Auffassung, dass Flexibilität keinen Selbstzweck darstellt, sondern nur dann belohnt werden sollte, wenn sie für die betriebliche Leistungserstellung ‚von Wert' ist.[5] Damit propagieren wir eine Verknüpfung von Input-(Qualifikations-) und Output-(Erfolgs)orientierung der Entlohnung. Ähnlich argumentiert auch *Kossbiel (1990b, 2477)*:

> „More controversial, on the other hand, is the question whether an employee's ... flexibility (or the demonstration of such a disposition) … are qualities to be rewarded. To the extent that they contribute actively towards achieving company objectives, there can scarely be any objection to their being subsumed under a broad concept of ‚performance'."

Dies konstituiert die Problemstellung in Teil D., die Gestaltung flexibilitätsorientierter Lohnstrukturen:[6] Es geht um die Verteilung der Lohnsumme auf die qualifikatorisch differenzierte Personalausstattung des Betriebes. Aus den unterschiedlichen Qualifikationen resultieren unterschiedliche Möglichkeiten des Einsatzes der Arbeitskräfte im Leistungsprozess, was als funktionale Flexibilität eingeführt wurde. Diese funktionale Flexibilität hat Wirkungen auf den ökonomischen Erfolg, der wiederum die Lohnsumme determiniert. An dieser Lohnsumme sollen diejenigen Arbeitskräfte stärker partizipieren, deren Flexibilität

---

[1] So lässt sich seit Mitte der 90er Jahre ein wachsendes Interesse an Gerechtigkeitsfragestellungen konstatieren. Zu einer Übersicht vgl. *Abaham (2007)*, *Lengfeld (2003)*, *Jahrbuch Managementforschung (2004)* und die Ergebnisse der Jahrestagung der *German Industrial Relations Association* 2002 im *Schwerpunktheft der ‚Industrielle Beziehungen' (2003)*.

[2] Vgl. *Baron/Kreps (1999, 243ff.)*.

[3] Siehe hierzu die Beiträge in: *Personalführung 39 (2006), Heft 7*.

[4] Ebenda.

[5] Ähnlich *Kossbiel (1990a, 206ff.)*.

[6] Es geht nicht um *Lohnflexibilität*, also die Anpassung der Entlohnung des Personals an die Finanzlage des Betriebes, möglicherweise auch entgegen tariflicher Regelungen. Vgl. u.a. bei *Schnabel (2005)*, *Bürkle/Knörzer (2003/2007)*.

begründend für dieses Ergebnis war. Ziel ist somit die Etablierung einer Lohnstruktur auf der Qualifikationsstruktur, also auf der nach Qualifikationen respektive den daraus resultierenden Verwendungsmöglichkeiten im Leistungsprozess segmentierten Personalausstattung. Dabei wird die Lohnstruktur des Unternehmens durch Lohndifferentiale und Lohnproportionalitäten auf Basis der Entlohnungskriterien beschrieben.[1]
Um eine solche Lohnstruktur zu etablieren, die als gerecht angesehene Lohndifferenzen aufweist, bzw. um die Flexibilitätsgerechtigkeit der vorzuschlagenden Entlohnungsfunktion zu beurteilen, soll diese an bestimmten Postulaten gemessen werden, die Plausibilitäts- und Rationalitätsvorstellungen repräsentieren. Dieses Vorgehen steht in der Tradition der axiomatischen Methode[2] zur Lösungen von Entscheidungsproblemen, wie beispielsweise die axiomatische Fundierung der Erwartungsnutzen-Theorie[3] für Individualentscheidungen, oder von kollektiven Verteilungsregeln im Rahmen der Wohlfahrtstheorie[4]. Es geht also um die „Identifikation von Vergütungssystem-Eigenschaften (...), von denen begründet vermutet werden kann, dass sich ihr Vorhandensein (...) auf die ökonomische Effizienz auswirkt. An die Stelle des Nachweises von Kausalität tritt dabei die Vermittlung von Plausibilität.“[5] So werden die von der Lohnstruktur abzubildenden Lohngerechtigkeiten in Form mathematisch formulierter Lohndifferentiale und Lohnproportionalitäten, häufig in Form von ‚wenn-dann‘-Bedingungen verfasst, erlauben doch erst solche Abfassungen die Beweisführung der Postulatsgerechtigkeit der vorgeschlagenen Entlohnungsfunktion.

Wie im Rahmen der Gestaltung von Personalstrukturen erfordert es auch hier die Komplexität der Problemstellung, dass wir uns auf die Abbildung der problemrelevanten Ausschnitte der (wahrgenommenen) Wirklichkeit konzentrieren. Die „strukturgebende komplexitätsreduzierende Definition einer als Problem empfundenen Handlungssituation, die auf einer angemessenen Sprachebene mit dem Ziel formuliert ist, daß aus ihr die angestrebte Problemlösung deduziert werden kann“, wird als Entscheidungsmodell bezeichnet.[6] Dass dabei eine Konzentration auf mathematische Entscheidungsmodelle erfolgt, liegt wiederum darin begründet, dass man „ab einer gewissen Komplexitätsstufe nicht mehr in der Lage (ist), aus natürlich-sprachlichen Modellen rational begründete Lösungen zu deduzieren, so daß man auf formalsprachliche Formulierungen (...) angewiesen ist“.[7]

[1] Vgl. statt vieler *Kossbiel (1990a, 2479)*.
[2] Vgl. hierzu statt vieler bei *Albert (1964a, 66ff.)*, *Schweitzer (2006b, 73f.)*.
[3] Vgl. z.B. *von Neumann/Morgenstern (1944, 15-30)*.
[4] Vgl. z.B. *Sen (1970, 41ff.)*, *Sen (1982, 203ff.)*, *Sen (1987, 29ff.)*.
[5] Siehe *Kossbiel (1994, 81)*.
[6] Definition in Anlehnung an *Spengler (1999, 46)* nach *Bretzke (1980, 8)*.
[7] Siehe *Kossbiel/Spengler (1997, 54)*. Für *Luhmann (1973, 75)* manifestiert sich in einem solchen Vorgehen sogar Rationalverhalten: „Rationalität als Wirkungseinheit heißt, daß die Umwelt auf ein Problem reduziert, ihre Komplexität also ignoriert wird.“

3. Zur Einbeziehung koalitionstheoretischer Aspekte der Unternehmung in personalwirtschaftlche Forschungsfragen

Coleman (1988, 95f.) beschreibt die Sichtweisen der Sozialwissenschaften auf Unternehmen als „two broad intellectual streams“. Die erste, *soziologische Sichtweise* betrachtet die Menschen im Unternehmen als durch Normen, Regeln und Verpflichtungen seiner sozialen Umwelt gesteuert, die zweite, *ökonomische Sichtweise* sieht den Organisationsteilnehmer als eigennütziges, von sozialen Bindungen weitgehend unabhängiges Individuum. Wenn nun *Coase (1978, 210)* hervorhebt: „(the) main advantage which an economist brings to other social sciences is simply a way of looking at the world“, dann mag dies suggerieren, Ökonomen hätten ein einheitliches ‚Weltbild‘, zumindest ein einheitliches Bild hinsichtlich der Funktionsweise von Märkten oder Unternehmen. Dass die von ihm aufgeworfene Frage nach der „nature of the firm“ in der ökonomischen Literatur sehr differenziert beantwortet wird, lässt erkennen, dass eine solche einheitliche Sichtweise nicht existiert. Gerade in der modellgestützten Analyse von Unternehmen prägt die wissenschaftliche Perspektive die als problemrelevant wahrgenommene Wirklichkeit, dadurch die Modellannahmen und letztlich die abgeleiteten Ergebnisse.

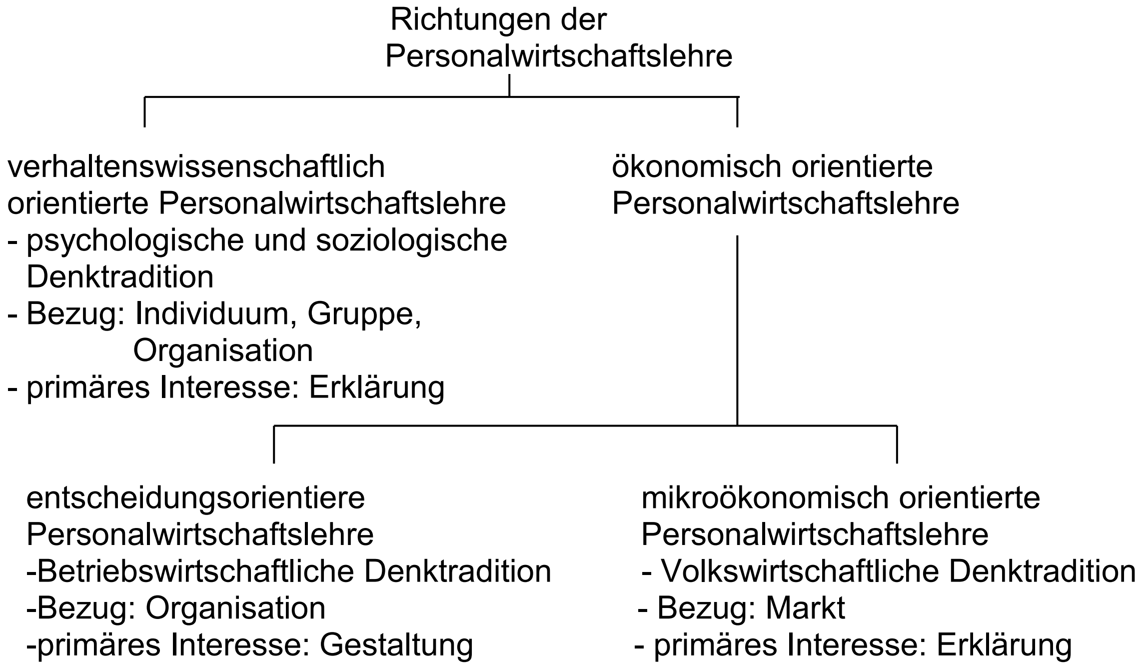
Bezüglich des Untersuchungsobjekts ‚Personal‘ kommen neben unterschiedlichen ökonomischen Perspektiven auch solche nachbarwissenschaftlicher Disziplinen – insbesondere der Psychologie und Soziologie – hinzu. Die Kontroverse um die Angemessenheit dieser unterschiedlichen Zugehensweisen ist prägend für das Selbstverständnis des Fachs ‚Personalwirtschaft‘.[1]
Wenn in Teil D. der Arbeit eine Entlohnungsfunktion unter Einbeziehung koalitionstheoretischer Überlegungen etabliert werden soll, so mag der Eindruck entstehen, dass hier möglicherweise keine ökonomische, sondern eher eine verhaltenswissenschaftliche Orientierung zugrunde liege. Wie in den Kapiteln A.I.1. und A.I.2.erörtert, liegt das wissenschaftliche Ziel dieser Arbeit in der *Gestaltung* von Personal- bzw. Lohnstrukturen; ihr Ziel ist es nicht, deren Verbreitung bzw. Nutzung zu *beschreiben* bzw. zu *erklären* oder zu *prognostizieren*.[2] Dies entspricht dem Verständnis von Personalwirtschaft als einer „Teildisziplin der entscheidungsorientierten Betriebswirtschaftslehre“.[3] Die Anwendung von Theorien mikroökonomischer Provenienz auf diese betriebswirtschaftliche Teildisziplin determiniert jene Ausrichtung, die insbesondere in Abgrenzung zur

---

[1] Vgl. *Ackermann/Reber (1981), Alewell (1996&1997), Backes-Gellner (1993/1996), Fabel (1996), Hax (1991), Knörzer (2004a), Kossbiel (1997a), Kossbiel/Spengler (1997), Muche (1996), Picot (1987), Reber (1997), Sadowski (1991), Sadowski et al. (1994), Sliwka (2003), Staffelbach (1997), Süß (2004), Wächter (1996), Weibler (1997), Weibler/Wald (2004), Wunderer/Mittmann (1983)*. Die Aufzählung ist bei weitem nicht abschließend.
[2] Vgl. zu den Wissenschaftszielen bei *Czayka (1991, 124-134)*, *Popper (1994, 31ff.)*.
[3] Siehe *Kossbiel/Spengler (1997, 49)*.

verhaltenswissenschaftlichen Orientierung auch unter dem Begriff ‚Personalökonomie' zusammengefasst wird.[1] In Abbildung A.A.I.6.findet sich eine graphische Übersicht dieser drei Zugehensweisen auf personalwirtschaftliche Probleme.

Abbildung A.A.I.6.: Orientierungen der Personalwirtschaftslehre [2]



Die Verankerung dieser Arbeit in der „betriebswirtschaftlichen Denktradition" schließt die Inanspruchnahme verhaltenswissenschaftlicher oder mikroökonomischer Argumente keineswegs aus. So charakterisiert *Heinen (1976, 395)* die entscheidungsorientierte Betriebswirtschaftslehre wie folgt:

> „Ihre Analyse des Entscheidungsverhaltens basiert auf Grundmodellen des Menschen, der Organisation und der Gesellschaft. Supradisziplinäre Konzepte (zum Beispiel Entscheidungs- und Systemtheorie) und betriebswirtschaftlich relevante Erkenntnisse vor allem der sozialwissenschaftlichen Nachbardisziplinen (zum Beispiel Sozialpsychologie, Soziologie, Psychologie, Politikwissenschaft, Volkswirtschaftslehre) sowie der Mathematik bilden das wissenschaftliche Fundament dieser Grundmodelle."

Auch *March (1990b, 116)* nennt zwei Ziele einer „Theory of the Firm" und betont dabei den Gestaltungsaspekt:

> „Die ökonomische Theorie der Unternehmung versucht, (1) unternehmerische Entscheidungen zu spezifizieren; und (2) angemessene Entscheidungsregeln für eine rationale marktwirtschaftliche Unternehmung aufzustellen."

---

[1] Vgl. statt vieler bei *Lazear (1995)*, *Lazear/Backes-Gellner/Wolff (2001), Sadowski (2002).* Vgl. *Lazear (1995, 1ff.)* und *Lazear/Backes-Gellner/Wolff (2001, Vff.)* auch zum angesprochenen ‚Methodenstreit'.

[2] Siehe *Kossbiel (2001a, 154).*

Ergänzend stellt *Schweitzer (2006a, 5f.)* fest, dass keines der von ihm genannten fünf Wissenschaftsprogramme (entscheidungsorientiert, systemorientiert, ökologieorientiert, verhaltensorientiert, institutionenorientiert)[1] den Anspruch erheben könne, allein die wichtigsten Erkenntnisbeiträge zur Realwissenschaft ‚Betriebswirtschaftslehre' erbracht zu haben.
Dazu wird folgendes Schema betrachtet:

Tabelle T.A.I.2: Menschenbilder personalwirtschaftlich einschlägiger Theorien[2]

Provenienz / Verhaltensannahme	verhaltens-wissenschaftlich	ökonomisch
fremdbestimmt (passiv)	Positionsinhaber (z.B. Rollentheorie)	Produktionsfaktor (z.B. Produktionstheorie)
selbstbestimmt (aktiv)	Partner (z.B. Koalitionstheorie)	Agent (z.B. neuere Mikroökonomie)

Wenn, wie im Teil D. dieser Arbeit, die Etablierung einer Lohnstruktur einer Organisation, genauer der Verteilung der Lohnsumme auf die einzelnen Arbeitskräfte gesucht ist, dann determiniert die Ausrichtung der Zugehensweise das Ergebnis der Analyse entscheidend mit:[3]
Sieht man die Arbeitskräfte einer Organisation als eigenständige, nutzenmaximierende Akteure, die Ressourcen in Form ihrer Qualifikationen in einen Pool einbringen, diesen über eine Produktionsfunktion in einen ökonomischen Erfolg transformieren und schließlich einen Verteilungsmechanismus implementieren müssen, so fließen Aspekte verschiedener Menschenbilder und wissenschaftlicher Zugehensweisen in die Betrachtung ein. Ebenso existieren in der sozialwissenschaftlichen Literatur einige Ansätze, die versuchen, das Entstehen von bzw. die Vorgänge in Organisationen ‚koalitionstheoretisch' zu erklären, wobei - wie *Tirole (1986, 181)* betont - aufgrund der Heterogenität der Ansätze von keiner

[1] Ähnlich unterteilt *Schanz (2006, 84)* die Forschungsrichtungen der modernen Betriebswirtschaftslehre in Deutschland in Gutenbergs Lehre von den Produktivitätsbeziehungen, Heinens entscheidungsorientierte Betriebswirtschaftslehre, die systemorientierte Betriebswirtschaftslehre, die Neue Institutionenökonomik, die verhaltenstheoretische Betriebswirtschaftslehre.
[2] Siehe *Kossbiel/Spengler (1998, 17).*
[3] So legt z.B. eine produktionstheoretische Betrachtung eine Entlohnung nach dem Wertgrenzprodukt nahe, der Prinzipal sollte seinem Agenten durch eine erfolgsabhängige Entlohnung kompensieren, während die Partner einer Koalition über die Verteilung des Kooperationsertrages verhandeln oder eine Verteilungsregel etablieren. Oft ist damit die Wahl eines bestimmten Instrumentariums verbunden, beispielsweise Verfahren des Operations Research im Rahmen der Produktionstheorie, der nichtkooperativen Spieltheorie in der Prinzipal-Agenten-Theorie oder der kooperativen Spieltheorie bei Verteilungsproblemen auf Grundlage von Gerechtigkeitsüberlegungen.

einheitlichen Koalitionstheorie gesprochen werden kann. Hierzu gehören u.a. soziologische, politologische sowie ökonomische Ansätze. In Teil D. der Arbeit wird vornehmlich auf die mathematischen Ansätze der Spieltheorie zur Analyse von Koalitionen und der Verteilung von Koalitionsgewinnen zurückgegriffen. Dort kommt es zu einer Verknüpfung produktionstheoretischer Aspekte mit spieltheoretischen Argumentationsweisen. Dass zudem im Grundlagenteil B. dieser Arbeit auf soziologische Theorien der Koalition eingegangen wird, liegt darin begründet, dass gewisse Aspekte soziologischer bzw. sozioökonomischer Betrachtungsweisen von Koalitionen eine Entsprechung in der spieltheoretischen Beschreibung und Analyse von Koalitionen finden. Insofern sind auch diese Ansätze teils komplementären Charakters und dienen so der gegenseitigen Klärung und Unterstützung.

II. Vorgehensweise und Aufbau der Arbeit

Bevor in den beiden Hauptteilen der Arbeit die in Kapitel A.I. skizzierten Problemstellungen behandelt werden, sind zunächst in Teil B. einige grundsätzliche Probleme der Unternehmenstheorie darzustellen, insbesondere das der Verteilung des ‚Korporationsertrages'. Wie sich zeigen wird, finden sich in soziologischen und (sozial)psychologischen Ansätzen Entsprechungen zu den Rationalitäts- und Gerechtigkeitsvorstellungen der zu Beginn des Teils D. einzuführenden mathematischen Modelle der kooperativen Koalitionsspiele. Daneben wird in Teil B. in grundlegende Fragen der Personalpotentialdisposition und der Gestaltung von Anreizsystemen eingeführt. Dazu wird ausführlich auf die Zwecke der Strukturierung von Personalausstattungen und deren Beurteilungskriterien, insbesondere auf das Strukturmerkmal der (funktionalen) Flexibilität eingegangen. Hierbei sind für die Problemstellungen der Arbeit v.a. die Ziele der Gestaltung und der Beurteilung von Personalausstattungen von Bedeutung.

Damit sind die Grundlagen für den ersten Hauptteil der Arbeit gelegt. Hier wird zu Beginn eine mathematische Definition von Personalstrukturen eingeführt. Diese dient dazu, die Abbildung von Personalstrukturen in Entscheidungsmodellen der Personalpotentialdisposition zu ermöglichen. In solchen Entscheidungsmodellen können in unterschiedlichen Ansätzen die Abstimmung von Faktorbedarfen und Faktorausstattungen bezogen auf den Potentialfaktor Arbeitskräfte vorgenommen werden. In Kapitel C.II. soll dann der Zusammenhang zwischen der funktionalen Flexibilität einzelner Arbeitskräfte und der Flexibilität der Gesamtpersonalausstattung illustriert werden. Dies dient dazu, ein besseres Verständnis für die Zusammenhänge im Kernproblem des Teils C. der Arbeit - aufgegriffen im Kapitel C.III. - zu schaffen. Hier geht es um die Frage der ‚optimalen' *Gestaltung einer flexibilitätsorientierten Personalstruktur* vor dem Hin-

tergrund schwankender Faktorbedarfe. Dazu kontrastieren wir einen von *Kossbiel* vorgestellten Ansatz mit einer Methode, die auf einem auf *Felix Hausdorff* zurückgehenden Abstandsmaß geometrischer Objekte basiert.
Wie sich zeigt, generieren beide Verfahren divergierende und diskussionswürdige Ergebnisse, was grundsätzlich und exemplarisch diskutiert werden wird.

Teil D. der Arbeit widmet sich dem Aspekt der Beurteilung einer gegebenen Personalausstattung und deren Entlohnung insofern, als hier der aus der optimalen Verwendung der Gesamtpersonalausstattung resultierende ökonomische Erfolg auf die einzelnen qualifikatorisch differenzierten Personalsegmente aufgeteilt werden soll. Dabei geht es darum, über die aus den Qualifikationen resultierende funktionale Flexibilität Lohndifferentiale zu begründen, was Niederschlag in bestimmten Gerechtigkeitsvorstellungen findet. Ziel des Teils D. ist somit die *Gestaltung flexibilitätsorientierter Lohnstrukturen*. Wie sich zeigen wird, sind die zu Beginn des Teils D. vorgestellten etablierten spieltheoretischen Lösungskonzepte nichtgeeignet, diesen Gerechtigkeitspostulaten in Gänze zu genügen.
Nachdem in Teil D. das auf *Owen (1975)* zurückgehende *„Linear Production Game"* vorgestellt wird, erfolgt eine Integration von Aspekten funktionaler Flexibilität. Auf der Grundlage der daraus entstehenden neuen Kategorie von Koalitionsspielen werden das Problem der optimalen Ressourcenverwendung und der Verteilung des Koalitionsertrages erörtert. Dazu werden Anforderungen an eine Entlohnungsfunktion respektive an eine aus der Anwendung der Entlohnungsfunktion auf die qualifikatorisch segmentierte Personalstruktur resultierende Lohnstruktur postuliert. Den erwünschten Lohnrelationen und Lohndifferenzen liegt eine Beurteilung der Personalstruktur zugrunde, in diesem Falle eine hinsichtlich der Wertigkeit der von den Arbeitskräften der einzelnen Qualifikationskategorien bereitgestellten funktionalen Flexibilität.
Nach der Ableitung einer Entlohnungsfunktion wird deren ‚Postulatsgerechtigkeit' geprüft und es wird aufgezeigt, inwiefern und aus welchen Gründen die klassischen spieltheoretischen Lösungen den Gerechtigkeitsvorstellungen nicht gerecht werden. Ergänzt werden die Darstellungen um einige Beispiele, die helfen sollen, die Funktionsweise der vorgestellten Entlohnungsfunktion zu verdeutlichen sowie die Unterschiede zu etablierten spieltheoretischen Koalitionsfunktionen zu illustrieren. Dies gilt auch für solche Fälle, in denen die neu vorgestellte Lösung zu kritischen Ergebnissen führt.

Zum Abschluss werden die wichtigsten Ergebnisse zusammengefasst und es erfolgt eine kritische Auseinandersetzung mit den vorgestellten Modellen, indem Erweiterungen und weiterführende Forschungsfragen aufgezeigt werden.

B. Begriffliche und methodische Grundlagen

I. Aspekte der Unternehmung als einer Koalition von Ressourceninhabern

1. Die Unternehmung als Institution nichtmarktlicher Koordination

Wie bereits einleitend erörtert wurde, stellen interne Arbeitsmärkte Institutionen nichtmarktlicher Koordinationen dar. In den Wirtschaftswissenschaften sind diese Institutionen nicht zuletzt seit *Coase'* fundamentaler Kritik an der neoklassischen Theorie, die aus seiner Sicht keine befriedigende Antwort auf die Frage der Entstehung bzw. Existenz von Unternehmen liefert, zentraler Untersuchungsgegenstand. Mit solchen nichtmarktlichen Institutionen ist untrennbar die Frage verbunden, wie innerhalb von Unternehmen Entscheidungen koordiniert und Erträge verteilt werden können. Befasst man sich mit Personenmehrheiten, wie dem Personal einer Organisation, so drängt sich - insbesondere wenn marktliche Koordinationsmechanismen zumindest teilweise außer Kraft gesetzt sind - neben ökonomischen Ansätzen auch ein Blick auf soziologische Arbeiten auf, handelt es sich bei Organisationen doch um soziale Systeme, also „abgrenzbare, strukturierte soziale Beziehungsgeflechte".[1]

Die Idee, Unternehmen als Koalition zu betrachten, ist in vielen sozialwissenschaftlichen Ansätzen zu finden. Prägend für eine solche Sichtweise sind insbesondere die Arbeiten von *Simon*, *Cyert* und *March* geworden. *March/Simon (1958)* entwickeln eine Theorie formaler Organisationen, die von *Cyert/March (1963)* fortgeführt wurde.[2] Ausgehend von *Taylors* wissenschaftlicher Betriebsführung und der administrativen Managementtheorie und aufbauend auf den Modellen von *Weber (1947)*, *Merton (1940)*, *Selznick (1949)* und *Gouldner (1954)* betrachten *March/Simon* Organisationen als Koalitionen verschiedener Teilnehmer (Mitarbeiter, Kapitalgeber, Kunden ...),[3] die sich in moderner Diktion wohl als „stake holders" bezeichnen ließen.

---

[1] Siehe *Vanberg (1982, 8)*, ähnlich *Homans (1969, 27).*

[2] Zur Kritik am Ansatz von *Cyert/March/Simon* (*March/Simon (1958/1976)*, *March (1962/1990)*, *Cyert/March (1959/1963/1969/1995)*, *Simon (1947/1951/1981)*) vgl. u.a. bei *Dunn (1998, 58ff.)* und *Scott (1986, 348ff.)*.

[3] Vgl. ausführlich auch bei *Cyert/March (1963, S.27ff.)*, *March (1990, 125ff.)*. Ähnlich betont *Aoki (1984, iii)* aus institutionenökonomischer Perspektive: „What is missing in these theories (neoclassical and managerial economics, MK) is, in my view, an aspect of the firm of growing importance – namely, as a coalition structure." *Aoki (1984, 11)*: „it is difficult to maintain that firm–specific resources are endowed in a single, monolithic agent (…) the firm must be viewed as a sort of coalition of financial as well as human resource-holders."

Danach sind Ziele und Handlungen von Organisationen letztlich das Ergebnis von Verhandlungen zwischen Koalitionen innerhalb der Organisation, wobei diese Koalitionen nicht unbedingt mit den Gruppen der „stake holder“ identisch sein müssen, sondern aus Individuen mit identischen oder zumindest komplementären Zielen bestehen. Es kann daher auch notwendig sein, andere Individuen oder Gruppen durch Seitenzahlungen („side-payments“) als unternehmensinterne Koalitionspartner zu gewinnen.
Im Mittelpunkt der Betrachtungen stehen bei *March/Simon (1976, 37ff./81ff.)* die in der Organisation beschäftigten Arbeitnehmer und zwei „motivational constraints“ im Rahmen der Koalitionsbildung:

- die Teilnahmeentscheidung und
- die Beitragsentscheidung.

Diese Entscheidungen des Individuums bilden sozusagen den Gegenpart der zuvor diskutierten beiden personalwirtschaftlichen Hauptproblembereiche, der Verfügbarkeitsthematik einerseits und der Wirksamkeitsthematik andererseits. Mit diesen beiden Entscheidungen der Organisationsteilnehmer sind nach *March/Simon (1976, 125)* zwei Fragestellungen verbunden, die die Organisation als Ganzes betreffen und die sich in Teil D. der Arbeit im Rahmen der spieltheoretischen Analyse wiederfinden:
„(1) Welche Koalitionen werden Spieler wahrscheinlich eingehen oder – wenn sie bereits eingegangen sind – wie stabil werden sie wahrscheinlich sein?
(2) Welches Ergebnis wird das Aushandeln zeitigen?“
Zur Vertiefung dieser Fragen soll ein Blick auf weitere koalitionstheoretische Ansätze geworfen werden.

Von *Coleman (1979)* stammt der Begriff des „korporativen Akteurs“, der ein soziales Gebilde beschreibt, das jedoch als Handlungseinheit gesehen wird. Nach *Vanberg (1982, 8/23ff.)* ist der korporative Akteur lediglich ein Synonym für Begriffe wie Organisation oder Institution, so wie der Ausdruck des „kollektiven Handelns“ – wie ihn beispielsweise auch *Olson (1968)* oder *Crozier/Friedberg (1979)* verwenden – als synonym für organisiertes Handeln gelten kann.[1] *Coleman*s Modell eines korporativen Akteurs ist in Hinblick auf eine Sensibilisierung für unsere Problemstellung in zweierlei Hinsicht attraktiv:

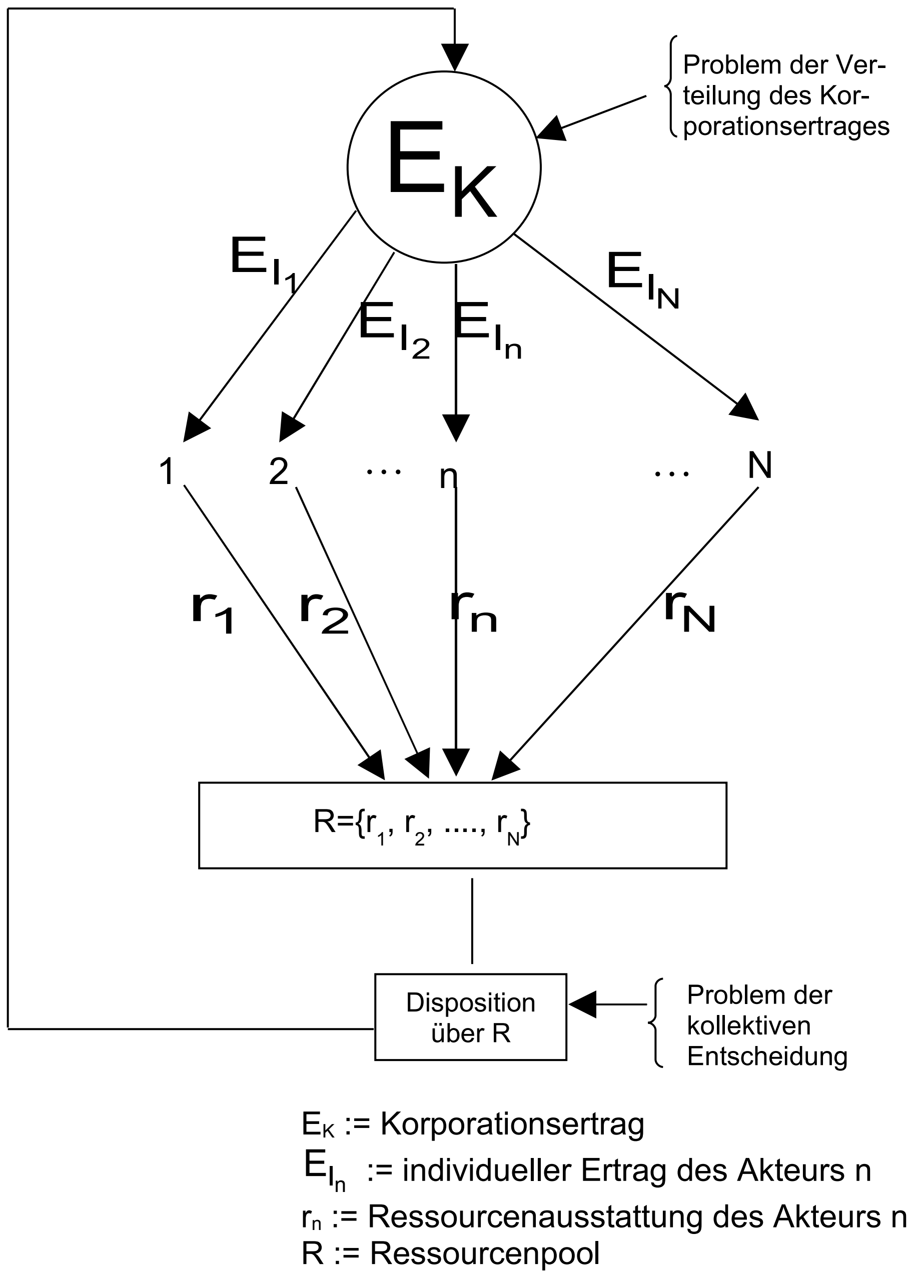
(1) Zum einen liefert es als *Modell der Ressourcenzusammenlegung* einen Zugang für die in dieser Arbeit gewählte Perspektive des Unternehmens als Ressourcenpool, also der Einbringung individueller Ressourcen „irgendwelcher Art (Güter oder Leistungen) in einen zentral disponierten Pool“[2], wobei die Ressource ‚Arbeitskraft‘ im Mittelpunkt unserer Betrachtungen steht.

[1] Vgl. auch bei *Parsons (1964, 72).*
[2] Siehe *Vanberg (1982, 4).*

(2) Zum anderen thematisiert das Modell des korporativen Akteurs zwei Fragestellungen, die sich in Teil D. dieser Arbeit manifestieren:[1]

- Das Problem des bestmöglichen Einsatzes der zusammengelegten Ressourcen,
- Das Problem der Verteilung des daraus resultierenden Korporationsertrages.

Abbildung A.B.I.1.:Entscheidungsprobleme eines korporativen Akteurs[2]



[1] Vgl. *Homans (1972a, 79 u. 81)*, *Vanberg (1982, 16)* und *Wiseman (1979, 371ff.)*.
[2] Nach *Vanberg (1982, 17)*.

In Teil D. der Arbeit werden wir versuchen, diese beiden Fragestellungen in einem integrierten Modell zu beantworten.
Erstaunlicherweise findet sich das in Teil C. der Arbeit angesprochene Problem, nämlich die Frage „Wie sollte der Ressourcenpool idealerweise zusammengestellt sein?", d.h. welchen Akteuren und den an sie gebundenen Ressourcen sollte der Beitritt zum Ressourcenpool vor dem Hintergrund bestimmter Anforderungen erlaubt sein, weder bei *Coleman* noch in der auf ihn Bezug nehmenden Literatur eine vertiefende Betrachtung. Jedenfalls sieht *Vanberg (1982, 16)* in der Fokussierung auf die beiden oben skizzierten Fragestellungen eine Stärke des Ansatzes: „Das Modell der Ressourcenzusammenlegung lenkt – und darin liegt sein wesentlicher Vorzug als ‚theoretisches Instrument' – die Fragestellung systematisch auf diese beiden Probleme und ihre strukturellen Ursachen." So spricht auch *Parsons (1964, 72)* von Organisationen als einem „System kooperativer Aktivität" einerseits und einem „System von Austauschbeziehungen" andererseits. Die Konflikthaftigkeit dieser Problemstellungen identifiziert auch *Pondy (1967, 296f./312ff.)* in seinem Beitrag über Arten organisationaler Konflikte: Verhandlungskonflikte um die Verteilung knapper Ressourcen und Anreize, bürokratische Konflikte in Hierarchien und Systemkonflikte auf lateraler Ebene, insbesondere der funktionalen Koordination von Handlungen. Für *Pondy (1967, 304)* sind daher institutionelle Regelungen letztlich Konfliktlösungsmechanismen.[1] Dass überhaupt ein Korporationsertrag entsteht, den es zu verteilen gilt, kann u.a. über den höheren Output durch Teamproduktion (*Alchian/Demsetz (1972)*) oder durch vermiedene Transaktionskosten[2] (*Coase (1937), Williamson (1975/1985*) begründet werden. Im später gewählten Produktionsmodell wird das erste Argument, das der „cooperative production"[3] bemüht und nur ergänzend auf transaktionskostentheoretische Aspekte der Problemstellung hingewiesen.

Der wesentliche Unterschied zwischen dem Modell des korporativen Akteurs und marktlichen Austauschmodellen liegt also in der Koordination der Handlungen nicht durch dezentrale, marktliche Mechanismen, sondern durch „ein soziales Arrangement"[4]. Auch bei *Luhmann (1964, 288/340)* findet sich die Differenzierung von Markt und Organisation und zwar teils in dieser Begrifflichkeit und teils in (wie *Luhmann* würde sagen) ‚Kommunikationseinheiten' der Systemtheorie als „Tauschsysteme" und „kooperative Systeme".

---

[1] „systems for internal resource allocation are administrative devices for the resolution of interest group conflicts". Ganz ähnlich argumentieren *Crozier/Friedberg (1976, 4)*: „Organization is a way to solve the otherwise impossible problem of aggregating interests whose contradictory pursuit would otherwise ruin all the participants."
[2] Etwa Kosten der Vertragsanbahnung, des Vertragsabschlusses und der Vertragsdurchsetzung.
[3] Siehe *Alchian/Demsetz (1972, 777)*.
[4] Siehe *Vanberg (1982, 72)*. Vgl. ausführlich auch bei *Coleman (1994, 71ff.)*.

Ekehs (1974, 50ff.) spricht in diesem Zusammenhang von den zwei Traditionen des sozialen Austauschs als „restricted exchange“ (auf zwei Parteien beschränkte Reziprozitätsbeziehungen) einerseits und „generalized exchange“ andererseits. Letzterer ist dadurch gekennzeichnet, dass eine „integrated interaction“ zwischen den Akteuren vorliegt, in der die Beteiligten Ressourcen in einen gemeinsamen Pool einbringen, Rechte und Pflichte regeln und die Erträge der Gruppe verteilen. Ähnlich argumentiert *Emerson (1969)* der zwischen „simple exchange relations“ und „productive exchange relations“ unterscheidet. Zwar können auch Netzwerke aus einfachen Austauschbeziehungen bestehen, sie existieren jedoch unter anderen Handlungsbedingungen als die durch Ressourcenzusammenlegung entstehenden produktiven Austauschbeziehungen, die gewöhnlich als Organisationen bezeichnet werden. Die Frage nach den grundlegenden Unterschieden marktlicher und organisationaler Koordination ist auch Gegenstand der Sozialanthropologie. So bezeichnet *Sahlin (1965, 141)*[1] die Typen ökonomischer Transaktionen als wechselseitige Prozesse des Tauschs „reciprocity“ oder „between relation“ einerseits bzw. als zentralisierte Prozesse des ‚Zusammenlegens und Wiederverteilens‘ als „pooling“ bzw. „within relation“ anderseits. *Barth (1966, 4 u. 24)* unterscheidet zwischen „transaction“ (durch Reziprozität charakterisierte Prozesse) einerseits und „incorporation“ (Interessengemeinschaften von Personen mit gemeinsamen Rechten) andererseits.
Die Nähe der Theorie des korporativen Akteurs zu personalwirtschaftlichen Themen und letztlich zu den Inhalten dieser Arbeit wird gerade an diesen Fragestellungen der Verwendung der eingebrachten Ressourcen und die Verteilung der resultierenden Erträge deutlich. Denn die Ressourcenausstattung des einzelnen Akteurs ist begrenzt und, da korporative Akteure aus einer endlichen Menge einzelner Akteure bestehen und der Erwerb von Ressourcen – beispielsweise Qualifikation – für den einzelnen Akteur nicht kostenfrei ist, ist auch der korporative Akteur dem Wirtschaften mit knappen Ressourcen unterworfen. Wie *Vanberg (1982, 10f.)* betont, verfügen die individuellen Akteure über Ressourcenbündel, die eine Wahl zwischen „konkurrierenden Einsatzmöglichkeiten“ erfordern, also ähnlich dem, was in Teil D. als funktionale Flexibilität in den Mittelpunkt der Betrachtungen rückt:

> „Im Hintergrund des Modells der Ressourcenzusammenlegung steht die Idee, dass man den einzelnen Akteur als Inhaber eines spezifischen Bündels von Ressourcen betrachten und sein Handeln als den Einsatz oder die Verwendung bestimmter Teile seiner Ressourcenausstattung interpretieren kann.“

Der Ressourcenbegriff kann dabei weit gefasst sein. Recht konventionell definiert ihn *Vanberg (1982, 10):* „Der Ressourcenbegriff umfasst materielle ebenso nichtmaterielle Güter, übertragbare Mittel ebenso wie unveräußerliche, personengebundene Fähigkeiten und Fertigkeiten.“

---

[1] Zitiert nach *Vanberg (1982, 78f.)*.

Interessanter und im Sinne der hier betrachteten Problemstellung zielführender erscheinen dagegen die folgenden Abgrenzungen. So beziehen sich *Stolte/Emerson (1977, 119)* in ihrer Definition auf „die Fähigkeit, eine bewertete Handlungsweise auszuführen“,[1] was der hier vertretenen Auffassung von Qualifikation und der daraus erwachsenden funktionalen Flexibilität im Sinne einer ökonomisch verwertbaren Ressource sehr nahe kommt. Der Bewertungsaspekt findet sich auch bei *Albert (1978, 65f.)*: „Die Ausstattung einer Person mit knappen Gütern – einschließlich ihrer Fähigkeiten, ihrer Arbeitskraft u.s.w. – bestimmt ihre Handlungsmöglichkeiten, die im Hinblick auf ihre Ziele bewertet werden.“ Es kann also durchaus ‚wertlose‘ Ressourcen geben, wenn beispielsweise eine Arbeitskraft ihre Fähigkeiten nicht verwerten kann bzw. will (mangels Nachfrage oder mangels knapper Zeit) oder keinen sonstigen ‚Nutzen‘ (z.B. Arbeitsfreude) aus der Anwendung dieser Fähigkeit zieht. Genau dieses Kriterium der ökonomischen Verwertung wurde bereits einleitend als Voraussetzung an die Entlohnung von funktionaler Flexibilität geknüpft.
Wovon in dieser Arbeit abstrahiert wird, ist das, was *Doeringer/Piore (1971, 15)* als „critical skills“ bezeichnen und was in der Literatur häufig unter dem wenig operationalen, weil interpretationsoffenen Begriff der „Teamfähigkeit“ diskutiert wird.[2] *Doeringer/Piore (1971, 15f. u. 27)* argumentieren, dass die Arbeit in Teams oft die Fähigkeit verlangt, sich auf die Persönlichkeiten der anderen Gruppenmitglieder einzustellen, Gruppennormen zu identifizieren und einzuhalten. Aufgrund der unterstellten gelösten Wirksamkeitsthematik wird dieser Aspekt nicht weiter vertieft.

Hinsichtlich des Problems der Ressourcenverwendung durch den einzelnen Akteur sind sich Modelle kollektiven Handelns, sowohl ökonomischer, soziologischer oder politologischer Provenienz regelmäßig dessen bewusst, was stellvertretend *Doralt (2005, 71)* als „collective action dilemma“ bezeichnet,[3] nämlich der individuellen Leitungszurückhaltung (und dadurch möglicher Vermeidung von Arbeitsleid) bei gleichzeitiger Partizipation am (hierdurch lediglich marginal reduzierten) Kollektivergebnis. Diese in der Literatur unzählig diskutierte Extension von *Tucker*s Gefangenendilemma[4] auf große Organisationen[5]

---

[1] Ganz ähnlich unterscheidet *Penrose (1995, 25)* wischen *„resources“* and *„services“*:
„it is never resources themselves that are the ‚inputs‘ in the production process, but only the services that the resources can render (…) The important distinction between resources and services is not their relative durability; rather it lies in the fact that the resources consist of a bundle of potential services and can, for the most part, independently of their use, while services cannot be so defined.“

[2] „(…) the ability to operate effectively within the given members of a team (…) dependent upon the interaction of the personalities of the members.“

[3] Vgl. auch bei *Buchanan (1977, 161)* u.v.a.m.

[4] Zur Urheberschaft *Luce/Raiffa (1957, 94)*, *Morgenstern (1963, 115)*, *Aumann (1991, 467)*.

[5] Vgl. stellvertretend *Olson (1965, 22ff.)*.

und die ebenso umfangreiche Literatur zur Überwindung dieser Problematik in der Vertragstheorie[1], soll hier ebenso wenig vertieft werden, wie die Ergebnisse zahlreicher experimenteller Studien[2], die in solchen Situationen keine Defektion vom sozial erwünschten Verhalten erkennen lassen, wie auch die theoretischen Konzepte, die versuchen, solch ‚kooperatives' Verhalten zu rationalisieren.[3]

Das von *Williamson* propagierte ‚worst case'-Paradigma des opportunistischen Organisationsmitglieds[4] und die weitverbreitete Ansicht, dass weder informelle Gruppennormen hinsichtlich des Sozial- und Leistungsverhaltens[5] noch das individuelle Interesse aller Beteiligten an der Erstellung des Kollektivgutes ausreichen, um die Zurückhaltung von Leistungsbeiträgen zu vermeiden, haben sowohl im Rahmen der Neuen Institutionenökonomik als auch der Neuen Politischen Ökonomie dazu geführt, dass die Setzung von „selektiven Anreizen"[6] zur Einhaltung erwünschter Verhaltensweisen zur dominierenden Fragestellung erhoben wurde. Sind die Leistungsbeiträge der einzelnen Mitglieder nicht vertraglich fixierbar und nicht zuverlässig feststellbar, dann hängt die Produktivität eines korporativen Akteurs davon ab, wie gut es gelingt, über ein Anreizsystem eine Verknüpfung zwischen der individuellen Produktivität eines Mitglieds und seiner Belohnung herzustellen.[7] Nicht zuletzt seit der Betonung des Opportunismus als Verhaltensparadigma und dessen Ausleuchtung in verschiedenen Szenarien asymmetrischer Informationsverteilung in der Vertragstheorie ist die Frage der Fixierbarkeit und Kontrollierbarkeit der Leistungsbeiträge nicht nur in der Ökonomie, sondern in vielen Bereichen der Sozialwissenschaften Diskussionsgegenstand. Daneben wird aber auch das Problem des „social loafing", der unbewussten, also nicht ‚bösartigen' Leistungszurückhaltung diskutiert.[8]

In der Theorie des korporativen Akteurs geht Coleman dagegen von stabilen Leistungsbeiträgen der Akteure aus, die sich allerdings nicht wie häufig im Rahmen sozialer Dilemmata auf niedrigstem Niveau einpendeln. So argumentiert auch *Vanberg (1982, 48)*: „Interaktions- oder Austauschprozesse erscheinen

---

[1] Zur Übersicht *Doralt (2005, 17ff.)*.
[2] Vgl. *Rapoport/Chammah (1970)*.
[3] Vgl. in aller Ausführlichkeit bei *Axelrod (1988), Varoufakis (1991)*.
[4] Ausführlich *Williamson (1985, 30ff.)*. *Sadowski/Pull/ Schneider (1998, 4)* sprechen von „extremer Karikatur der Opportunismusannahme". Siehe auch bei *Kreps (1990, 757)*.
[5] Vgl. statt vieler sei *Olson (1965, 62)*: „In general, social pressure and social incentives operate only in groups of smaller size, in groups so small that the members have face-to-face contact to one another." Vgl. ausführlich bei *Kandel/Lazear (1992)*.
[6] Siehe *Olson (1965, 50)*.
[7] Vgl. *Alchian/Demsetz (1972, 779/1974, 305)*. Dass dies nicht immer möglich ist, zeigt *Holmstrøm (1982)*.
[8] Vgl. zu diesem Phänomen bei *Erez/Somach (1996)*, *George (1992)*, *Karau/Williams (1993/1997)*, *Williams/Karau (1991)*.

demnach als Prozesse wechselseitiger Verhaltensbeeinflussung und Verhaltenssteuerung, in denen die Akteure sich in ihrem Verhalten gegenseitig kontrollieren und aneinander anpassen.“ Dass dieser Prozess der Etablierung von Leitungsstandards als einer Art ‚Normleistung‘ nicht nur ein akademisches Desideratum zur Abkürzung der Leistungsbeitragsdebatte darstellt, sondern realen Phänomenen entspricht, hat sich seit *Mayos* ‚Hawthorne-Experimenten‘[1] wiederholt bestätigt. Dennoch betont *Williamson (1985, 17f./23ff./44ff.)* im Vergleich des transaktionskostentheoretischen Ansatzes mit anderen Theorien der Unternehmung dessen Überlegenheit aufgrund der getroffenen Verhaltensannahmen, insbesondere des Opportunismus. Dass die Problematik der Leistungsbeiträge in anderen personalwirtschaftlich einschlägigen Ansätzen, wie etwa der bereits erwähnten Human Relations Bewegung[2] oder der Stewardship-Theorie[3], aber auch aus Sicht individueller Wachstumsbedürfnisse[4] unter völlig anderen Vorzeichen diskutiert wird,[5] soll als Hinweis darauf genügen, dass die Annahme von ‚Arbeitsleid‘ genauso plausibel oder willkürlich erscheinen kann wie die Unterstellung von ‚Arbeitsfreude‘[6], was sich beispielsweise in der Debatte um die Verdrängung intrinsischer Motivation durch extrinsische, insbesondere monetäre Anreize manifestiert.[7] Auch *Kossbiel (2004a)* weist analytisch und experimentell Arbeitsfreude und Arbeitsindifferenz ausdrückende Nutzenfunktionen nach. *Coleman (1994, 353ff.)* kontrastiert das Trittbrettfahrerproblem bewusst pointiert mit einer „Theorie des Übereifers“ (durch den ähnlicher Schaden angerichtet werden kann wie durch Leistungszurückhaltung). Nun ist die Berücksichtigung von nichtmonetärem Nutzenzugewinn durch Anstrengung (also das, was man als Arbeitsfreude bezeichnen könnte), in der Neuen Institutionenökonomik durchaus nicht unbekannt.[8]

---

[1] Vgl. *Mayo (1933)*. Vgl. auch bei *Trahair (2005)*, *Bruce (2006)*.

[2] Kritisch zu den Erkenntnissen der Human Relations Bewegung und zum Einfluss der Arbeitsgestaltung auf die Produktivität *Williamson (1985, 268ff.)*.

[3] Vgl. bei *Davis/Schoorman/Donaldson (1997)*.

[4] Vgl. hierzu ausführlich die Diskussion bei *Alderfer (1972, 132ff.)*.

[5] Es sei auf Phänomene wie den „mere presence“-Effekt [*Ferris et al. (1978, 339ff.)*], den *Köhler*-Effekt [*Köhler (1927)*], den „social compensation“-Effekt [*Williams/Karau (1991, 571ff.)*] oder den „social labouring“-Effekt [*Worchel et al. (1995, 1095ff.)*] verwiesen.

[6] Vgl. hierzu den Hinweis bei *Kossbiel (2001c, 1427)*, Ähnlich *Erez/Somech (1996, 1513)*: “Is group productivity loss the rule or the expectation?” Man denke beispielsweise an das intrinsische Motivationspotential der Bearbeitung sinnhafter, ganzheitlicher Aufgaben oder der Nutzung vielfältiger Fähigkeiten („skill variety“) bei *Hackman/Oldham (1981, insb. 78*).

[7] Vgl. zur Übersicht *Frey/Jegen (2001)*.

[8] Als prominentes Beispiel kann der Ansatz von *Holmstrøm/Milgrom (1991)* angeführt werden, die einen nutzenmindernden Einfluss der Arbeitsanstrengung erst ab einem bestimmten Niveau bei zuvor nutzenstiftender Wirkung unterstellen. Dies ist in ein ‚multi-tasking‘-Problem eingebettet und führt zum Ergebnis, dass u.U. ein Zeitlohn einer Lohndifferenzierung nach Leistungskriterien vorzuziehen ist; vgl. *Holmstrøm/Milgrom (1991, 26)*

Insofern mag sich die bereits eingeführte Annahme, das Wirksamkeitsproblem als gelöst und Arbeitsneutralität zu unterstellen (was es ermöglicht, mit gegebenen einheitlichen Produktivitäten der Arbeitskräfte zu operieren), auf die eine oder andere Weise abwandeln lassen.

Betrachtet man das Verhältnis der Ressourcenausstattung des Unternehmens und des Absatzmarktes, so lässt sich dies durch zwei grundsätzliche Ausrichtungen kennzeichnen:

(1) Die Orientierung an den Bedingungen des Absatzmarktes, denen die Strukturen (Organisationsstrukturen, Personalstrukturen, etc.) des Unternehmens anzupassen sind. *Chandler (1962, 14)* bezeichnet diese auf *Bain (1956)* zurückgehende Ausrichtung des Unternehmens mit *„structure follows strategy"*. Auf der Grundlage einer solchen grundsätzlichen Orientierung des Unternehmens können unterschiedliche Strategien formuliert werden. Als Beispiel identifiziert *Porter (1980, 35/1985, 11)* im Rahmen des marktorientierten Ansatzes die drei Grundstrategien Kostenführerschaft, Differenzierung des Leistungsprogramms und die Konzentration auf Schwerpunkte.

(2) Die Orientierung an den vorhandenen Ressourcen der Unternehmung, z.B. des vorhandenen Personals respektive an den auf den Beschaffungsmärkten herrschenden Bedingungen. Diese Ausrichtung der Unternehmung lässt sich mit *„strategy follows structure"* charakterisieren. Die Erschließung neuer und Nutzung vorhandener Ressourcen bildet hier den Ausgangspunkt der Leistungserstellung der Unternehmung (*Prahalad/Hamel (1990), Barney (1991), Grant (1991)*), eine Sichtweise, die in der Literatur als *„Resource Based View"* (RBV) bzw. *„Ressourcenbasierter Ansatz"* bezeichnet wird.

Im Rahmen der Organisationsforschung wird der RBV insofern als eine Gegenposition zu institutionenökonomischen Ansätzen gekennzeichnet, als diese Sichtweise zugleich eine Abkehr von zentralen Annahmen der Institutionenökomie, wie beispielsweise opportunistischem Handeln, propagiert.[1]

In Teil D. dieser Arbeit gehen wir von gegebenen personellen Ressourcen des Unternehmens aus. Zugleich unterstellen wir keine Restriktionen auf Seiten des Absatzmarktes. Wir treffen diese Annahme, um dem Modell ausreichend Freiheitsgrade zu ermöglichen, zumal die Ausrichtung der Unternehmung nach dem Prinzip „strategy follows structure" wenig sinnvoll erscheint, wenn kaum Möglichkeiten der marktlichen Verwertung des mit den vorhandenen Ressourcen erstellbaren Leistungsprogramms existieren.[2] Die Beschränkungen der Leistungserstellung bzw. des Erfolgs der Unternehmung sollen in dieser Arbeit also ausschließlich auf der Knappheit der vorhandenen Ressourcen beruhen, wobei eine Konzentration auf die personellen Ressourcen des Unternehmens erfolgt.

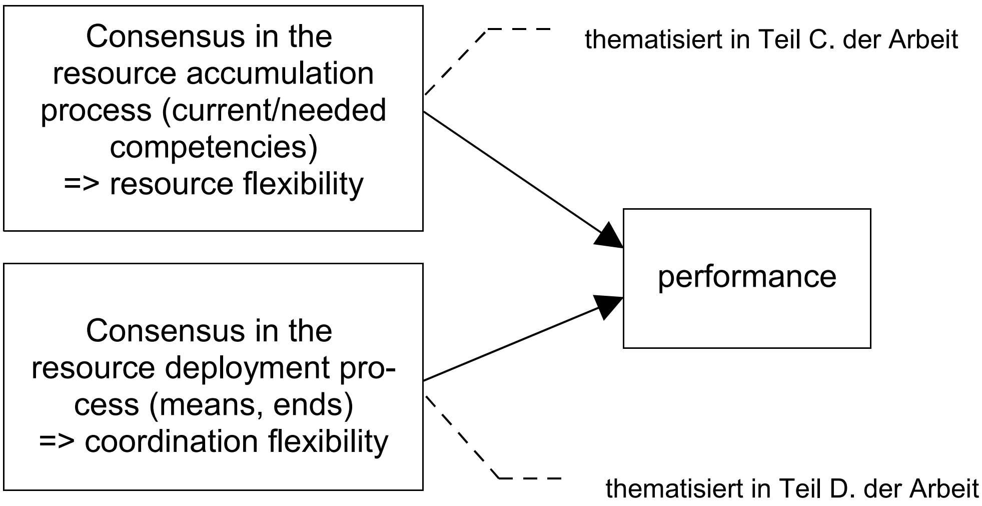
---

[1] Vgl. ausführlich bei *zu Knyphausen (1993)*, *Barney/Hesterley (1996).* Vgl. auch bei *Williamson (1975, 7f.)*.

[2] Vgl. hierzu bei *Gerhart (2005)*, *Stavrou/Brewster (2005)*.

Die im Teil D. geltende Annahme gegebener Personalausstattungen lässt sich vor dem Hintergrund des im RBV unterstellten Ressourcenbegriffs rechtfertigen, der gerade von zumindest zeitweilig gegebenen Faktorausstattungen ausgeht. [1]
Die Unterscheidung in tangible und intangible Ressourcen konkretisiert sich nach *Barney/Hesterley (1996)* in physischen Ressorcen, die als tangibel charakterisiert sind einerseits sowie u.a. in den finanziellen Ressourcen und den in dieser Arbeit relevanten Humanressourcen andererseits. Dabei werden im RBV zwei in dieser Arbeit besonders bedeutsame Eigenschaften von Humanressourcen hervorgehoben. Nach *Grant (1998)* zeichnen sich Humanressourcen aus Sicht des RBV auf der Individualebene u.a. durch Anpassungsfähigkeit und auf der Kollektivebene durch Teameffekte aus. Der erste Aspekt wird ausführlich bei der Diskussion der funktionalen Flexibilität von Arbeitskräften behandelt, der zweite Aspekt im Rahmen der Integration der funktionalen Flexibilität in produktionstheoretischen Modellen diskutiert. Da im Fall der Humanressourcen diese nicht unmittelbar, sondern letztlich deren Fähigkeiten und Fertigkeiten genutzt werden, erweitern *Lado/Boyd/Wright (1992)* und *Lado/Wilson (1994)* den RBV zum „Competency Based View“ (CBV). Den Zusammenhang zwischen der Ressourcenaquisition, der Ressourcenflexibilität, einer Verständigung über den Einsatz der Ressourcen und dem ökonomischen Erfolg im CBV illustrieren *Kellermanns/Floyd (2005, 58ff.)* wie folgt:[2]

Abbildung A.B.I.2.: Voraussetzungen des ökonomischen Erfolgs gemäß des CBV



[1] So etwa *Wernerfelt (1984)*: „More formally, firm's resources at a given time could be defined as those (tangible and intangible) assets which are tied semipermanently to the firm…“.
[2] Ähnlich argumentiert auch *Freiling (2004, 34f.)*: „The emergence of a firm can be regarded as a try to make use of the opportunities, a division of work offers. Individuals are equipped with specific knowledge, skills and motivation in an interpersonal comparision. They will pool their inputs by making use of the firm as an institution (…). In compentence-based terms, competences are nothing else but inter-personal patterns of action which rest upon the division of work and which support a goal-oriented social interaction of persons in a non-random manner.“

Diese Darstellung verdeutlicht nochmals eine zentrale Fragestellung des Teils D. der Arbeit: Ohne einen Konsens hinsichtlich der (optimalen) Verwendung der (flexiblen) Ressourcen des korporativen Akteurs kann kein ökonomischer Erfolg erzielt werden, der unter den Mitgliedern verteilt werden kann. Ergänzt man diese beiden Aspekte um die eigentliche Verteilungsproblematik des Korporationsertrags, so gelangt man zu den beiden eingangs des Kapitels dargelegten zentralen Problemstellungen korporativer Akteure.

Um die strittigen Punkte der Leistungsbeiträge der Mitglieder, der Disposition über den Ressourcenpool und die Verteilung des ökonomischen Erfolges zu regeln, besteht die Erfordernis eines „Gesellschaftsvertrags" (*Buchanan (1975, 36)*/*Coleman (1991, 67f./1992, 5ff./1994, 9ff.)*). Im Modell der Ressourcenzusammenlegung betrifft dies konkret[1]

- die Abtretung von Verfügungsrechten über individuelle Ressourcen,
- die Verhaltensbindung, sprich die Verpflichtung, der gemeinsamen oder delegierten Entscheidung über die Ressourcenverwendung nachzukommen und
- die Aufteilung des Korporationsertrags.

Ganz ähnlich identifiziert *March (1990, 126)* als Aufgaben der Unternehmensleitung die Bildung einer gewinnmaximalen Koalitionsstruktur und einer effizienten Auszahlungsstruktur an die Koalitionsteilnehmer, also genau jene Fragestellungen, denen in dieser Arbeit nachgegangen wird. Auch *Barnard (1970, 59ff.)* unterscheidet hinsichtlich der Leistungserstellungs- und Verteilungsproblematik zwischen der Effektivität und der Effizienz einer Organisation. Letztere beschreibt dort die Möglichkeit, durch Anreize die Teilnahme der Beteiligten aufrecht zu erhalten. Dabei betont *Barnard*, dass die Effizienz nicht nur von der Art und vom Umfang der gewählten Anreize abhängt, sondern vom Verteilungsprozess im korporativen System selbst. *Walton/McKersie (1965, 13)* identifizieren ähnliche Problematiken, allerdings auf einer Ebene der Kollektivverhandlung: „Integrative bargaining is the process by which the parties attempt to increase the size of the joint gain without respect of the division of the payoff. Distributive bargaining is the process by which each party attempts to maximize his own share (...)." Ziel ist eine pareto-effiziente Verteilung des ökonomischen Erfolges, der auf einem optimalen Einsatz der zur Verfügung stehendem Ressourcen beruht.
Auf den letzten Punkt des Gesellschaftsvertrages, die Verteilungsproblematik, wird aufgrund seiner Bedeutung im Teil D. der Arbeit nachfolgend vertiefend eingegangen.

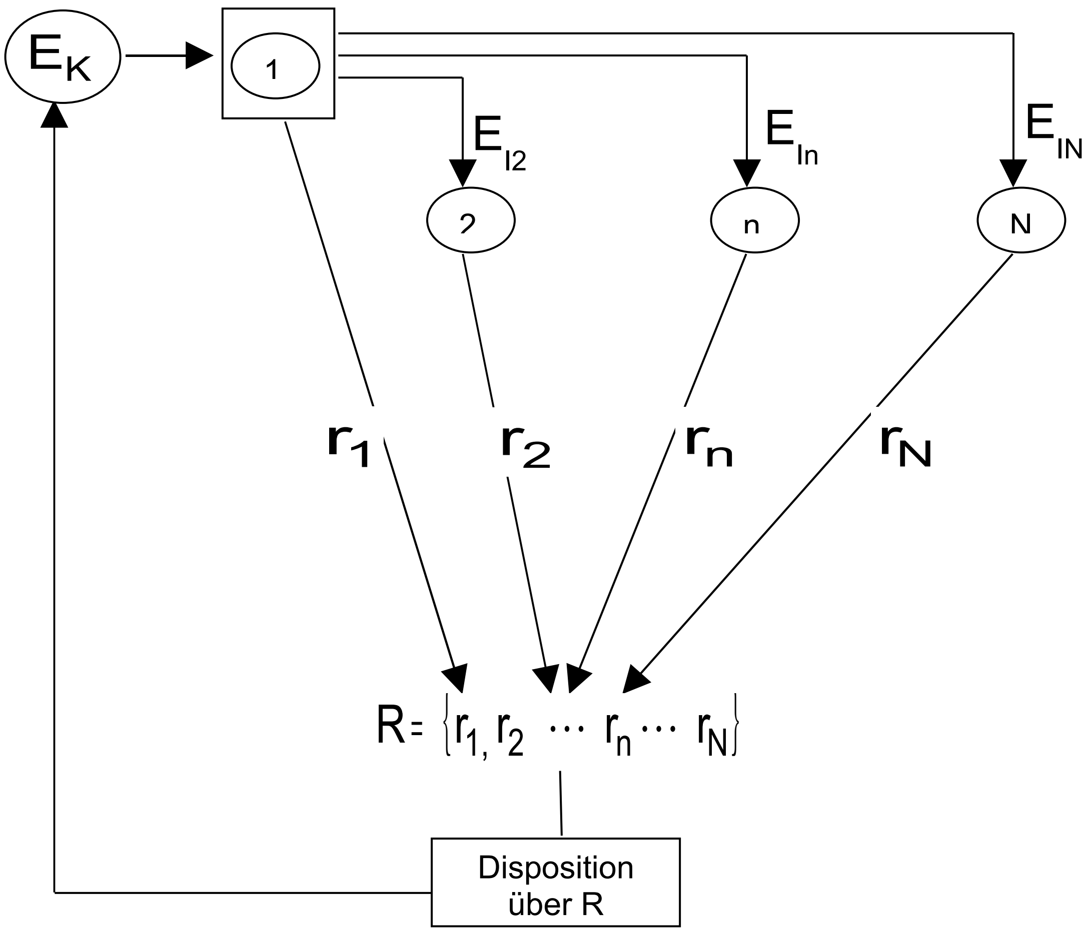
[1] Vgl. *Coleman (1991a, 67f.)*, *Vanberg (1982, 151ff.)*.

2. Zur Verteilung des Koalitionsertrages

In der Theorie des korporativen Akteurs werden zwei grundsätzliche Regelungsmuster hinsichtlich der Allokationsentscheidung über die eingebrachten Ressourcen und die Verteilung des Koalitionsertrag, auch Korporationsertrags genannt, skizziert, die sich als monokratisch-hierarchisch und demokratisch kennzeichnen lassen.[1]

(1) Im ersten Fall wird die Disposition über die Ressourcen einem zentralen Koordinator unterstellt, der nach Zahlung fester Entgelte an die übrigen Ressourceneinbringer das Residuum des Korporationsertrages erhält.

Abbildung A.B.I.3.: Verteilung des Korporationsertrags im monokratisch-hierarchischen Modell[2]

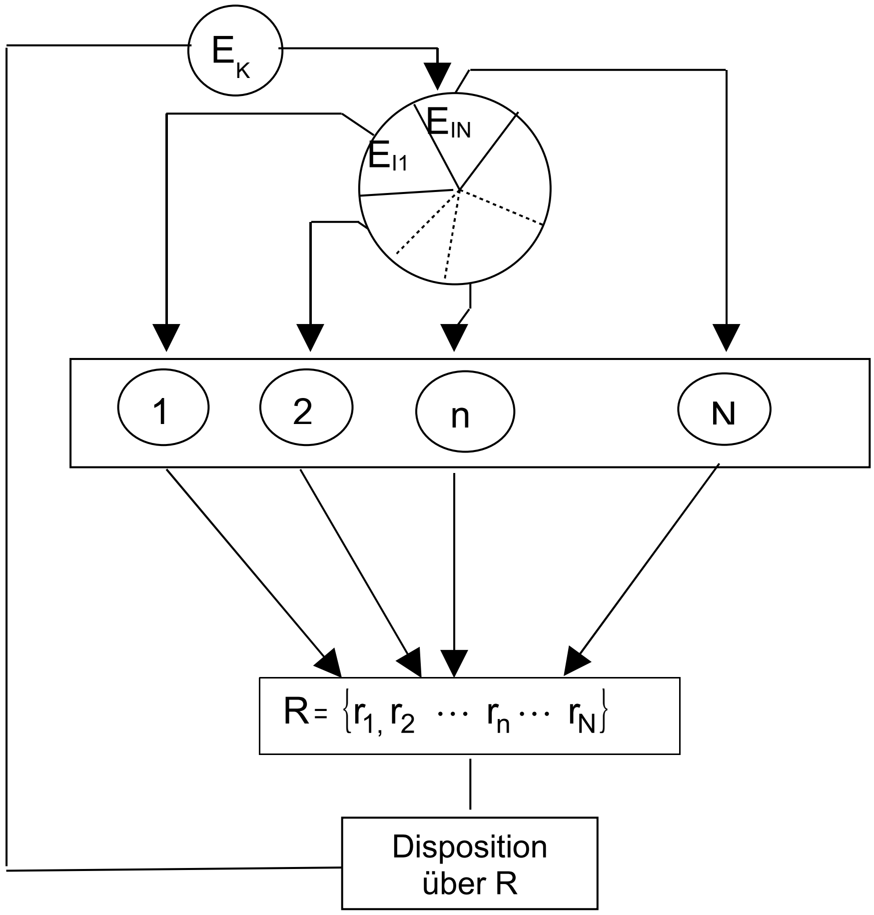


(2) In der zweiten Variante liegt die Entscheidung über den Ressourceneinsatz beim Kollektiv, das auch die Verteilung des Koalitionsertrags beschließen muss. Hier stellt sich die Frage nach der Verfahrensweise:

[1] In Anlehnung an *Vanberg (1982, 18f.)*. Zur Symbolik siehe Abbildung A.B.I.1.
[2] Nach *Vanberg (1982, 20)*.

„Das Verteilungsproblem wird in diesem Fall (explizit oder implizit) durch einen Verteilungsschlüssel geregelt, aufgrund dessen den einzelnen ‚Investoren' bestimmte – vom Ergebnis abhängige – Anteile am Korporationsertrag zugewiesen werden."[1] Die Suche nach einem solchen Verteilungsschlüssel des Koalitionsertrags ist Gegenstand des Teils D. der Arbeit.

Abbildung A.B.I.4.: Verteilung des Korporationsertrags im demokratischen Modell[2]



Laut *Vanberg (1982, 19ff.)* stellen diese beiden Regelungsmuster Idealtypen dar. Es lassen sich durchaus verschiedene Kombinationen aus beiden Regelungsmustern (Verfügungsrechte über den Ressourcenpool, Beteiligung am Korporationsertrag) in einem Unternehmen vorfinden. Auf dieser Grundlage entwickelt *Vanberg (1982, 21f.)* folgendes „Orientierungsraster für die Analyse kooperativer Strukturen".

---

[1] Siehe *Vanberg (1982, 19)*. Zur Symbolik siehe Abbildung A.B.I.1.
[2] Nach *Vanberg (1982, 21)*.

Tabelle T.B.I.1.: Verteilungsregel-Verfügungsrechtkombinationen in Organisationen[1]

		Disposition über den Ressourcenpool	
		(Mit)Verfügungsrecht	kein Verfügungsrecht
Beteiligung am Korporationsertrag	Residualeinkommen	Eigentümer-Unternehmer	Aktionäre
	Kontrakteinkommen	Manager	Angestellte/Agenten

Solche Fragen der Aneignung des Residuums werden in der Institutionenökonomik gewöhnlich über die Verteilung von Verfügungsrechten beantwortet.[2]

- Einen monokratisch-hierarchisch organisierten korporativen Akteur propagieren beispielsweise *Alchian/Demsetz (1972)*. In der Team-Theorie wird die Existenz von Unternehmung über den Produktivitätszuwachs gegenüber individuellen Produktionen begründet. Das Problem besteht, wie bereits in Kapitel B.I.1. ausführlich dargelegt, in dem Anreiz der Leistungszurückhaltung für die Teammitglieder. Daher werden Manager eingestellt, die das Recht zur Überwachung der Teammitglieder und Sanktionierung von deren Verhalten sowie zur Aneignung des Residuums haben: „the monitor earns his residual through reduction in shirking that he brings about“ [3]
- Da in Teil D. der Arbeit eine vollständige Verteilung des ökonomischen Erfolges der Unternehmung auf die beteiligten Arbeitskräfte angestrebt wird, ließe sich die unterstellte Organisation als eine nach dem demokratischen Modell charakterisieren, was in der Literatur auch unter den begriffen „selbstverwaltendes Unternehmen“ oder „labor-managed firm“ behandelt wird. Hier wird in der Beantwortung der Frage „Wer heuert wen an?“ [4] dem Faktor Arbeit die Rolle des Subjekts und dem Faktor Kapital die Rolle des Objekts zugeordnet, womit den Arbeitskräften – der Begriff Arbeitnehmer wäre hier vielleicht unpassend – des selbstverwaltenden Unternehmens das Residuum der Erträge zufällt.

Die Beurteilung, ob selbstverwaltende Unternehmen gegenüber Kapitaleignerunternehmen nachteilige Organisationsformen darstellen, wird in der Literatur kontrovers diskutiert:[5]

---

[1] In Anlehnung an *Vanberg (1982, 21)*. Die Begriffe ‚Eigentümer‘ bzw. ‚Angestellte/Agenten‘ gehen auf *Coleman (1979, 22/84)* zurück. Ähnlich differenziert auch *Knight (1965, 271)*.

[2] Vgl. statt vieler *Hart/Moore (1990)*. Grundlegend zur Theorie der Verfügungsrechte u.a. *Coase (1960), Demsetz (1967)*.

[3] Siehe *Alchian/Demsetz (1972, 782)*.

[4] Vgl. ausführlich bei *Goerke/Holler (1997, 4ff.)*. Danach sind von selbstverwaltenden Unternehmen diejenigen abzugrenzen, bei denen lediglich ein Arbeitnehmerteilhaberschaft („worker's partnership“) besteht.

[5] Vgl. zu verschiedenen Argumenten ausführlich bei *Goerke/Holler (1997)*.

Während *Drèze (1976)* das auf *Samuelson (1957)* zurückgehende sog. Äquivalenz- oder Symmetrieaxiom zeigen konnte, dass die Unerheblichkeit der Unternehmensform für den ökonomischen Erfolg in der *Arrow-Debreu*-Welt nachweist, sehen *Jensen/Meckling (1979)* oder eben *Alchian/Demsetz (1972)* selbstverwaltende Unternehmen aufgrund asymmetrischer Informationsverteilung bei der Kapitalbeschaffung bzw. der internen Steuerung im Nachteil.
Weitaus interessanter für die Problemstellung im zweiten Hauptteil der Arbeit ist jedoch der Hinweis auf die koalitionstheoretischen Betrachtungsweisen, die in der Literatur[1] zur Beschreibung selbstverwaltender Unternehmen herangezogen werden. *Goerke/Holler (1997, 69)* sehen den Vorteil des koalitionstheoretischen Ansatzes darin, dass sich hieraus sowohl die Allokation der Produktionsfaktoren und damit die Entscheidung über das Produktionsprogramm als auch die Verteilung der daraus resultierenden Überschüsse erklären lassen, also genau jene Fragestellungen die in Kapitel B.I.1. angedeutet wurden und in Teil D. der Arbeit behandelt werden sollen.

Vanberg (1982, 162) versteht unter dem Korporationsertrag das gesamte Bündel von Vorteilen, die der korporative Akteur seinen Mitgliedern zuführt. Hier wird ein sehr weiter Ertragsbegriff zugrunde gelegt, wie er sich u.a. auch bei *Homans (1974, 281)* oder *Blau (1964, 36)* findet und damit auch solch schwer bewertbare ‚Güter' wie z.B. soziale Kontakte einschließt, deren Entzug zugleich als Sanktionspotential bei Verstoß eines Mitglieds gegen die Sozialverhaltens- und Leistungsnormen wirkt. Hinsichtlich der Teilnahmeentscheidung trifft das Individuum eine Abwägung zwischen dem Nutzenzuwachs durch die ihm von der Koalition gewährten Anreize und dem Nutzenentgang durch die von ihm zu leistenden Beiträge an die Koalition.[2] Eines der Probleme der Verteilung der Kooperationsrente eines korporativen Akteurs besteht darin, dass der unmittelbare Zusammenhang zwischen den Beiträgen des einzelnen Akteurs und dem ökonomischen Erfolg in der Regel nicht angegeben werden kann. Während in bilateralen Austauschstrukturen auf Märkten, also bei hierarchiefreiem Leistungsaustausch[3], eine direkte Zurechenbarkeit („accountability") der eingebrachten Leistungen und der empfangen Belohnungen vorliegt,[4] also eine „one-to-one-correspondence"[5] zwischen Handlung und Erfolg des Einzelnen festgestellt werden kann, liegen in korporativen Koalitionsstrukturen aufgrund des Ressourcenpoolings und der Delegation von Verfügungsrechten solche Korrespondenzen nicht mehr (eindeutig) vor.

---

[1] Vgl. statt vieler *Aoki (1984)*.
[2] Vgl. *March/Simon (1976, 81-105)*.
[3] Vgl. hierzu etwa *Blau/Scott (1962, 2)*, die Markt und Unternehmen als zwei verschiedenen Organisationsformen deuten und den Markt als „extrem dezentralisierte Organisation" sehen.
[4] Vgl. statt vieler *Ekeh (1974, 51)* oder *Alchian/Demsetz (1974, 304)*.
[5] Siehe *Buchanan/Tullock (1962, 36)*.

Auch *Luhmann* konstatiert, was wir in Kapitel B.I.1. bereits mit Verweis auf die Literatur festgestellt hatten, nämlich dass innerhalb von Organisationen „keine isolierbaren Wechselbeziehungen zwischen einzelnen Mitgliedern“ und damit keine reinen „Tauschverhältnisse“ existieren.[1] Als Konsens kann die Einschätzung in der Literatur gelten, dass sich Verteilungsprozesse innerhalb von Unternehmen nur unzureichend mit wiederholten bzw. parallelen bilateralen Austauschmodellen analysieren lassen.[2] Für die weiteren Überlegungen – etwa die Auswahl des spieltheoretischen Instrumentariums – sind solche Vorüberlegungen bedeutsam, wenn Luhmann bemerkt: „Eine Organisation kann nicht zum Markt gemacht werden.“ Die Erkenntnis, dass Mechanismen zur Verteilung von bilateralen Kooperationsrenten, also das, was *Buchanan (1975, 36)* als „two-party contractual setting“ bezeichnet, nicht auf einen korporativen Akteur mit drei oder mehr Beteiligten angewendet werden können, findet sich beispielsweise auch in koalitionstheoretischen Konzeptionen der Theorie kooperativer *N*-Personen-Spiele wieder.

Seit der Differenzierung durch *Nash (1953, 129)* werden zwei Wege zur Ermittlung einer *Lösung* für Verteilungssituationen diskutiert:

(1) Durch Abbildung des Verhandlungsprozesses im Rahmen eines nichtkooperativen Spiels, in dem die einzelnen Verhandlungsschritte strategische Züge bilden. Die Strategien (ein „vollständiger Verhaltensplan“[3] der Spieler respektive die Strategiekombinationen müssen dabei den Lösungskonzepten dieses Teilgebietes der Spieltheorie, dem Nash-Gleichgewicht[4] und seinen ‚refinements‘[5] genügen. Um im Rahmen eines spieltheoretischen Ansatzes gelöst werden zu können, muss eine Formalisierung und Einschränkung des Verhandlungsprozesses stattfinden, da dieser nicht in allen Facetten erfasst werden kann.

(2) Durch die Etablierung einer axiomatisch fundierten Teilungsregel, wobei die Axiome als ‚selbstverständliche‘ Eigenschaften[6] einer Lösung zu verstehen sind.

Harsanyi (1977, 13ff.) unterscheidet daher die spieltheoretische Verhandlungstheorie in *„bargaining“* und *„arbitration“*, also die Ermittlung einer Verteilung über Verhandlungsmodelle einerseits bzw. über Kompromiss- oder Schiedsrichterlösungen andererseits.

---

[1] Vgl. *Luhmann (1964, 338)*.

[2] Vgl. statt vieler *Buchanan (1975, 19)*, *Vanberg (1982, 35ff.)*. *Crozier/Friedberg (1976, 4)*: „Organization is a way to solve the otherwise impossible problem of aggregating interests whose contradictory pursuit would otherwise ruin all the participants. In order to engage in collective action people have to bargain.”

[3] Siehe *Selten (1965, 310)*.

[4] Vgl. *Nash (1950a)*.

[5] Vgl. *Harsanyi (1967/68)*, *Selten (1965/1975)*.

[6] *Nash (1950, 129)*: „...several properties that would seem natural for the solution to have...“.

Während *Williamson (1975, 75)* aus *deskriptiver Perspektive* die gesuchte Lohnstruktur vermutlich als Ergebnis eines Aushandlungsprozesses darstellen würde[1], wird in dieser Arbeit der aus der Perspektive des angestrebten *Gestaltungsziels* geeignetere Weg der Etablierung einer Kompromisslösung angestrebt. Bemerkenswerterweise kann ausgerechnet aus Sicht der Transaktionskostentheorie der Etablierung einer als ‚vernünftig' anerkannten Verteilungsregel gegenüber Aushandlungsprozessen der Vorzug gegeben werden. Die Existenz einer exakten Verteilungsregel der Erträge birgt für das Unternehmen nämlich den Vorteil der Ersparnis von Transaktionskosten. So bemerkt *Rosen (1993, 81)*: „agreeing on a price (for labor, MK) can be time-consuming and divert time and energy away from production even when it is clear that trade should take place." Greift man das Argument der Transaktionskostentheorie auf, nach dem Unternehmen gerade deshalb existieren, weil sie geringere Kosten verursachen als Markttransaktionen, so mag es ökonomisch sinnvoller erscheinen, eine (dauerhaft) akzeptierte Verteilungsregel zu etablieren, als regelmäßige Verhandlungen über die Aufteilung des Korporationsertrages zu institutionalisieren.
Hinsichtlich der hier gewählten theoretischen Basis der kooperativen Spieltheorie urteilen *March/Simon (1976, 126)* ambivalent bis positiv. So attestieren sie „der Spieltheorie in ihrer ursprünglichen Form" (gemeint ist die noch vorzustellende *von Neumann/Morgenstern*-Lösung), dass sie „hinsichtlich einer genauen Vorhersage des Ergebnisses eines Aushandlungsprozesses (...) genauso unbefriedigend wie die traditionelle Wirtschaftstheorie" sei. Ein besseres Zeugnis stellen *March/Simon (1976, 127)* späteren spieltheoretischen Konzepten aus. Die Suche nach einem ‚gerechten Ergebnis' für die Aufteilung von Koalitionsgewinnen, stellt nach *March/Simon (1976, 126f.)* eine starke Fundierung dieser Lösungsverfahren dar: „Wird das Problem auf diese Art gesehen, so wird es manchmal als das schiedsrichterliche Entscheidungsproblem angesehen, da es den Standpunkt des Schiedsrichters widerspiegelt. Wenn wir außerdem annehmen, daß es allgemeine Fairness-Standards in der Kultur gibt, denen sich die Parteien (...) anpassen müssen, so kann man behaupten, daß Aushandeln implizit ein schiedsrichterliches Verfahren mit den Normen der Gesellschaft darstellt, welche als Mechanismen zur Einhaltung der Fairness dienen. Die besser bekannten Verfahren (gemeint ist der *Shapley*-Wert und andere kooperative Ansätze, MK) zur eindeutigen Vorhersage der Ergebnisse des Aushandelns beinhalten alle eine ‚vernünftige' Definition von Fairneß."[2]
Bezüglich der „Bargaining"-Ansätze, insbesondere der zugrunde liegenden Rationalitätsannahmen äußert sich *Simon (1981, 32-34)* dagegen eher kritisch.[3]

[1] *Williamson (1975, 75)*: „Internal labor market agreements are commonly reached through collective bargaining."
[2] So *Raiffa (1953, 361)*: „the arbiter must seek an imputation from the solution set which satisfies a set of so-called ‚fair' requirements which is dictated by the sociological, economic and political environment in which the game is embedded."
[3] Vgl. auch bei *March/Simon (1976, 1-15/123-159/194f.)*, *Cyert/March (1995, 4-24/155-236)*.

Obwohl sich im Rahmen der neueren institutionenökonomischen Forschung aufgrund der starken Orientierung an Prinzipal-Agenten-Problemen nichtkooperative Gleichgewichtskonzepte als Lösungsinstrumentarium verbreitet haben, finden sich doch stets institutionenökonomische Problemstellungen, die mit Hilfe des Instrumentariums der Theorie kooperativer Spiele bearbeitet werden.[1] *Colman (1982, 256ff.)* sieht den Grund, warum einerseits eine Art von natürlichem Gegensatz von Spieltheorie und ethischen Überlegungen zu bestehen scheint andererseits aber auch insbesondere im Rahmen kooperativer Spiele eine Verknüpfung in Form von Gerechtigkeitsvorstellungen angestrebt wird, in der Verknüpfung von Mittel und Zweck: „Perhaps the major limitation of game theory when applied to ethical problems is that it takes the players' ends as given and examines only the rationality of particular means to achieve these ends; in the terminology of Max Weber it deals only with *Zweckrationalität* to the exclusion of *Wertrationalität*."[2] Genau diesen Mangel versuchen kooperative Verhandlungslösungen zu überwinden, indem sie in einem spieltheoretischen Kontext, der der Analyse von eigeninteressengeleitetem Handeln gewidmet ist, Fragen der Fairness und Gerechtigkeit von Verteilungen aufwerfen.[3]
Wie bereits dargelegt, wird in dieser Arbeit ebenfalls der Weg über die Etablierung einer Lohnstruktur auf Grundlage von Gerechtigkeitspostulaten beschritten. Aufgrund der eingangs erwähnten Werturteilsbehaftung von Gerechtigkeitsvorstellungen sind diese dem ökonomischen Hintergrund der Problemstellung entsprechend - hier der funktionalen Flexibilität von Arbeitskräften im Leistungserstellungsprozesses - zu begründen. Die so fundierte Plausibilität der Lohnstruktur auf der Qualifikationsstruktur des Betriebes soll dem Gerechtigkeitsempfinden der Organisationsmitglieder[4] entgegenkommen und damit helfen, deren Teilnahmeentscheidung aufrecht zu erhalten. Solche Verknüpfungen von ökonomischem Kalkül und Gerechtigkeitsüberlegungen finden sich beispielsweise auch bei *Akerlof (1982, 1984)*. Er argumentiert in seiner „fair wage–effort hypothesis" mit Reziprozitätsnormen in einem sozio-ökonomischen Austauschmodell, wobei vergleichbare Arbeitskräfte im selben Unternehmen eine Art Bezugsgruppe repräsentieren, wie *Akerlof/Yellen (1990, 270)* anführen. Auch *Solow (1990, 9)* betont die Bedeutung des sozialen Vergleichs hinsichtlich der Bewertung der Lohnhöhe.

---

[1] Vgl. z.B. bei *Driessen (1988)*, *Forges/Minelli (2001)*, *Fromen (2004), Gately (1953)*, *Goméz et al. (2003)*, *Hamlen/Hamlen/Tschirhart (1977)*, *Gardner (2003)*, *Hart/Moore (1990)*, *Ichiishi (1988)*, *Jackson (2005)*, *Knörzer(2005a/2007), Kovalenkov/Wooders (2005)*, *Littlechild/ Owen (1973)*, *Littlechild/ Thompson (1977)*, *Shapley (1967b/1968/1969)*, *Shubik (1962)*, *Straffin/Heaney (1981)*, *Suzuki/Nakayama (1976)*, *Williams (1988)*, *van den Nouveland (2005)*, *Young (1988)* u.v.a.m.
[2] Hervorhebungen im Original.
[3] Auf die Ausführungen *Colmans (1982, 254-269)* zu den Verbindungen von Spieltheorie und den Ideen Russells, Kants, Rousseau, Hobbes und Poppers kann hier nur hingewiesen werden. Zur Verknüpfung von Spieltheorie und Philosophie vgl. auch *Braithwaite (1955)*.
[4] So setzt *Solow (1990, 6)* Fairness mit „community standards" gleich.

In Teil D. der Arbeit erfolgt dann, was man in der Diktion von *Simon (1951, 1-11)* als eine Verknüpfung der ‚theory of the firm (F-Theory)' und der ‚theory of the organization (O-Theory)' bezeichnen könnte: Zum einen wird das vergleichsweise triviale Problem des optimalen Produktionsprogramms in einem Unternehmen mit linearer Technologie bei gegebenen Potentialfaktoren betrachtet (F-Theory). Dies bildet aber nur den Hintergrund für das eigentlich abzubildende Problem, nämlich die Verteilung des erwirtschafteten ökonomischen Erfolges unter den Arbeitskräften (O-Theory). Es geht dabei nicht um Gewinnteilungsregeln zwischen ‚Arbeit und Kapital', sondern rein um die Frage, welchen Anteil am Korporationsertrag die einzelnen Arbeitskräfte der Unternehmung erhalten sollen. Wichtig ist hierbei, dass die Entlohnung der Arbeitskräfte unter der Norm - und damit unter Bezug auf das Thema der Arbeit - der *‚Flexibilitätsgerechtigkeit'* und weiteren Gerechtigkeitspostulaten erfolgen soll, die dazu geeignet sind, eine ‚faire' Aufteilung des Korporationsertrages zu gewährleisten und damit positiv auf die Teilnahme-, insbesondere Verbleibensentscheidungen der Arbeitskräfte zu wirken. Vor diesem Hintergrund wird deutlich, inwiefern die von uns betrachteten *„Linear Production Games"* die von *Simon (1951, 1f.)* propagierte Verknüpfung von *F-Theory* und *O-Theory* darstellen:[1] Die Erträge des optimalen, sprich technologisch und ökonomisch effizienten Produktionsprogramms sind als Anreize („inducements") an die Organisationsteilnehmer auszuzahlen, um deren Beiträge („contributions") – auch in Form funktionaler Flexibilität – zur Erzielung des ökonomischen Erfolges zu kompensieren und somit aufrecht zu erhalten.[2] Der Preis des Faktors Arbeit ist in diesen Modellen nicht mehr Datum der Produktionsentscheidung, wie in der klassischen ‚F-Theory', sondern wird selbst Gegenstand eines Entscheidungsproblems.[3] Folgt man diesem Gedankengang und fragt nach einer flexibilitätsgerechten Entlohnung von Arbeitskräften, so wird deutlich, dass man die Flexibilität von Arbeitskräften als einen *Beitrag* zum Unternehmenserfolg verstehen muss, da sonst kein Grund bestünde, dies in Form von *Anreizen* abzugelten.

---

[1] „Both theories are concerned with the behavior of people trying to gain certain ends by the manipulation of variables at their disposal. The problem of ‚optimal', ‚rational', or ‚efficient' behavior with respect to these ends can be formulated as a problem of finding the maximum of some function that is taken as a measure of success in attaining these ends, e.g., in the theory of the firm, finding the output that maximizes profit. Theories of organization have been concerned (…) with whole sets of viable solutions – that is, solutions that permit the survival of the organization."

[2] Vgl. grundlegend zur Anreiz-Beitrags-Theorie bei *Barnard (1936)* sowie *Simon (1947, Kapitel 6)*, *Simon/Smithburg/Thompson (1950, Kapitel 18 u. 23)*, *Simon (1951, Kapitel I.)*

[3] Vgl. *Simon (1951, 4f.)*.

II. Personalwirtschaftliche Grundlagen

1. Die Disposition über Personalpotentiale

1.1. Aufgaben und Entscheidungssituationen der Personalpotentialdispostion

Nachdem bereits einleitend mit der Verfügbarkeits- und Wirksamkeitsthematik die beiden Hauptproblembereiche der Personalwirtschaft angesprochen wurden, wird im Folgenden der erste Komplex entsprechend seiner Bedeutung für die Problemstellungen dieser Arbeit vertieft.
Gegenstand dieses Aufgabenbereichs ist die Herstellung und Sicherung der Verfügbarkeit über Personal, was letztlich der Deckung des Personalbedarfs einer Organisation dient. Dem gegenüber stehen die Instrumente der Personalpotentialdisposition (siehe Abbildung A.A.I.1). Hier werden die bereits eingeführten Maßnahmen der *Personalausstattung* und des *Personaleinsatzes* unterschieden. Erstere umfassen u.a. die Personalbeschaffung, die Personalfreisetzung oder die Statusänderung von Arbeitskräften (z.B. Beförderungen, Änderungskündigungen etc.). Letztere umfassen v.a. den Einsatz von Arbeitskräften im Leistungsprozess des Unternehmens, aber auch die Ausleihe an andere Unternehmen oder die unternehmensseitig veranlasste Weiterbildung von Arbeitskräften.
Wie *Kossbiel (2003, 286)* anmerkt, wäre das Problem der Deckung des Personalbedarfs einer Organisation dann trivial, wenn für jede Bedarfskategorie Arbeitskräfte genau einer Ausstattungskategorie in Betracht kämen. Dem stehen tatsächlich jedoch häufig Situationen gegenüber, in denen zur Deckung einer Personalbedarfskategorie (Tätigkeits- oder Stellenart) Arbeitskräfte mehrerer Personalausstattungskategorien bereitgestellt werden können respektive die Arbeitskräfte einer Personalausstattungskategorie zur Deckung mehrerer Faktorbedarfe eingesetzt werden können. Gleichzeitig manifestieren sich in den unterschiedlichen Allokationsmöglichkeiten von Arbeitskräften zu Aufgaben der betrieblichen Leistungserstellung zwei weitere zentrale Aspekte dieser Arbeit.

(1) Zum einen die „Scharnier-“[1] und „Bindegliedsfunktion“[2] des Personaleinsatzes zwischen Faktorausstattungen und Faktorbedarfen als zwei Seiten des Verfügbarkeitsproblems. Der Personaleinsatz steht damit im Mittelpunkt des Allokationsproblems, das sich im Rahmen der Personalwirtschaft u.a. in der Zuordnung von Arbeitskräften zu Tätigkeiten oder organisatorischen Einheiten manifestiert.[3] In Hinblick auf die Problemstellungen der Arbeit lässt sich dies wie in den Abbildungen A.B.II.1a und A.B.II.1b illustrieren:

[1] Siehe *Muche (2005, 110).*
[2] Siehe *Kossbiel (1992b, 1654).*
[3] Vgl. *Kossbiel (1992b, 1654), Kräkel (1997, 104f.).*

Abbildung A.B.II.1a.:
Problemstellung der Arbeit bei gegebenen Faktorbedarfen

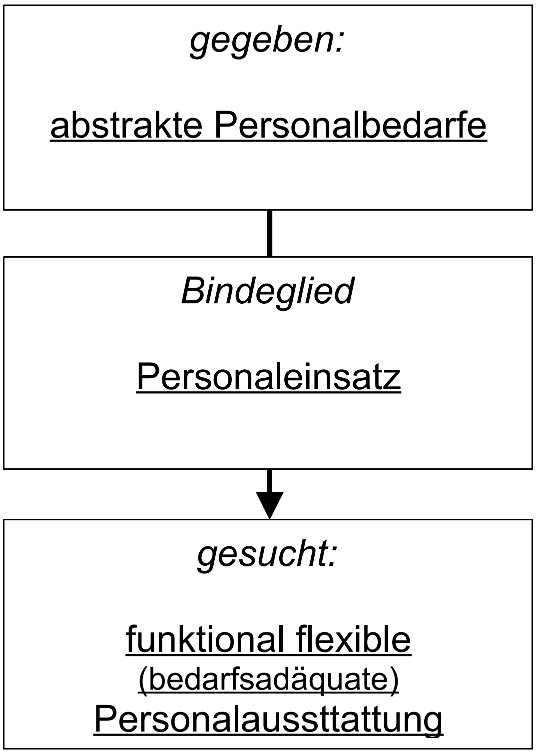
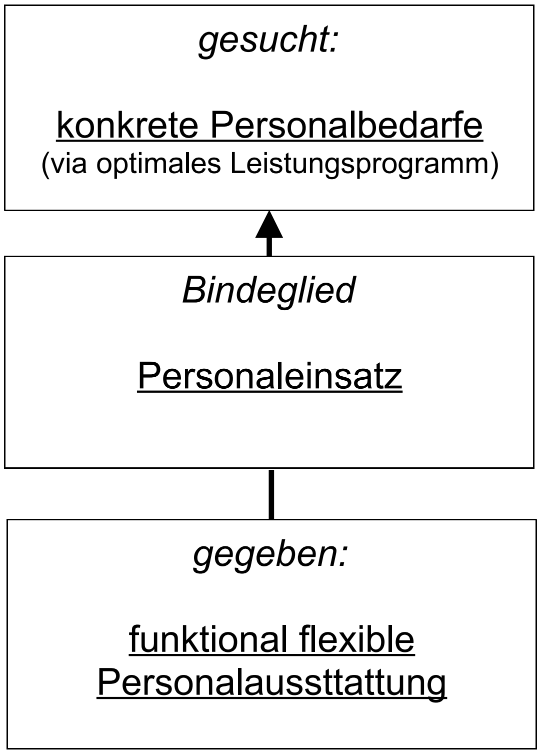


Abbildung A.B.II.1b.:
Problemstellung der Arbeit bei gegebenen Faktorausstattungen



(2) Zum anderen das Kernproblem der Festlegung der Personalsegmente nach der Menge der von den Arbeitskräften dieser Segmente bedienbaren Personalbedarfe, in denen sich deren funktionale Flexibilität konkretisiert. Da die Verwendungsmöglichkeiten des „Leistungsfaktors menschliche Arbeitskraft“[1] fundamental von der Qualifikation abhängen, spricht man in diesem Zusammenhang auch von der Qualifikationsstruktur des Personals. Auf Fragen der Strukturierung von Personalausstattungen wird im nächsten Kapitel ausführlich eingegangen.

Hinsichtlich der Lösung personalwirtschaftlicher Verfügbarkeitsprobleme beurteilt *Kossbiel (2001a, 286)* solche Zuordnungsmehrdeutigkeiten ambivalent: Einerseits schaffe dies größere Handlungsspielräume und erleichtere damit substantiell die Problemlösung, andererseits erhöhe sich die Komplexität des Problems, was den Einsatz quantitativer Entscheidungsmodelle nötig mache, die im Folgenden näher vorgestellt werden.

---

[1] Siehe *Muche/Spengler (1995a, 1/ 1995b, 1).*

Diese Entscheidungssituationen sind letztlich dadurch gekennzeichnet, dass eine Allokation von Faktorausstattungen zu Faktorbedarfen vorzunehmen ist, und zwar derart, dass die Faktorbedarfe vollständig gedeckt oder die Faktorausstattungen bestmöglich genutzt werden. So identifiziert *Verhoeven (1982, 2)* als Aufgabenstellung der Personalplanung: „In most interpretations (on corporate manpower planning found in previous literature) the interests of the organization are considered, namely, the matching of personnel supply and demand.“ Auch andere Autoren betonen stark bis ausschließlich die Zuordnungsproblematik im Rahmen der Personalplanung. Stellvertretend seien hier *Vajda (1970, 8)* („manpower planning is concerned with arranging for the necessary number of suitable people to be allocated to various jobs“) und *Bowey (1977, 423)* („manpower planning is a strategy for matching future numbers and skills with organizational activities“) angeführt. Kontrastiert man diese Abgrenzungen mit den zuvor skizzierten Problemstellungen, so lässt sich erkennen, dass diese Auslegungen der Vielfalt von Entscheidungssituationen der Personalpotentialdisposition nicht gerecht werden.

Legt man die „Kardinalbegriffe“[1] *Personalbedarf*, *Personaleinsatz* und *Personalausstattung* zugrunde, so besteht die Aufgabe der Personalplanung darin, diese drei Teilbereiche „unter Beachtung der für den Personalbereich geltenden Restriktionen und der zwischen dem Personalbereich und den übrigen betrieblichen Planungsbereichen bestehenden Interdependenzen so aufeinander abzustimmen, dass die für den Gesamtbetrieb formulierten Ziele so vollkommen wie möglich erreicht werden“.[2] Daraus ergeben sich $(3\text{-}1)^2=4$ Datum-Variablen-Kombinationen dieser drei Teilbereiche und somit denkbare Entscheidungssituationen, da der Personaleinsatz niemals als Datum in die Personalplanung eingehen kann. Ausgehend von gegebenen Personalbedarfen (wie in Teil C. dieser Arbeit), spricht man von isolierter Personalplanung, da der Personalbedarf über seine Determinante ‚Leistungsprogramm‘ die Verbindung zu den übrigen betrieblichen Teilbereichen – etwa dem Produktions- oder Absatzbereich – herstellt. Dagegen ist die Rede von integrierter Personalplanung, wenn die Personalbedarfe Gegenstand der Entscheidung sind (wie in Teil D. dieser Arbeit). Bei der isolierten Planung bildet der Personalbedarf ein Datum, bei der integrierten Planung ist er Gegenstand der Entscheidung.[3]

Eine andere Differenzierung spricht von sukzessiver Personalplanung, wenn der Personalbedarf und/oder die Personalausstattung Datum der Personalplanung

---

[1] Siehe *Muche/Spengler (1995a, 4)*.

[2] Siehe *Kossbiel (1975, 1616)*. Vgl. auch *Kossbiel (1970, 49/1988, 1105/1998, 289)*. Wie einleitend bereits erwähnt, werden in dieser Arbeit ausschließlich Probleme der kollektiven Personalplanung, die sich stets mit Personenmehrheiten befasst, verfolgt. Fragestellungen der individuellen Personalplanung, wie etwa der Laufbahnplanung, werden außer Acht gelassen. Vgl. zu dieser Unterscheidung auch den Hinweis in Kapitel A.I.1..

[3] Vgl. *Kochen (1979, 9)*. Zum Begriff der integrierten Planung vgl. ausführlich auch bei *Mellwig (1979b)*.

sind, werden alle drei Teilbereiche simultan geplant, so charakterisiert dies die Entscheidungsmodelle.[1]

Die Entscheidungssituationen der Personalpotentialdisposition lassen sich wie in folgender Tabelle einordnen:

Tabelle T.B.II.1: Situationen und Integrationsgrad von Entscheidungsmodellen im Rahmen der Personalpotentialdisposition

	sukzessiv	simultan
Isoliert	{**PB**,**PA,**PE} {**PB**,PA,PE}	———
integriert	{PB,**PA**,PE}	{PB,PA,PE}

Legende: PB (**PB**) := Personalbedarf ist Variable (ist Datum)
PA (**PA**) := Personalausstattung ist Variable (ist Datum)
PE := Personaleinsatz ist Variable

Die Modelle sind wie folgt charakterisiert:[2]

- Modelle der reinen Personaleinsatzplanung {**PB**,**PA,**PE}:

Das Problem der Personaleinsatzplanung besteht konkret in der Zuordnung des der Organisation zur Verfügung stehenden Personals zu vorgegebenen Stellen oder Tätigkeiten, wobei als Entscheidungskriterium aus Sicht des Betriebes zu maximierende bzw. minimierende Gewinn-, Leistungs-, Eignungs- bzw. Kostengrößen, die mit den Zuordnungen verbunden sind, in Frage kommen.[3] Man spricht bei derartigen Zuordnungsproblemen auch von Problemen des „Matching". In den Koeffizienten kommt die unterschiedliche Güte der Arbeitskräfte zum Ausdruck, die im Rahmen der Personalökonomie als relative („matchbezoge") Qualität der Arbeitnehmer bezeichnet wird, d.h. die Leistungsfähigkeit eines Arbeitnehmers ist mit den spezifischen Anforderungen einer Stelle verbunden.[4] Demgegenüber bedeutet absolute Qualität, dass die Leistungsfähigkeit eines Arbeitnehmers unabhängig von einer bestimmten Stelle (Unterscheidung: „gute vs. schlechte" Arbeitnehmer) ist.[5]

---

[1] Vgl. *Spengler (1992, 161)*. Vgl. auch *Kossbiel (1974, 17 u. 32)*.
[2] Zur Übersicht *Kossbiel (1993b, 3135 ff.)*.
[3] Vgl. zu solchen Ansätzen z.B. bei *Kossbiel (1992b)* sowie die dort angegebene Literatur.
[4] So *Williamson (1985, 224)*: „Talents will be effectively utilized to the extend that workers are assigned to tasks for which they are relatively well suited."
[5] Vgl. zu dieser Unterscheidung bei *Kräkel (1994a, 435; 1997, 112f.)*. Eine andere Differenzierung von *„assignment"* und *„matching"* findet sich bei *Nemhauser/Wolsey (1988, 5f.)*. Ein absoluter Qualitätsbegriff wird häufig (implizit) z.B. bei Problemen der ‚adverse selection' und in Signaling-Ansätzen unterstellt. Vgl. *Akerlof (1970)*, *Miyazaki (1977)*, *Spence (1973)*.

Eine andere Zielorientierung kann durch eine Berücksichtigung der Neigung von Arbeitskräften zur Übernahme bestimmter Tätigkeiten oder Stellen verfolgt werden. Da diese aus Sicht der Mitarbeiter möglicherweise eine unterschiedliche ‚Attraktivität' aufweisen, kann durch die Personaleinsatzplanung versucht werden, eine ‚neigungsmaximale' oder ‚abneigungsminimale' Zuordnung zu finden. Unabhängig davon, ob eine Zielgröße des Betriebes oder der Mitarbeiter verfolgt werden soll, wird hinsichtlich der Zielfunktionskoeffizienten unterstellt, dass diese unabhängig von den möglichen Zuordnungsmustern sind.[1] In der Zielfunktion wird die über die oben diskutierten möglichen Inhalte der Zielfunktionskoeffizienten definierte optimale Zuordnung von Arbeitskräften und Stellen bzw. Tätigkeiten gesucht.[2]
Das „klassische Personnel-Assignment-Problem" tritt als Sonderfall der reinen Personaleinsatzplanung auf; hier werden umkehrbar eindeutige Zuordnungen von Arbeitskräften zu Organisationseinheiten (üblicherweise Stellen) gesucht. *Kossbiel (2001, 287)* merkt an, dass von dem Assignment-Problem gelegentlich behauptet werde, es verdanke seine Existenz der Tatsache, dass für *Kuhn*s Ungarn-Algorithmus ein passendes Problem gesucht worden sei und nicht umgekehrt. Kennzeichnend für diese Entscheidungssituation ist das Vorliegen kardinalskalierter Zielfunktionsgrößen und die Optimierung aus Sicht einer der beiden Seiten (Arbeitskräfte oder Unternehmen).[3]
Eng verwandte Problemstellungen, nämlich die Suche nach stabilen Zuordnungen, werden im Rahmen der kooperativen Spieltheorie unter den Begriffen „Assignment Game", „Marriage Game", „Roommate Problem", „Multiple Partner Game" oder „College Admission Problem" erörtert, stets unter Berücksichtigung der Präferenzen aller Beteiligten und oft auf Grundlage lediglich ordinaler Präferenzen hinsichtlich der möglichen Zuordnungen.[4]

Modelle der reinen Personalbereitstellungsplanung {**PB**,PA,PE}:
Zur Deckung gegebener Personalbedarfe kann die Organisation Maßnahmen der Personalausstattung und des Personaleinsatzes treffen.[5] Hier wird nach *Conrath/Hamilton (1971, B20-B21)* und *Holt/Modigliani/Muth/Simon (1960, 48-50)* auch zwischen *Pooling-Modellen* (einmalige Festlegung der Personalausstattung zu Beginn des Planungszeitraums) und *Hire-Fire-Modellen* (Anpassung der Personalausstattung an im Zeitablauf schwankende Personalbedarfe) unterschieden.

---

[1] Vgl. bei *Kossbiel (1988, S.1109)*, *Kossbiel (1992b, Sp.1662).*
[2] Zur Berücksichtigung mehrerer Zielfunktionen bei der Personaleinsatzplanung vgl. u.a. *Charnes/Cooper/Niehaus/Stedry (1969, B-367 – B-371).*
[3] Ein Zuordnungsproblem mit beidseitigen Präferenzwerten findet sich bei *Eubanks/Thompson (1978)*.
[4] Die Literatur hierzu ist sehr vielfältig. Zu einer Literaturübersicht vgl. bei *Knörzer (2005a)*. Stellvertretend seien genannt: *Beckmann (1991)*, *Gale/Shapley (1962)*, *Leonard (1983)*, *Roth (1982/1984a/1984b/1985a/1985b/1986)*, *Roth/Sotomayor (1989)*, *Sasaki (1995, 373)*, *Shapley/Shubik (1971, 1972), Sotomayor (1992).*
[5] In Teil C. noch ausführlich behandelt.

Modelle der reinen Personalverwendungsplanung {PB,PA,PE}:
Die gegebene Personalausstattung ist möglichst optimal zu verwenden, d.h. gesucht wird das optimale Leistungsprogramm. Damit ist eine der Determinanten des Personalbedarfs unbestimmt und Entscheidungsgegenstand des Planungsmodells. Gleichzeitig ist die optimale Allokation der Arbeitskräfte gesucht.[2]

- Modelle der simultanen Personalplanung {PB,PA,PE}:

In diesen Entscheidungssituationen ist keiner der drei Teilbereiche der Personalplanung Datum, es erfolgt eine simultane Verknüpfung der Personalplanung und der Planung anderer Unternehmensbereiche. So existieren beispielsweise Modelle zur simultanen Personal- und Produktionsplanung bei *Kossbiel (1970)* und *Siebel (1980)*, zur simultanen Personal- und Investitionsplanung bei *Domsch (1970), Strutz (1976)*, zur simultanen Personal- und Stellen- bzw. Organisationsplanung bei *Franke (1977), Kossbiel (1980), Spengler (1993), Bürkle (1999), Ruban (2006)*.

Im Folgenden wird auf die bereits oben erwähnte Frage, nämlich wie die Personalausstattung zum Zwecke einer modelltechnischen Erfassung in Hinblick auf die Deckung möglicher Personalbedarfe sinnvollerweise strukturiert werden sollte, eingegangen.

[2] In Teil D. noch ausführlich behandelt.

1.2. Die Etablierung betrieblicher Personalstrukturen durch Arbeitskräftesegmentierung – Zwecke und Merkmale der Strukturierung

Fragestellungen der Personalsegmentierung bzw. –strukturierung haben in den letzten Jahren im Rahmen des „workforce diversity management"[1] und der Organisationsdemografieforschung[2] eine starke Beachtung erfahren. Dennoch ist dieses Gebiet, etwa verglichen mit dem Stand im Bereich der Kapitalstrukturforschung[3], noch recht bescheiden entwickelt.
Typische Differenzierungsmerkmale für Organisationsmitglieder im Rahmen der Organisationsdemografieforschung sind insbesondere

(1) a) demografische Merkmale (Alter, Geschlecht)
b) kultureller Hintergrund (Rasse, Ethnie, Nationalität)
(2) organisationale Merkmale (Betriebszugehörigkeit, hierarchische oder funktionale Einordnung)
(3) Qualifikation, Berufserfahrung
(4) sonstige Merkmale (Werte, Einstellungen, Glauben)

Wie in der Literatur vielfach betont wird,[4] haben insbesondere die demografischen und organisationalen Merkmale unter (1) und (2) Rückkopplungen auf die Qualifikation der Mitarbeiter, sofern man einen weiten Qualifikationsbegriff (jenseits formaler Bildungsabschlüsse) zulässt.

Mit der angesprochenen Beschreibung von Personalausstattungen ist bereits ein erster Zweck der Strukturierung von Personalausstattungen angesprochen, den *Kossbiel (2004b, 1642f.)* um weitere Zwecke ergänzt. Dazu gehören auch die Prognose, die Erklärung sowie die hier besonders interessierenden Zwecke der Beurteilung und der Gestaltung von Personalstrukturen. Während die Gestaltung von Personalstrukturen die Lösung der beiden personalwirtschaftlichen Hauptproblembereiche unterstützen soll, dient die Beurteilung u.a. der Einschätzung der Effizienz des Potentialfaktors Personal hinsichtlich seiner Beiträge zur Erreichung der Organisationsziele. Während der Gestaltungszweck in Teil C. der Arbeit dominieren wird (wie sollte eine hinreichend flexible Personalausstattung strukturiert sein), steht in Teil D. der Beurteilungsaspekt im Vordergrund (wie bedeutsam ist die Flexibilität für den ökonomischen Erfolg und wie sollte sie entlohnt werden).

---

[1] Vgl. bei *Robbins/Coulter (2007, 43ff./471ff.)*
[2] Übersichten zum Stand der Forschung findet sich bei *Nienhüser (1998)*, *Jans (2003)* und *Lederle (2007)*.
[3] Vgl. statt vieler *Milgrom/Roberts (1992, 482-535)*, *Krahnen (1991)*.
[4] Vgl. statt vieler *Cox/Lobel/McLeod (1991), Hambrick/Mason(1984).*

Brecht/Wittenbecher (1998, 2) betonen, dass der Begriff der Personalstruktur von dem der Personalausstattung zu trennen ist. Während eine Organisation über eine Personalausstattung (Menge der verfügbaren Arbeitskräfte) verfügt, existieren auf dieser Personalausstattung eine Vielzahl von Personalstrukturen in Abhängigkeit der gewählten Differenzierungskriterien.[1] So haben Segmentierungen für Fragestellungen der Personalpotentialdisposition eine wichtige Bedeutung, da die reine Mengenangabe der verfügbaren Arbeitskräfte kaum die Ableitung von Gestaltungsempfehlungen zulässt. Daher werden Personalausstattungen oft mit einer Struktur versehen, so dass diese üblicherweise als Anzahl und Art der verfügbaren Arbeitskräfte definiert werden.[2]

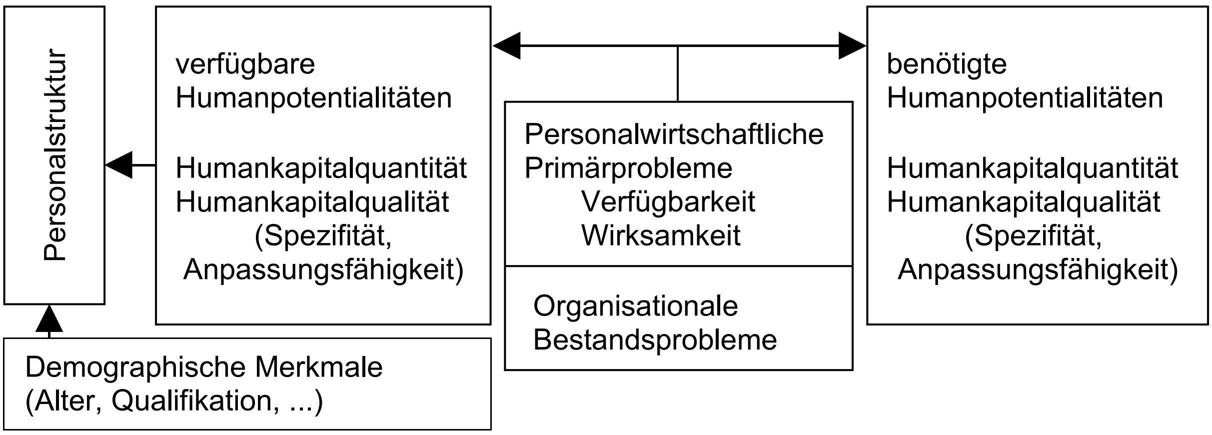
Im Rahmen von Entscheidungsmodellen der Personalpotentialdisposition erfolgt die Strukturierung der Personalausstattung nicht aufgrund deskriptiver Absichten, sondern aufgrund eines bestimmten Gestaltungszwecks. Diesbezüglich kritisieren *Brecht/Wittenbecher (1998, 1)* viele Planungsansätze aufgrund ihrer unzureichenden und probleminadäquaten Differenzierung der Personalausstattungen. Wie auch *Kossbiel (1992, 1596)* anmerkt, stellt die Orientierung an Berufsbezeichnungen und Bildungsabschlüssen bei der Beschreibung von Personalbedarfen eine zu grobe Vereinfachung dar, die zu Fehlallokationen personaler Ressourcen führt. Der Umgang mit den Begriffen „Fähigkeiten" („skills"), „Ausbildung" („education"), „Qualifikation" („qualification"), „Qualität" („quality"), und „Produktivität" („productivity") bezüglich der Arbeitskräfte ist in der Literatur alles andere als einheitlich. Teilweise wird sehr differenziert mit diesen Begriffen umgegangen, teilweise werden sie synonym verwendet.[3]
Eine kurze, bei Weitem nicht abschließende Übersicht ausgewählter Beispiele zur Differenzierung von Personalausstattungen im Rahmen von Planungsansätzen möge die Vielfalt der Möglichkeiten illustrieren:
So findet sich *bei Brecht/Wittenbecher (1998, 2)* eine Strukturierung der Personalausstattung nach der Arbeitszeitdauer. Eine qualifikatorische Differenzierung von Personalausstattungen diskutieren *Conrath/Hamilton (1971, B21ff.)*, eine Differenzierung u.a. nach „worker typ" und „payment class" findet sich bei *Dzielinski/Gomorry (1965, 882ff.)*. Nach Geschlecht und Zugehörigkeit zu einer gesellschaftlichen Minorität differenzieren *Charnes et al. (1976, 114ff.)* im Rahmen eines „equal employment opportunity planning". *Spengler (1993)* formuliert ein Planungsmodell, in dem die Wahl zwischen qualifikationsorientierter und anforderungsorientierter Entlohnung und zugleich zwischen verschiedenen Lohnsätzen innerhalb der einzelnen Lohnformen auf Basis humankapitaltheore-

[1] Vgl. ausführlich bei *Kossbiel (2004, 1641f.)*.
[2] Siehe Seite 4 dieser Arbeit und die dort angegebene Literatur.
[3] Exemplarisch für die zweite Gruppe sei *Lazear (1998, 11ff.)* angeführt, der eine Gleichsetzung von „highly skilled workers", „high quality workers", „more educated workers", „college graduates", „highly productive (effective) workers" bzw. den entsprechenden Gegenparts „less-skilled workers", „low quality workers", „less educated workers", „high school graduates" „low productive (effective) workers" vornimmt.

tischer Differenzierungen getroffen werden kann. Eine Gegenüberstellung von nach *Verwendungsspektren* segmentierten Arbeitskräften und nach *Bereitstellungspektren* differenzierten Tätigkeiten findet sich neben in der in Teil C. ausführlich diskutierten Literatur[1] z.B. bei *Achatz (1999, 155ff.)* oder bei *Loucs/Jacobs (1990, 722)*. In den verbreiteten Schichtplanungsmodellen erfolgt häufig eine Differenzierung der Personalausstattung nach Arbeitszeitmustern.[2]

Nienhüser (1998, 169) beschreibt den Zusammenhang zwischen den personalwirtschaftlichen Problembereichen (siehe Kapitel A.I.1.), Personalstruktur und Humanpotentialitäten (einschließlich der Humankapitalspezifität und Anpassungsfähigkeit) graphisch wie folgt.

Abbildung A.B.II.2.: Bildung der Personalstruktur über personalwirtschaftliche Problembereiche und Humanpotentialitäten[3]



Die von *Kossbiel (1997b)* aufgeworfene Frage nach der „ökonomische Legitimierbarkeit betrieblicher Personalausstattungen“ ließ zugleich die Frage nach den Merkmalen von Personalausstattungen aufkommen, um überhaupt eine Basis für die Beschreibung zu haben. *Kossbiel (1997b, 2-7)*[4] führt vier Merkmale betrieblicher Personalausstattungen ein, die (nach einigen Anpassungen der Begrifflichkeiten über verschiedene Publikationen) wie folgt benannt werden:

(1) *Plastizität* (*Formbarkeit*) stehe als „Merkmalssyndrom dafür, wie leicht und wie schnell Veränderungen einer Personalausstattung durch betriebliche Maßnahmen (...) herbeigeführt werden können“.[5] Hier kann zwischen Niveau-Plastizität und Struktur-Plastizität unterschieden werden.

[1] Siehe dort zu einer exakten Definition von Bereitstellung- und Verwendungsspektrum.
[2] Vgl. statt vieler bei *Weber (1999)*.
[3] In Anlehnung an *Nienhüser (1998, 169)*.
[4] Vgl. auch bei *Kossbiel (2004a, 1648)*.
[5] Siehe *Kossbiel (1997b, 5)*.

Während die Formbarkeit der Quantität (des Umfangs) die Niveau-Plastizität betrifft, berührt die Formbarkeit hinsichtlich der Zusammensetzung – z.B. hinsichtlich der Qualifikationsstruktur – die Struktur-Plastizität.[1] Da die angesprochenen Maßnahmen aus dem Bereich der Personalausstattung stammen, lässt sich dieses Merkmal einerseits im Gestaltungszusammenhang, andererseits im Bereitstellungszusammenhang einordnen (siehe Abbildung A.B.II.3.).

(2) Ebenfalls im Bereitstellungszusammenhang steht das Merkmal der *Persistenz* (Beständigkeit) respektive sein Antonym, die Variabilität (Veränderlichkeit) einer Personalausstattung. Hier werden allerdings nicht betriebliche Maßnahmen thematisiert, sondern Veränderungen, deren Ursachen in der Sphäre der Mitarbeiter zu suchen sind. Dazu gehören beispielsweise willentliche Entscheidungen wie die Verbleibensentscheidung der Arbeitskräfte im Unternehmen oder von diesen initiierte Weiterbildungen einerseits aber auch eigenständige Prozesse wie die Alterung der Belegschaft. Diese haben Auswirkungen auf Umfang und Zusammensetzung der Personalausstattung, stehen aber aus Sicht des Betriebes in einem Erwartungszusammenhang[2].

(3) Mit dem Merkmal der *Kohärenz* (Stimmigkeit) einer Personalausstattung wird das „Zueinanderpassen" ihrer Mitgliedern verstanden. Dies manifestiert sich letztlich in der Produktivität (der Ergiebigkeit) in quantitativer und qualitativer Hinsicht. Auch hier liegt ein Erwartungszusammenhang vor, der sich allerdings in der Verwendung des Personals bemerkbar macht.

(4) Beim Einsatz im Leistungsprozess spielen schließlich auch die Aspekte der *Flexibilität* als Merkmal der „funktionalen, temporalen und lokalen Anpassbarkeit des Einsatzes verfügbarer Arbeitskräfte" eine entscheidende Rolle und betreffen damit die Änderung von Arbeitsaufgaben, Arbeitszeit bzw. Arbeitsort.[3] In der Flexibilität der Personalausstattung eines Unternehmens manifestiert sich dessen Fähigkeit, auf „Disparitäten der Personalbedarfsentwicklung mit Personaleinsatzentscheidungen zu reagieren".[4] Dies lässt erkennen, warum dieses Merkmal im Gestaltungszusammenhang einerseits und im Verwendungszusammenhang andererseits einzuordnen ist.

In dieser Arbeit wird sich an den hier eingeführten begrifflichen Abgrenzungen von Flexibilität und Plastizität orientiert. In der Literatur erfährt der Begriff der Flexibilität häufig eine abweichende Auslegung, der die Merkmale der Plastizität und Flexibilität nach unserem Verständnis einschließt.

[1] Vgl. *Kossbiel (1997b, 5f.).*
[2] Zu Gestaltungs- und Erwartungszusammenhängen hinsichtlich der Struktur von Sozialsystemen vgl. auch ausführlich bei *Parsons (1976, 38ff.).*
[3] Vgl. *Kossbiel (1997b, 6).*
[4] Siehe *Kossbiel (2004, 1648).*

So unterschiedet *Atkinson (1987)* zwischen numerischer und funktionaler Flexibilität, wobei erstere Plastizität im obigen Sinne meint. *Dragendorf/Heering (1987)* unterscheiden zwischen intern-funktionaler (flexible Arbeitszeiten und flexibel einsetzbare Arbeitskräfte mit multifunktionaler Qualifikation) und extern-numerischer Flexibilität (kurzfristige Anpassungsmöglichkeiten der Beschäftigtenzahl), was inhaltlich ebenfalls mit der Unterscheidung in temporale bzw. funktionale Flexibilität und Plastizität übereinstimmt. *Linne (1991)* und *Blum (1999)* unterscheiden zwischen extern numerischer Flexibilität (Anpassung der Beschäftigtenzahl), intern-numerischer Flexibilität (zeitliche Nutzung der Arbeitskräfte) und intern-funktionaler Flexibilität (Einsatzbreite des vorhandenen Personals aufgrund qualifikatorischer Voraussetzungen), was der Plastizität, der temporalen und funktionalen Flexibilität entspricht. *Volberg (1981)* unterscheidet zwischen quantitativer und qualitativer Flexibilität (was Niveau- und Strukturplastizität entspricht), zeitlicher (entspricht temporaler) und intensitätsmäßiger Flexibilität. Ähnlich definiert *Günther (1989, 307)* die Flexibilität von Personal als einen „Handlungsspielraum hinsichtlich der Arbeitszeit, der Einsatzstelle oder der Arbeitstätigkeit", was weitestgehend mit unserer Differenzierung in temporaler, lokaler und funktionaler Flexibilität korrespondiert. *Verhoeven (1982, 131)* unterscheidet lediglich zwischen funktionaler und lokaler Flexibilität: „(flexibility of manpower as a degree to which the organization can transfer employees to other functions or locations"). *Jarrell (1993, 300)* bezeichnet die funktionale Flexibilität als „internal movement". *Hartz (1995, 54)* spricht in diesem Zusammenhang von Multifunktionalität, *Hirschmann (1985)* von Reagibilität. *Hanssmann (1993, 227)* weist darauf hin, dass die Betrachtung von Flexibilität nicht zwangsläufig bedeutet, dass sich diese wiederholt in sich stets verändernden Umwelten zu zeigen habe: „Es ist ebenso denkbar, daß nur eine von mehreren möglichen Umwelten eintritt und die Flexibilität nur einmal genutzt wird." Was in beiden Fällen, der einmaligen oder wiederholten Anpassung zähle, sei die Fähigkeit des Systems, auf alle möglichen Umwelten zu reagieren. *Flohr (1984)* bezeichnet die „Möglichkeiten der Variierbarkeit in der Bereitstellung und Inanspruchnahme von Personal" als Fungibilität, die „Umsetzung von Fungibilität in Personalstrukturen" als Elastizität.[1] Wie bereits im Rahmen der Erörterung der Problemstellung angemerkt, wird in der Literatur regelmäßig betont, dass Flexibilität ebenso wie Plastizität von Personalausstattungen keinen Selbstzweck darstellt, sondern letztendlich dem Unternehmenserfolg dienen sollen: Zum einen sind Flexibilität und Plastizität per se bzw. ihre Inanspruchnahme häufig mit Kosten verbunden, zum anderen kann ein Übermaß an Flexibilität

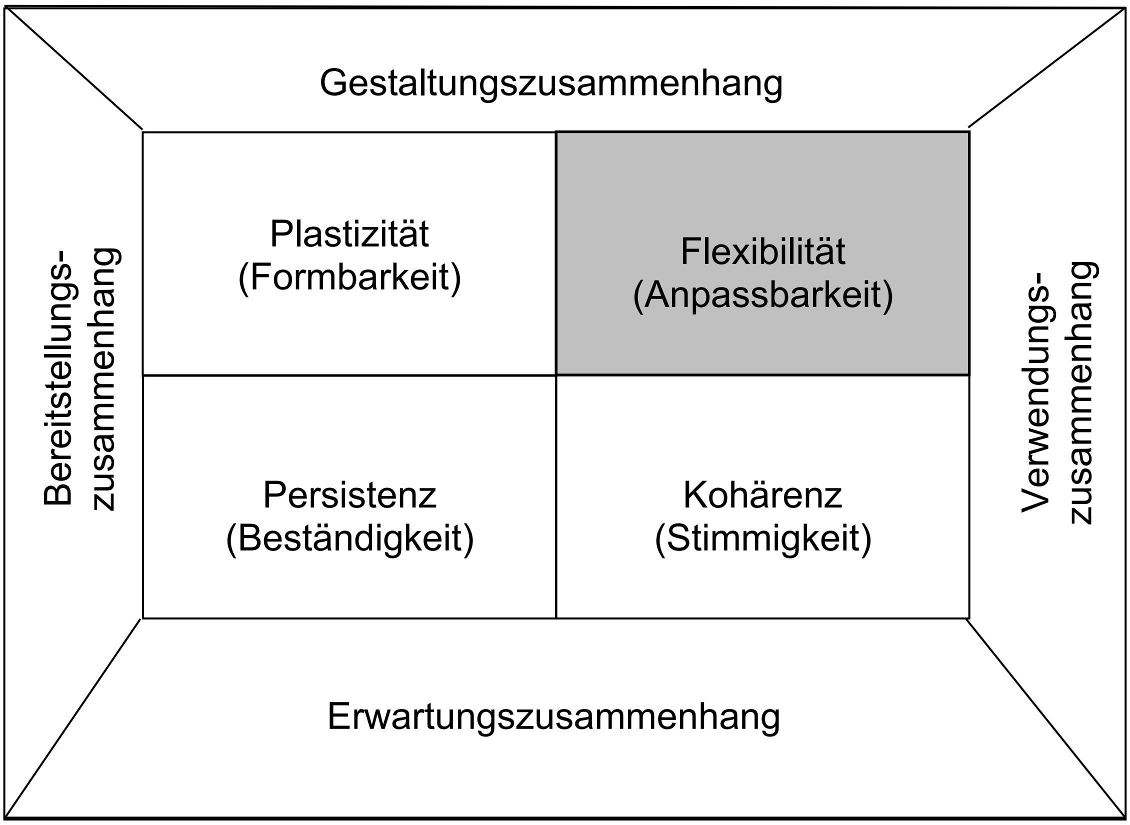
[1] Dies drückt sich bei *Flohr (1984, 318ff.)* in einer Differenzierung der Personalausstattung in Rand-, Übergangs- und Stammpersonal aus.

Völlig andere Interpretationen und Abgrenzungen - losgelöst von personalwirtschaftlichen Problemen - des Begriffs ‚Elastizität' auch in Abgrenzung zu ‚Flexibilität' finden sich beispielsweise bei *Hart (1940)*, *Hax (1970)*, *Laux(1971)*, *Hax/Laux (1972a,b)*, *Mellwig (1972)* oder *Krahnen/Schmidt/Terberger (1985)*.

und Plastizität respektive ihrer Nutzung zu „überschießender Dynamik“ eines Systems führen.[1]

In Abbildung A.B.II.3. werden diese vier Merkmale von Personalausstattungen entsprechend ihrer übergeordneten Zusammenhänge geordnet.

Abbildung A.B.II.3.: Merkmale von Personalausstattungen[2]



In dieser Arbeit werden Aspekte der Persistenz und Kohärenz ausgeblendet. Hinsichtlich der Plastizität werden in Teil C. der Arbeit keinerlei Einschränkungen unterstellt, während in Teil D. der Arbeit keinerlei Formbarkeit der Personalausstattung zugelassen wird. Somit verbleibt als zentrales Merkmal von Personalausstattungen in dieser Arbeit deren Flexibilität, wobei unter Vernachlässigung temporaler und lokaler Aspekte ausschließlich deren funktionale Dimension betrachtet wird.

---

[1] Vgl. *Flohr (1984, 6f.), Meffert (1985, 137), Semlinger (1991, 20), van Cam (1993, 20f.), Weber (1999, 218)*. So bestehen die Kosten der Nutzung einer temporalen Flexibilität häufig etwa in Überstundenzuschlägen oder Schichtzulagen, Kosten einer funktionalen Flexibilität in Ausgaben für Qualifizierungsmaßnahmen oder in Zulagen bei der Zuweisung bestimmter Aufgaben.

[2] Nach *Kossbiel (1997b, 7)* und *Kossbiel (2004b, 1643)*. Die Hervorhebung deutet das zentrale Strukturmerkmal dieser Arbeit an.

2. Die Gestaltung betrieblicher Vergütungssysteme

2.1. Grundlagen und Ziele betrieblicher Anreizsysteme

Die Entlohnung von Arbeitskräften erfolgt in der Regel unter mehreren Zielsetzungen, die in Konflikt zueinander stehen können, aber nicht notwendigerweise müssen.[1] Zwei wesentliche Attribute, die bei der Konzeption von Entlohnungssystemen angestrebt werden, sind Gerechtigkeit und Effizienz.[2]

- Einerseits soll Entlohnung *gerecht* sein, was sich in einer Vielzahl von unterschiedlichen und möglicherweise konkurrierenden ‚Lohngerechtigkeiten' manifestiert.
- Andererseits soll Entlohnung *effizient* in Hinblick auf die Erreichung bestimmter, von der Organisation verfolgter Ziele sein, z.B. Ziele hinsichtlich der Beeinflussung der Teilnahme- und Beitragsentscheidungen von Arbeitskräften.

Der zweite Punkt lässt erkennen, dass, wie *Kossbiel (1994, 78)* betont, Anreizsysteme stets zweckorientiert sind, d.h. sie werden geschaffen, um bestimmte Ziele zu erreichen. Der Zielerreichungsgrad gibt Auskunft über die Effizienz des Anreizsystems, also ob „die mit ihm verfolgten Ziele tatsächlich (ex post) oder vermutlich (ex ante) mindestens erreicht werden."[3] Die ex ante-Vermutung besteht darin, dass ein flexibilitätsorientiertes Anreizsystem auf der Grundlage von Gerechtigkeitsnormen zu einer Erhöhung der Verbleibensmotivation führt. Der von uns erwartete positive Zielbeitrag beruht also auf einer unterstellten Verkopplung von sozialpsychologischer und ökonomischer Effizienz. Dahinter steht die bereits einleitend zitierte „Prima-facie-Plausibilität (...), dass die Mitarbeiter mit einem Vergütungssystem umso zufriedener sind, je mehr es ihren (normativen) Erwartungen von gerechter Entlohnung (dem Prinzip der Lohngerechtigkeit) entspricht."[4] Da, wie bereits in den Teilen A.I. und B.I. diskutiert, die Zufriedenheit der Mitarbeiter entscheidend für die Aufrechterhaltung der Teilnahmemotivation angesehen wird, sprechen wir eine solch positive ex ante-Vermutung bezüglich eines flexibilitätsgerechten Anreizsystems aus.

Nach *Kossbiel (1993a, 81)* werden betriebliche Anreizsysteme durch zwei Mengen konstituiert und zwar

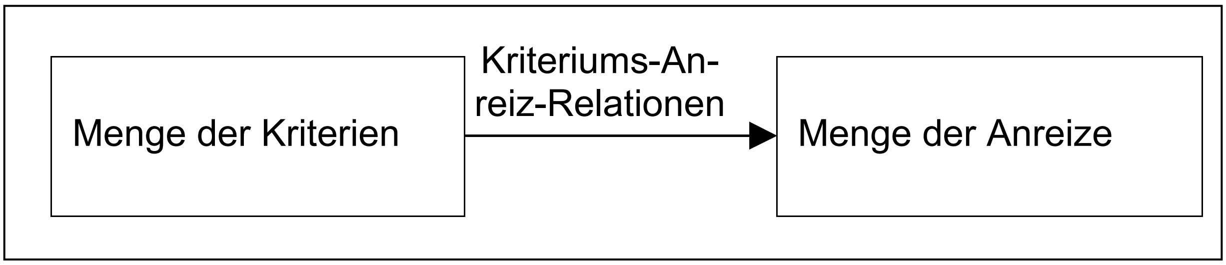
- der Menge der Kriterien, im Nachfolgenden auch Bemessungsgrundlagen genannt,
- der Menge der Anreize (Gratifikationen, Sanktionen).

---

[1] Vgl. hierzu bei *de Silva (1998, 2)*.
[2] Vgl. hierzu ausführlich bei *Kossbiel (1994)*.
[3] Zur Effizienz von Anreizsystemen vgl. ausführlich bei *Kossbiel (1994, 79f.)*.
[4] Vgl. hierzu ausführlich bei *Kossbiel (1994, 80)*.

Zur Vervollständigung eines Anreizsystems ist zwischen der Menge der Bezugsobjekte (Kriterien) und der Menge der Anreize eine Relationsvorschrift zu definieren.

Abbildung A.B.II.4.: Anreizsysteme[1]



Solche Kriteriums-Anreiz-Relationen sind nach *Kossbiel (1993a, 81)* durch folgende Punkte gekennzeichnet:

- Es handelt sich um ein- oder mehrdeutige Zuordnungen zwischen beiden Mengen.
- Sie beschreiben eine Abhängigkeitsbeziehung zwischen den Kriterienausprägungen als unabhängigen Variablen und den Anreizausprägungen als abhängigen Variablen.
- Sie etablieren eine (künstliche) Beziehung von bestimmten Kriterien und bestimmten Anreizen unter Einblendung der Zeit.

Nun lassen sich sowohl die Menge der Anreize als auch die Menge der Kriterien nahezu beliebig differenzieren. Während die Kriterien im folgenden Kapitel gesondert betrachtet werden, soll an dieser Stelle bereits eine Einschränkung hinsichtlich der Menge der Anreize[2] erfolgen. Da in Teil D. der Arbeit ausschließlich monetäre Entlohnungen relevant sind,[3] wird eine spezifische Klasse der Anreizsysteme betrachtet, nämlich die sogenannten Vergütungssysteme. Der Beschränkung auf diese Kategorie von Anreizsystemen liegen einige implizite Annahmen zugrunde.[4] In Kapitel D.II.2. wird auf diese impliziten Annahmen näher eingegangen, zumal sie auch Annahmen einer bestimmten Gattung von Koalitionsspielen sind, die im Mittelpunkt der Betrachtung stehen wird.
Die Beschränkung auf rein monetäre Anreize dient u.a. der Komplexitätsreduktion. Sie lässt sich aber auch in veränderlichen Umwelten, in denen das Untersuchungsobjekt *funktionale Flexibilität* von großer Bedeutung ist, als ‚plausibles Desideratum' beschreiben.
Eine Stützung erfährt die Unterstellung des Universalmotivators Geld unter Vernachlässigung intrinsischer Aspekte der Arbeitsgestaltung im Zusammenhang mit funktionaler Flexibilität ‚ausgerechnet' von soziologischer Seite.

---

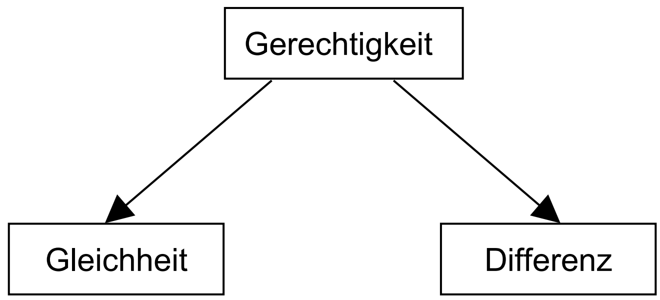
[1] Nach *Kossbiel (1993a, 81)*.
[2] Zur Übersicht vgl. statt vieler *Backes-Gellner/Lazear/Wolff (2001, 249ff.)*.
[3] Siehe hierzu ausführlich Kapitel D.II.2.
[4] Vgl. auch bei *Kossbiel (1994, 78)*.

So schreibt *Luhmann (1973, 141)*:
„Die Elastizität des Systems wird dadurch erreicht, daß die Motivation der Mitglieder auf einen chronischen Mangel, insbesondere auf Geldbedarf, gestützt wird, der so generalisiert ist, daß seine Befriedigung mit einer Vielzahl unterschiedlicher Systemzustände vereinbar ist. Deren Änderung hat dann keine Rückwirkung auf die Motivationsstruktur des Systems. Ein System, das seine Mitglieder zweckindifferent motivieren kann, gewinnt dadurch intern eine hohe Differenzierungsfähigkeit, da bei der Arbeitsteilung auf die Motivationskraft der Aufgaben wenig Rücksicht genommen werden muß, und extern eine hohe Anpassungsfähigkeit, die es ihm ermöglicht, etwaigen Änderungen in der Nichtmitgliederumwelt, dem Markt, der Politik, den kulturellen Interessen oder der technischen Entwicklung zügig zu folgen, sich rasch und ohne Substanzverluste umzustellen. Insgesamt scheint somit die Trennung von Motiv und Zweck eine Grundbedingung zu sein für die Bildung von hochkomplexen Systemen mit beträchtlicher interner Variabilität."
Folgt man Luhmann, so scheint gerade in veränderlichen Umwelten, in denen funktionale Flexibilität eine große ökonomische Bedeutung hat, Geld ein geeigneter Anreiz zu sein. Die bereits angesprochenen Fragen der Lohngerechtigkeit und die oben bereits angedeutete Thematik der Bemessungsgrundlagen werden im folgenden Kapitel gesondert erörtert.

2.2. Lohngerechtigkeit und Bemessungsgrundlagen der Vergütung

Der Analyse von *Hochschild (1981, 46)* folgend wird *Gerechtigkeit* als ein Oberprinzip verstanden, das sich durch die beiden Unterprinzipien *Gleichheit* und *Differenz* konkretisiert.

Abbildung A.B.II.5: Unterprinzipien des Gerechtigkeitsbegriffs[1]



Die mögliche Konkurrenz dieser Prinzipien in vielen Aufteilungsproblemen erscheint evident. *Differenz* bedeutet, dass Menschen legitimerweise unterschiedliche Ambitionen hinsichtlich der Zuteilung von Ressourcen (gleich wel-

[1] Nach *Hochschild (1981, 46).*

cher Art) haben. Unter dem Begriff *Gleichheit* wird in der Literatur vieler Wissenschaftsdisziplinen eine Vielzahl von Konzepten diskutiert, deren bekanntestes sicherlich das der *absoluten Gleichheit* ist.[1]
Einer Definition von *Etzioni (1975, 23)* folgend lässt sich *absolute Gleichheit* feststellen, „(…) wenn jede Zufallsstichprobe aus der Mitgliedschaft einer Gesellschaft denselben Anteil an den Ressourcen erhält wie jede andere Zufallsstichprobe derselben Größe aus derselben Mitgliedschaft." Allerdings existieren selbst in den dem (absoluten) Gleichheitsprinzip nahestehende Wissenschaftsdisziplinen, wie etwa der Soziologie, Vorbehalte gegen diese Konzeption. So kritisiert etwa *Hochschild (1981, 56)* die Ignoranz des Prinzips der absoluten Gerechtigkeit gegenüber individuellen Eigenschaften und Fähigkeiten, die, insbesondere wenn es sich um knappe Ressourcen handelt, einen hohen Wert für die Gesellschaft darstellen können, und die somit zum Schaden aller zu Konformismus und Mediokrität führen könne.
Demgegenüber wird in der Literatur der Begriff der *Gleichbehandlung* unterschieden, der eine differenziertere Betrachtung als die *absolute Gleichheit* insofern vornimmt, als hier eine Gleichbehandlung von Personen derselben ‚Sozialkategorie' gefordert wird.[2] Wie *Lautmann (1990, 32ff.)* darlegt, wirkt „Gleichbehandlung (…) somit als grundlegende Bedingung, nicht aber als hinreichende Bedingung in egalisierenden Prozessen", da sie lediglich *Verfahrensgleichheit* postuliert, aber nicht explizit auf die *Resultate von Verteilung* abstellt. Als Unterfall dieser Gerechtigkeitskategorie hat sich der ebenfalls verfahrensorientierte Begriff der *Gleichberechtigung* hinsichtlich der Geschlechter etabliert.[3]
Das Prinzip der *Chancengleichheit* verfolgt weder eine Verfahrensorientierung noch eine Ergebnisorientierung, sondern orientiert sich am Zugang zu Belohnungen bzw. zu Positionen, auf denen Gratifikationen erlangt werden können.[4] Dazu lassen sich zwei Varianten identifizieren, die in der Literatur als *repräsentative Chancengleichheit* und *bedingte Chancengleichheit* gekennzeichnet werden. Erstere beschreibt die Möglichkeit des Zugangs zu Ressourcen (Einkommen, Qualifikation, …) über bestimmte personeninhärente Merkmale, wie beispielsweise das Geschlecht. In der zweiten Variante soll der Zugang zu solchen Gütern über Fähigkeiten oder Leistungen begründet sein.

---

[1] Siehe auch *Braithwaite (1955, 3)*: „The concept with which I shall be principally concerned is one which is given various names in different Contexts - *justice*, sometimes, in one of its many senses, *equitable distribution* in the context of welfare economics; *Égalité* if one is manning the barricades in its defence. I shall be very British and will call it *fair play* or *fairness*." *Braithwaite (1955, 5)* fährt fort: „The recommendations which I shall make for sharing fairly the proceeds of collaboration will therefore be *amoral* in the sense that they will not be based upon any first-order moral principles; but the recommendations themselves will constitute what may be called second-order moral principles giving criteria for *good sense*, *prudence* and *fairness* (…)" Hervorhebungen im Original.
[2] Vgl. *Lautmann (1990, 32)*.
[3] Vgl. *Lautmann (1990, 34-37)*.
[4] Vgl. *Hondrich (1984, 274f.)*.

Eine Abkehr vom Prinzip der absoluten Gerechtigkeit stellt nach *Lautmann (1990, 40)* auch der Begriff der *Fairness* dar, der eine geringere „moralische Appellkraft“ habe und „mit reduzierten Standards von Gleichheit“ kompatibel sei. Insbesondere in Fragen des Einkommens manifestiert sich der Unterschied von Gleichheit und Fairness im sog. „Underdog-Prinzip“:[1] Von einem Verteilungsmechanismus bevorzugte Personen erkennen zwar die resultierenden Ungleichheiten, neigen aber dazu, die Resultate dennoch als *fair* zu charakterisieren, während benachteiligte Personen diese Ergebnisse als *unfair* empfinden.
Eine aus dem Fairnesskonzept abgeleitete Konstruktion stellt der *Equity-Gedanke* dar, der gemäß *Lautmann (1990, 41)* „so sehr mit der angloamerikanischen Kultur verhaftet (ist)“, dass er kaum zu übersetzen sei. Der Ausdruck „equity“ verweist stets auf einen sozialen Vergleich mit Referenzpersonen.[2] Nach *Homans (1974, 204ff.)* orientiert sich der Equity-Gedanke an der Leistungsgerechtigkeit in dem Sinne, dass am Ende eines Verteilungsprozesses die Maxime „Gleicher Lohn für gleiche Leistung“ erfüllt sein muss. Dabei ist für die am Verteilungsprozess Beteiligten von Bedeutung, dass die Output-Input-Quotienten gleich sind.[3] Aufbauend auf den Arbeiten von *Homans (1958, 1961)* interpretiert auch Adams *(1963, 1965)* Arbeitsverhältnisse als Austauschbeziehungen. Er thematisiert in seiner Equity-Theorie die „outcomes-inputs ratios“ eines Organisationsteilnehmer (Person A), also den Anreiznutzen im Verhältnis zum Nutzenentgang durch geleistete Beiträge und zwar nicht absolut, sondern im Vergleich zu Referenzpersonen (Person B) im Unternehmen.

$$\frac{\text{Outcomes A}}{\text{Inputs A}} > = < \frac{\text{Outcomes B}}{\text{Inputs B}}$$

So finden sich auch und gerade in der Equity-Theorie Hinweise, dass die Gestaltung gerechter Entlohnung sich stets an Lohnstrukturen und nicht an individuellen Entlohnungsfunktionen orientieren muss:
Typischerweise gilt die Revision der Teilnahmeentscheidung als Reaktion auf solche Ungleichheiten und die daraus resultierende Unzufriedenheit.[4] Dass solche relativen Lohngerechtigkeiten häufig einen stärkeren Einfluss auf das Gerechtigkeitsempfinden ausüben als die absolute Lohnhöhe wurde bereist einleitend erwähnt. Die empirischen Belege hierfür sind zahlreich.[5]

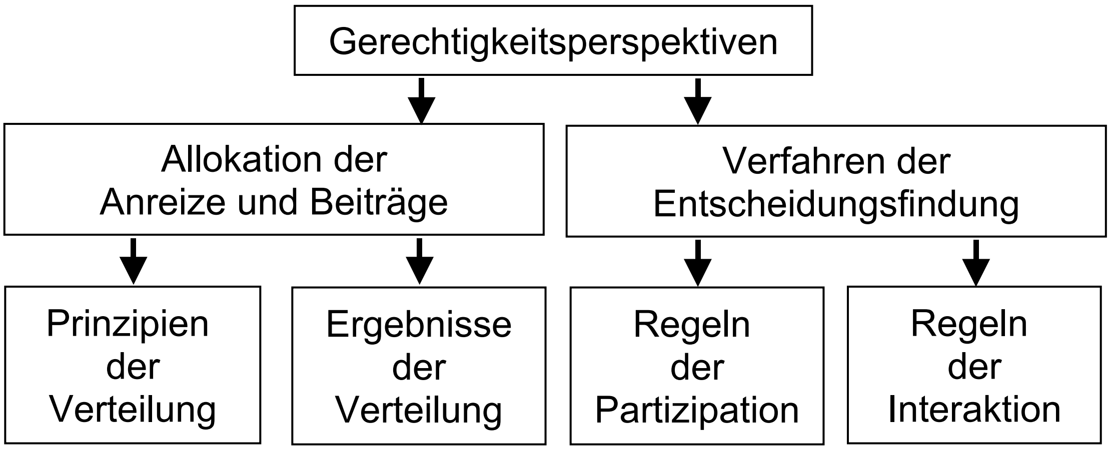
Betrachtet man die Entscheidungen von korporativen Akteuren hinsichtlich der beiden zentralen Fragestellungen, Disposition über den Ressourcenpool und Verteilung des Korporationsertrags, stellen sich verschiedene Fragen der Ge-

---

[1] Nach *Robinson/Bell (1978)*.
[2] Vgl. *Robbins/Coulter (2007, 464)*.
[3] Vgl. *Walster/Walster (1975, 21)*, *Austin/Hatfield (1980, 26ff.)*.
[4] Vgl. bei *Adams (1963/1965)*, *Bruggemann/Groskurth/Ulich (1975)*, *Ulich (2005)*.
[5] Vgl. zu einer Übersicht vgl. *Robbins/Coulter (2007, 690)*. Zur sozialpsychologischen „Organizational Justice“-Forschung vgl. *Folger/Cropanzano (1998)*.

rechtigkeit. *Lengfeld (2003, 55f.)* unterteilt die ‚Perspektiven der Gerechtigkeit' im Unternehmen entsprechend nach den Bewertungsdimensionen *Verteilung* und *Entscheidungsfindung*. Diese beiden Dimensionen können nochmals unterteilt werden in Verteilungsergebnisse und Verteilungsprinzipien – die an späterer Stelle noch ausführlich diskutiert werden – und Partizipationsregeln, die betriebliche Verteilungsprozesse unter besonderer Berücksichtigung der Mitsprache der Arbeitnehmer festlegen,[1] sowie Interaktionsregeln, die z.B. die Begründung von Verteilungsentscheidungen („explanations") oder die Abbitte für kontroverse Verteilungsentscheidungen enthalten („social accounts")[2].

Abbildung A.B.II.6.: Perspektiven der Gerechtigkeit im Unternehmen



In der Abbildung A.B.II.6. lässt sich die Problemstellung des Teils D. in der Allokationsthematik der Ressourcen und ökonomischen Erfolge verorten.

In der Literatur wird zwischen *Verteilungsgerechtigkeit* und *Verfahrensgerechtigkeit* sowie *Interaktionsgerechtigkeit* unterschieden[3], wobei nachfolgend nur auf die beiden ersten Punkte Bezug genommen wird.
Ziel der verteilenden Gerechtigkeit soll es nach *Homans (1974, 243f.)* sein, Ergebnisse zu generieren, die einerseits dem Vergleich mit einer alternativen Verwendung der eingebrachten Ressourcen bei anderen korporativen Akteuren standhalten, andererseits beim Individuum im Vergleich mit den Belohnungen

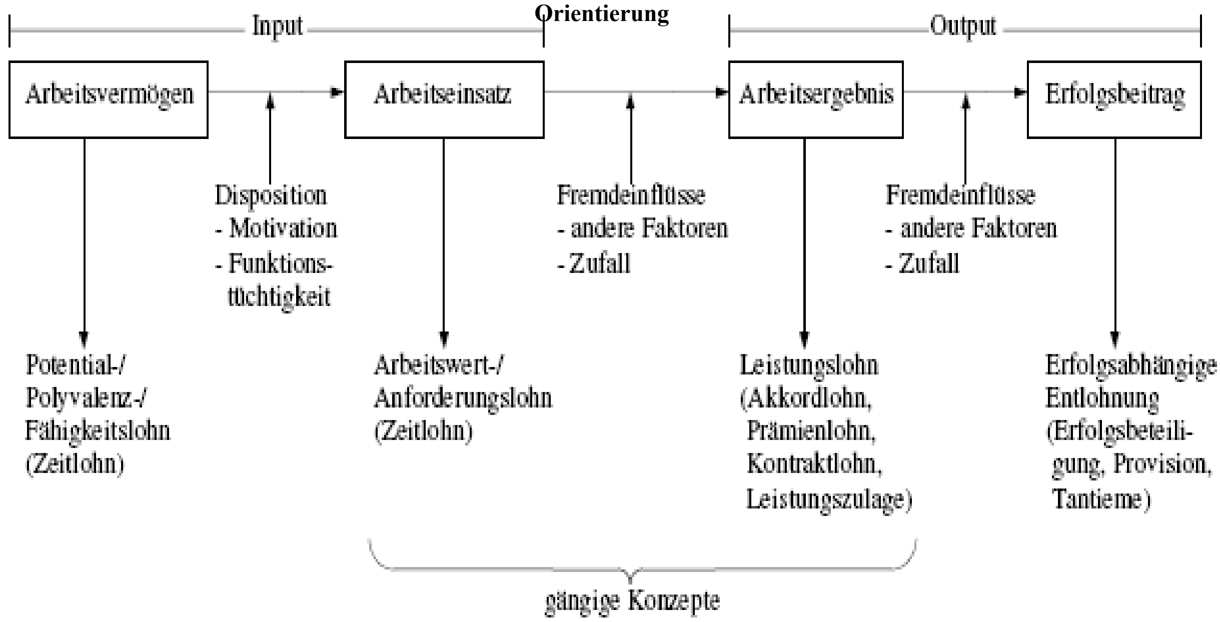
[1] Vgl. ausführlich bei *Cohen (1985)*.
[2] Vgl. ausführlich bei *Friedman/Robinson (1993)*.
[3] Stellvertretend für viele unterscheidet *Dessler (2005, 518):* „*‚distributive justice'* (fairness and justice of a decision's result)", z.B. eine Lohnerhöhung, „*‚procedural justice'* (fairness of the process)", z.B. Verteilungsverfahren für Lohnerhöhungen und „*‚interactional/ interpersonal justice'* (manner on which manager conduct people)". Eine aussagekräftigere Definition der Gerechtigkeitsbegriffe findet sich bei *Kreitner/Kinicki/Buellens (2002, 209)*: „Distributive justice reflects the perceived fairness of how resources and rewards are distributed or allocated. Procedural justice is the perceived fairness of the process and procedures used to make allocation decisions. Interactional fairness is the perceived fairness of the decision-maker's behaviour in the process of making decisions." Ähnlich *Baron/Kreps (1999, 107).*

anderer Mitglieder zu Zufriedenheit führen. Hinsichtlich der Lohngestaltung manifestiert sich distributive Gerechtigkeit gemäß *Homans (1974, 281)* in Fragen der Proportionalität zwischen

- den ‚Investitionen' der Organisationsmitglieder (Input)
- dem Erfolgsbeitrag dieser ‚Investitionen' (Output) und
- dem Anteil an der daraus resultierenden Gesamtbelohnung der Mitglieder.

Als Kriterien für diese Proportionalitäten können die in der Literatur diskutierten Bemessungsgrundlagen und Lohngerechtigkeiten herangezogen werden.[1] Erstere können in input- und outputorientiert unterteilt werden, wobei einerseits das Arbeitsvermögen (Stichwort: Ausschöpfung von Humanpotentialitäten[2]) und der Arbeitseinsatz (Stichwort: Arbeitsbewertung[3]) einer Arbeitskraft andererseits das (u.a. vom Einsatz abhängige) Arbeitsergebnis sowie der damit verbundenen ökonomische Erfolg präzisiert werden können.
Die Verknüpfungen werden aus folgender Abbildung deutlich, wobei die Pfeile in horizontaler Richtung die Wirkungszusammenhänge andeuten:

Abbildung A.B.II.7.: Bemessungsgrundlagen und Formen der Vergütung[4]



Geht man davon aus, dass das Arbeitsvermögen, hier insbesondere die aus den Qualifikationen einer Arbeitskraft resultierende funktionale Flexibilität positiv auf das ökonomische Ergebnis einer Unternehmung wirkt, unterstellt man an-

[1] Vgl. statt vieler *Jung (2005, 555 u. 579)*.
[2] Siehe Kapitel A.I.2.
[3] Beispielsweise das *Genfer Schema*, vgl. statt vieler bei *Jung (2005, 565-571)*, oder die ‚Hay points', vgl. statt vieler bei *PSA (2007)*.
[4] Siehe *Kossbiel (1994, 79)*. Anforderungs- und Leistungslöhne sind insofern gängige Konzepte, als diese in Tarifverträgen übliche Regelungen darstellen.
Vgl. ausführlich bei *Ackermann/Eisele (2000)*.

nahmegemäß das Wirksamkeitsproblem als gelöst und blendet man Fremdeinflüsse aus, so erhält man bei gegebenen Produktivitäten in einer deterministischen Umwelt eine unmittelbare Verknüpfung dieser beiden Bemessungsgrundlagen und damit auch eine Kopplung von Input- und Outputorientierung, was beispielsweise *Baron/Kreps (1999, 107)* propagieren: „According to the equity principle, individuals ought to be rewarded commensurate with the outcomes they generate, factoring the inputs – effort, ability, and so on – they brought to bear in performing the tasks.“ Tabelle T.B.II.2. bietet eine Übersicht verschiedener Lohngerechtigkeiten und adäquater Bemessungsgrundlagen.
Dieser Aspekt der Lohngestaltung muss aufgrund seiner Behaftung mit Werturteilen zu den umstrittensten im Rahmen von Entgeltfindungsproblemen gerechnet werden, zumal er quasi eine Art Metaentscheidung für die grundsätzliche Ausrichtung des Vergütungssystems, insbesondere durch eine Präjudizierung der Bemessungsgrundlage liefert. Die Frage nach dem ‚gerechten Lohn‘ ist daher vermutlich so alt wie Lohnarbeit selbst. Auf die Frage, was Gerechtigkeit eigentlich ist, lässt sich naturgemäß keine allgemeingültige Antwort finden.[1] Jedenfalls findet sich der Begriff des ‚gerechten Lohnes‘ immer dann, wenn es darum geht, beobachtete Lohn(un)gleicheiten zu erklären oder zu rechtfertigen.[2] *Pull (1999, 12)* argumentiert: „The fair wage concept has become a catch-all used to explain virtually any observed particularity of wage setting behaviour.“[3] *Hentze (2004, 1104)* spricht der Ökonomie gar völlig die Kompetenz respektive die Zuständigkeit hinsichtlich des Themas ‚Lohngerechtigkeit‘ ab: „Die Frage, ob ein Lohn gerecht oder ungerecht ist, ist nicht Gegenstand der Betriebswirtschaftslehre, sondern ein ethisches Problem und kann daher nicht von dieser Disziplin gelöst werden.“

---

[1] Bekanntlich beantwortet J.P. Morgan die Frage pragmatisch mit dem 20-fachen Verhältnis zwischen Basisarbeitskräften und Top-Management, während andere auf philosophischer Ebene scheitern: „Keine andere Frage ist so leidenschaftlich erörtert, für keine andere Frage so viel kostbares Blut, so viele bittere Tränen vergossen worden, über keine andere Frage haben die erlauchten Geister – von Platon bis Kant – so tief gegrübelt. Und doch ist die Frage heute so unbeantwortet wie je.“ (*Kelsen (1953, 1)*, zitiert nach *Heldemag (2003, 17)*)

[2] Statt vieler *Dickens/Katz (1987, 84)*, *Krueger/Summers (1988, 278)*, *Levine (1991, 238)*, *Rebitzer (1993, 1418)*.

[3] Vielleicht ist es gerade seine Unbestimmtheit, die dem Gerechtigkeitsbegriff zu seiner Popularität verhilft, ermöglicht er es doch, jedem Verhandlungspartner, seinen Lösungsvorschlag als ‚gerecht’ auszuweisen (was zugleich Alternativvorschläge der Gegenseite als ‚ungerecht’ abqualifiziert). So *Marshall (1925, 212)* in seinem Essay „A Fair Rate of Wages“: „the phrase is constantly used in the market place; it is frequent in the mouths both of employers and the employed; and almost every phrase in common use has a real meaning, though it may be difficult to get at.” Ähnlich *Pull (1999, 2)*: „Its (the fair wage concept, MK) success in the literature might indeed be closely related to its ambiguity as a theoretical concept.“

Tabelle T.B.II.2.: Lohngerechtigkeiten und korrespondierende Bemessungsgrundlagen der Entlohnung[1]

	Lohngerechtigkeit	Bemessungsgrundlage
LEISTUNGSGERECHT	Anforderungs(grad)-gerechtigkeit	Anforderungen: - Schwierigkeit - Verantwortung - Schwere - Unannehmlichkeit - Gefährlichkeit
	Leistungs(grad)-gerechtigkeit	Arbeitsergebnis: - Quantität - Qualität - Faktoreinsparungen Arbeitsverhalten: - Initiative - Leistungsbereitschaft - Kooperationsbereitschaft - Zuverlässigkeit
SOZIALGERECHT	Verhaltensgerechtigkeit	- Sozialverhalten - Charaktereigenschaften - Betriebstreue
	Fähigkeitsgerechtigkeit	- Fähigkeiten - Vielseitigkeit - Erfahrung
	Bedarfsgerechtigkeit	- Unterhaltspflichten
	Marktgerechtigkeit	- Knappheit
	Betriebs-/Erfolgsgerechtigkeit	- Ergebnisbeitrag

[1] Nach *Kossbiel (ohne Quellenangabe)*. Ähnlich *Baron/Kreps (1999, 243ff./284ff.), Hentze (2004, 1105), Jung (2005, 555f.), de Silva (1998), Ackermann/Eisele (2000, 7)*. Die Hervorhebungen kennzeichnen die in der Arbeit bedeutsamen Lohngerechtigkeiten.

C. Die Gestaltung flexibilitätsorientierter Personalstrukturen

I. Entscheidungsmodelle der Personalpotentialdisposition

1. Zur Erfasssung von Personalstrukturen und funktionaler Flexibilität

Wie bereits in der Einleitung und in Teil B.II. angedeutet, wird unter einer Personalstruktur die vollständige Beschreibung der Personalausstattung einer Organisation über disjunkte Teilmengen hinsichtlich eines Kriteriums (Qualifikation, Alter, Geschlecht,...) oder einer Kriterienkombination homogener Arbeitskräfte verstanden. Die Kriteriumsausprägung bzw. deren Kombinationen determinieren eine Personal(ausstattungs)kategorie, die wir auch als Arbeitskräftekategorie oder Personalsegment bezeichnen.[1]
Für eine formale Definition führen wir folgende Symbole ein:

#( )	Mächtigkeit einer Menge
$\boldsymbol{R} = \{r \mid r = 1,2,...,R\}$	Menge der Personalsegmente
$\boldsymbol{PA}$	Menge aller Arbeitskräfte einer Organisation, (Gesamt)Personalausstattung
$\boldsymbol{PA}_r$	Personalsegment als Teilmenge von $\boldsymbol{PA}$, $\boldsymbol{PA}_r \subseteq \boldsymbol{PA}$
PA	Anzahl der Arbeitskräfte einer Organisation, $\#(\boldsymbol{PA})$
PA_r	Anzahl der Arbeitskräfte eines Personalsegments, $\#(\boldsymbol{PA}_r)$

Damit kann eine Personalstruktur wie folgt definiert werden:

<u>*Definition D.D.C.I.1.:*</u>[2]
Eine Personalstruktur $\{\boldsymbol{PA}_1, \boldsymbol{PA}_2, ..., \boldsymbol{PA}_r, ..., \boldsymbol{PA}_R\}$ ist eine Partition der Menge aller Arbeitskräfte einer Organisation $\boldsymbol{PA}$ und genügt damit den Bedingungen

$$\bigcup_{r \in \boldsymbol{R}} \boldsymbol{PA}_r = \boldsymbol{PA} \qquad (C.I.1.),$$

$$\boldsymbol{PA}_{r'} \cap \boldsymbol{PA}_{r''} = \emptyset \quad \text{für alle } r',r'' \in \boldsymbol{R},\ r' \neq r'' \qquad (C.I.2.).$$

[1] Vgl. *Kossbiel (2004b, 1641).*
[2] Nach *Muche (1989, 15f.)*, *Kossbiel (2004b, 1640f.)*.

Die *‚Vollständigkeitsbedingung‘ (C.I.1)* fordert, dass jede Arbeitskraft der Gesamtpersonalausstattung *mindestens* einer Ausstattungskategorie zugeordnet ist, die *Bedingung der Überschneidungsfreiheit (C.I.2)* fordert, dass disjunkte Teilmengen vorliegen und so jede Arbeitskraft *höchstens* einer Teilmenge angehört, was als *‚Eindeutigkeitsbedingung‘* bezeichnet wird.
An dieser Stelle sei auf eine Abweichung des in der Definition D.D.C.I.1. verwendeten Partitionsbegriffs von der üblichen Definition im Rahmen der Kombinatorik hingewiesen.[1] Dort existiert eine dritte Bedingung für Partitionen, nämlich

$$\boldsymbol{PA}_r \neq \varnothing \quad \text{für alle } r \in \boldsymbol{R} \qquad (C.I.3.).$$

Hier wird von dieser Bedingung insofern abgewichen, als auch die Nichtbesetzung eines im Entscheidungsmodell ‚denkbaren‘ Personalsegmentes zulassen ist. Diese Annahme kann sich in Modellen der Personalpotentialdisposition aus Praktikabilitätsgründen als hilfreich erweisen. Betrachtet man beispielsweise eine Personalausstattung im Zeitablauf, so mag im Zeitpunkt *t=1* das Segment der Qualifikationskategorie ‚Bankkaufleute‘ nicht besetzt sein (und damit eine leere Menge repräsentieren), im Zeitpunkt *t=2* finden sich dagegen Arbeitskräfte in dieser Ausstattungskategorie, etwa aufgrund betrieblicher Ausbildung oder aufgrund der Rekrutierung vom externen Arbeitsmarkt. Bei Beachtung der Bedingung (C.I.3.) müsste im Zeitpunkt *t=2* eine neue Personalstruktur definiert werden, was beispielsweise die Fortschreibung der Anzahl der Arbeitskräfte in den einzelnen Segmenten erheblich erschweren würde.

Bezüglich einer Personalausstattung konkretisiert sich die *funktionale Flexibilität* von Personal, also die Flexibilität des Produktionsfaktors ‚menschliche Arbeitskraft‘ hinsichtlich dessen Einsatzmöglichkeiten,[2] in der „Anpassbarkeit des Einsatzes verfügbarer Arbeitskräfte“ bezüglich der Arbeitsaufgaben.[3] Da der mögliche Einsatz von Arbeitskräften zur Erledigung von unterschiedlichen Aufgaben und damit der Anpassbarkeit in funktionaler Hinsicht entscheidend von deren Qualifikationen abhängt, liegt zunächst eine qualifikatorische Differenzierung der Personalausstattung nahe.[4] Der Qualifikationsbegriff kann dabei durchaus weit gefasst sein und beschränkt sich nicht notwendigerweise auf eine berufliche Ausbildung. Diese qualifikatorisch differenzierten Arbeitskräftekategorien werden in Entscheidungsmodellen der Personalpotentialdisposition den tätigkeits- oder stellenbezogenen Personalbedarfen[5] gegenübergestellt:

---

[1] Zu mathematischen Eigenschaften von Mengenpartitionen vgl. bei *Tittmann (2000, 16f.)*.
[2] Vgl. *Kossbiel (1971, 167)*. Siehe ausführlich Kapitel B.II.1.2.
[3] Vgl. *Kossbiel (1997b, 6)*.
[4] Vgl. hierzu und im Folgenden bei *Kossbiel (1970/1971/1974/1988/1992b/2006)*.
[5] Vgl. zur Personalbedarfsermittlung u.a. bei *Kossbiel (1978/1992c)*. Zur Unterscheidung tätigkeits- und stellenbezogener Personalbedarfe vgl. *Kossbiel (1992c, 1601f.)*.

- Das *Bereitstellungsspektrum* einer Personalbedarfskategorie – z.B. einer Tätigkeits- oder Stellenart – erfasst diejenigen Personalsegmente, die zur Deckung des Faktorbedarfs in dieser Kategorie herangezogen werden können. Kann dafür nur ein Personalsegment berücksichtigt werden, so liegt *Bereitstellungseindeutigkeit* vor, eignen sich hierfür mehrere Personalkategorien, so wird von *Bereitstellungsmehrdeutigkeit* gesprochen.

- Das *Verwendungsspektrum* eines Personalsegments erfasst diejenigen Personalbedarfskategorien, zu deren Erledigung eine dem Personalsegment zugehörige Arbeitskraft herangezogen werden kann. So spricht man von *Verwendungseindeutigkeit*, wenn Arbeitskräfte einer Personalkategorie zum Einsatz in genau einer Personalbedarfskategorie vorgesehen sind; *Verwendungsmehrdeutigkeit* bedeutet, dass mindestens zwei Faktorbedarfskategorien von Arbeitskräften einer solchen Personalkategorie bedient werden können.

Dies lässt sich unter Verwendung zusätzlicher Symbole veranschaulichen.

$\boldsymbol{Q} = \{q \mid q=1,2,...,Q\}$	Menge der Personalbedarfskategorien
R_q	$\{r \mid$Arbeitskräfte der Kategorie r können zur Deckung von Personalbedarfen der Kategorie q herangezogen werden$\}$
Q_r	$\{q \mid$zur Deckung von Personalbedarfen der Kategorie q können Arbeitskräfte der Kategorie r herangezogen werden$\}$

Der Personalbedarf einer Organisation stellt gewöhnlich nicht eine Zahl, sondern ein Aggregat (Zahlen-Tupel) von Teilpersonalbedarfen dar, die in quantitativer (Anzahl der Arbeitskräfte), qualitativer (Ausbildung der Arbeitskräfte), temporaler (Zeitpunkt des Ressourcenbedarfs) und lokaler Hinsicht (Ort des Ressourcenbedarfs) differenziert sind.[1] Die quantitative Dimension nimmt insofern eine besondere Rolle unter den vier genannten Dimensionen des Personalbedarfs ein, als der qualitative (q), lokale (s) und temporale (t) Aspekt des Personalbedarfs dessen Geltungsbereich $\boldsymbol{G}$ beschreiben, während der quantitative Aspekt dem Wertebereich $\boldsymbol{W}$ zuzuordnen ist:[2]

$$PB := \begin{cases} \boldsymbol{G} \rightarrow \boldsymbol{W} \\ g \mapsto PB_g \end{cases} \tag{C.I.4.}$$

$$\boldsymbol{G} := \{g \mid g(q,t,s) \in \mathrm{IN}^3\} \tag{C.I.5.}$$

$$\boldsymbol{W} \subset \mathrm{IR}^+ \tag{C.I.6.}$$

[1] Vgl. *Kossbiel (1992, 1596f.)*.
[2] Vgl. *Muche/Spengler (1995b, 5ff.)*.

Da in dieser Arbeit häufig die funktionale Flexibilität von Arbeitskräften von Relevanz ist, wird stellenweise die temporale und lokale Dimension des Personalbedarfs ausgeblendet. Der Gesamtpersonalbedarf stellt sich dann als eine mathematische Abbildung der Form

$$PB := \begin{cases} \boldsymbol{Q} \to \boldsymbol{PB} \\ q \mapsto PB_q \end{cases} \qquad (C.I.7.)$$

dar.

Der Personalbedarf ist von einer Vielzahl von Faktoren bestimmt, die von *Kossbiel (1992c, 1598ff.)* in Primärdeterminanten (Leistungsprogramm, Arbeitsproduktivität, Arbeitszeit) und Sekundärdeterminanten (Unternehmenstechnologie, Arbeitsrecht, …) unterteilt werden. Dass auf die Ausprägung dieser Determinanten mit unterschiedlichem Gewicht und in unterschiedlicher Fristigkeit Einfluss genommen werden kann, soll hier nicht vertieft werden. Sind die Primär- und Sekundärdeterminanten in einer Entscheidungssituation gegeben, so ist der Personalbedarf determiniert, was in diesem Teil der Arbeit unterstellt wird.

In Hinblick auf die Personalbedarfe beschreibt die Menge R_q das bereits angesprochene Bereitstellungsspektrum der Bedarfskategorie q, also die Menge der Personalsegmente, deren Arbeitskräfte als qualifikatorisch geeignet gelten können, die betreffende Tätigkeit entsprechend bestimmter Leitungsstandards auszuführen. Es werden in dieser Arbeit gleiche Produktivitäten über alle geeigneten Arbeitskräftesegmente unterstellt.

Gilt $\#(\underline{R}_q)=1$ bzw. $\#(\underline{R}_q)>1$, so liegen Bereitstellungseindeutigkeit respektive Bereitstellungsmehrdeutigkeit vor (siehe Abbildungen A.C.I.1a. und A.C.I.1b.).

Abbildung A.C.I.1a.: Bereitstellungseindeutigkeit mit $R_1=\{1\}$

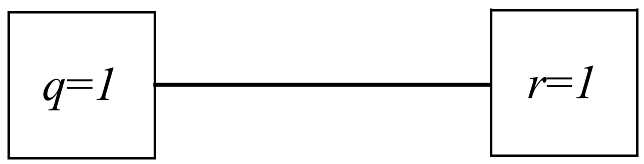
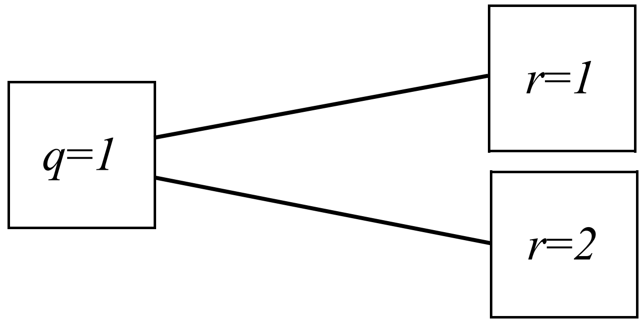


Abbildung A.C.I.1b.: Bereitstellungsmehrdeutigkeit mit $R_1=\{1,2\}$



Die Menge Q_r gibt das Verwendungsspektrum einer Arbeitskraft des Personalsegmentes r an. Im Fall $\#(Q_r)=1$ bzw. $\#(Q_r)>1$ liegt Verwendungseindeutigkeit respektive Verwendungsmehrdeutigkeit vor (siehe Abbildung A.C.I.2a. und A.C.I.2b.).
In ihrem Verwendungsspektrum kommt die funktionale Flexibilität der Arbeitskräfte dieses Personalsegmentes zum Ausdruck:[1]
Funktionale Flexibilität liegt demnach vor, wenn Verwendungsmehrdeutigkeit gegeben ist, d.h. wenn Arbeitskräfte einer Kategorie für mindestens zwei Tätigkeiten eingesetzt werden können.

Abbildung A.C.I.2a.: Verwendungseindeutigkeit mit $Q_1=\{1\}$

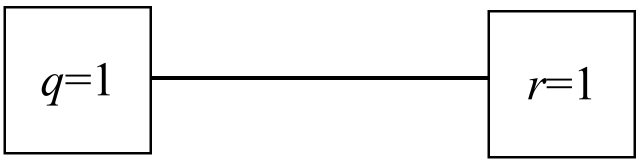
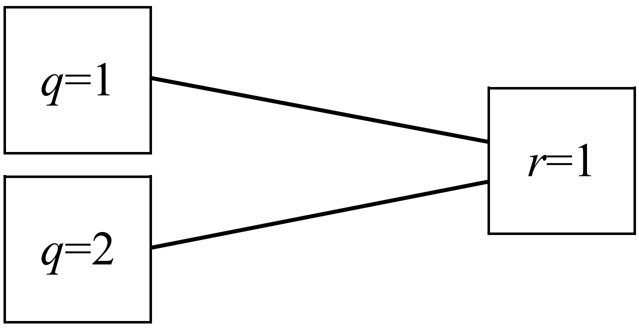


Abbildung A.C.I.2b.: Verwendungsmehrdeutigkeit mit $Q_1=\{1,2\}$



Konsequenz der Bereitstellungs- und Verwendungsmehrdeutigkeit sind besondere Erfordernisse in Hinblick auf die Abstimmung der Faktorbedarfe und Faktorausstattungen, da die Zuordnung von Arbeitskräften zu einzelnen Aufgaben und vice versa nicht als Datum in das Entscheidungsmodell eingeht, sondern ex ante indeterminiert ist und somit Gegenstand des Entscheidungskalküls wird. Solche Abstimmungsverfahren sind Gegenstand des nächsten Kapitels.

[1] Vgl. *Kossbiel (1997b, 18 u. 37)*.

2. Abstimmungserfordernisse und -verfahren

In den von *Kossbiel (1970)* begründeten Entscheidungsmodellen[1] der Personalpotentialdisposition erfolgt eine mengentheoretisch basierte Abstimmung von Personalbedarf und Personalausstattung im sog. „Modellkern“[2] auf zweierlei Weise.[3]
Dazu werden weitere Symbole eingeführt.

$\boldsymbol{T} = \{t \mid t=1,2,...,T\}$	Menge der Teilperioden
$\wp(\,)$	Potenzmenge
$\varnothing$	leere Menge
$PB_q \left(PB_q^t\right)$	Anzahl der benötigten Arbeitskräfte für Tätigkeitskategorie *q* (in Periode *t*)
$PA_r \left(PA_r^t\right)$	Anzahl der verfügbaren Arbeitskräfte des Personalsegments *r* (in Periode *t*)
$PE_{r,q} \left(PE_{r,q}^t\right)$	Anzahl der zur Deckung des Bedarfs der Kategorie *q* eingesetzten Arbeitskräfte der Segments *r* (in Periode *t*)
$\underline{PB} = \left(PB_1^{(t)},\ldots,PB_q^{(t)},\ldots,PB_Q^{(t)}\right)$	Personalbedarfstupel
$\underline{PA} = \left(PA_1^{(t)},\ldots,PA_r^{(t)},\ldots,PA_R^{(t)}\right)$	Personalausstattungstupel

a) Bei Verwendung des *impliziten Ansatzes* werden die aufgaben- oder stellenbezogenen Personalbedarfe der qualifikatorisch differenzierten Personalausstattung des Betriebes unmittelbar gegenübergestellt.
Um die Zulässigkeit der Lösung sicherzustellen, wird eine aufgrund der funktionalen Flexibilität der Arbeitskräfte mögliche ‚Mehrfachbereitstellung‘ durch die Bildung von Kombination der Personalbedarfe ausgeschlossen.

Die Formulierung des impliziten Ansatzes lautet:

[1] Vgl. auch *Kossbiel (1971/1974/1975/1976/1988/1993/2006)*.
[2] Vgl. *Kossbiel (1993, 3132f.)*.
[3] Zum Beweis und zur Verbindung der beiden Ansätze vgl. *Jarr (1978, 14f.)*, *Muche (2001, 147ff.)*.

$$\sum_{q\in \widetilde{Q}} PB_q^t \leq \sum_{r\in \bigcup_{q\in \widetilde{Q}} R_q} PA_r^t \quad \text{für alle } t\in \boldsymbol{T}, \widetilde{Q}\in \wp(\boldsymbol{Q})\setminus\{\emptyset\} \qquad (C.I.8.)$$

b) Im *expliziten Ansatz* werden Personaleinsatzvariablen in die Abstimmung von Personalbedarf und -ausstattung ‚zwischengeschaltet'. Dies begründet die bereits angesprochene Bindeglied- bzw. Scharnierfunktion des Personaleinsatzes. Dadurch wird ein zweistufiges Vorgehen nötig: In der Abstimmung zwischen Personalbedarf und -einsatz (C.I.9.) wird die Deckung der Personalbedarfe durch den Einsatz dafür *bereitstellbaren* Personals gefordert, in der Abstimmung von Personaleinsatz und -ausstattung (C.I.10) wird sichergestellt, dass nicht mehr Arbeitskräfte einer Ausstattungskategorie *verwendet* werden, als vorhanden sind. Über die Personaleinsatzvariablen wird ein zulässiger Einsatzplan für das Personal *explizit* ausgewiesen.

Die Formulierung des expliziten Ansatzes lautet:

$$PB_q^t = \sum_{r\in R_q} PE_{r,q}^t \quad \text{für alle } q\in \boldsymbol{Q},\ t\in \boldsymbol{T} \qquad (C.I.9.)$$

$$\sum_{q\in Q_r} PE_{r,q}^t \leq PA_r^t \quad \text{für alle } r\in \boldsymbol{R}, t\in \boldsymbol{T} \qquad (C.I.10.)$$

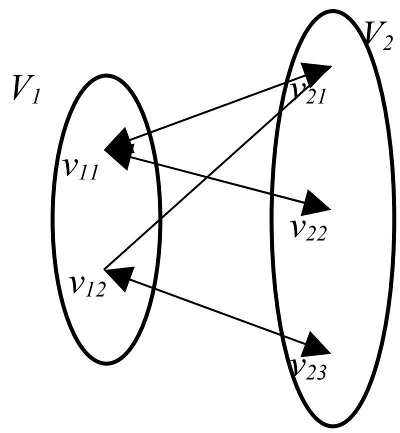
So ist der explizite Ansatz vorzuziehen, wenn ein zulässiger Personaleinsatzplan gesucht wird. Dagegen ist der implizite Ansatz besonders zur Überprüfung der Bedarfsangemessenheit von Personalausstattungen geeignet. Im Fall einer zulässigen Deckung der einzelnen Personalbedarfe und aller deren möglichen Kombinationen durch die Arbeitskräfte der hierfür jeweils in Frage kommenden Personalsegmente existiert mindestens ein implizit zugrunde liegender, aber nicht explizit ausgewiesener Personaleinsatzplan. Wie *Muche (2000a)* zeigt, bestehen zwischen dem impliziten Ansatz nach *Kossbiel (1970)* und dem „Marriage Theorem" der Graphentheorie nach *Hall (1935)*[1] große Ähnlichkeiten. Dieses Theorem zählt mit den beiden eng verwandten Theoremen von *König* und *Frobenius* zu den grundlegenden und meistverwendeten Sätzen dieses mathematischen Teilgebiets.[2] Die Verwandtschaft der beiden Verfahren sei kurz erläutert:
Ein Graph[3] *G* ist definiert als ein geordnetes Paar *(V, E)* aus einer Menge *V* von Knoten (Ecken) und einer Menge *E* von Kanten. Auf *E* ist eine Abbildung erklärt, die jedem Element von *E* eindeutig ein geordnetes oder ungeordnetes Paar - dies begründet die Unterscheidung in gerichtete und ungerichtete Graphen - (nicht notwendig verschiedener) Elemente von *V* zuordnet. Endliche ungerichtete Graphen besitzen eine endliche Knotenmenge und eine endliche Kantenmenge. Sind einem ungeordneten Knotenpaar mehrere Kanten zugeordnet, dann

---

[1] Vgl. hierzu die bei *Muche (2000a, 129)* angegebenen Literaturstellen.
[2] Vgl. *Lovász/Plummer (1986, 4-7)*.
[3] Vgl. im Folgenden statt vieler *Biggs (1998, 216ff.)*, *Diestel (2006, 37ff.)*.

spricht man von Mehrfachkanten. Eine Kante mit identischen Endpunkten heißt Schlinge. Graphen ohne Schlingen und Mehrfachkanten werden schlicht genannt. Ist es möglich, die Knotenmenge eines schlichten ungerichteten Graphen G in zwei disjunkte Mengen V_1 (z.B. Tätigkeiten) und V_2 (z.B. Arbeitskräfte) zu zerlegen, so dass jede Kante einen Knoten aus V_1 mit einem Knoten aus V_2 verbindet, dann heißt G ein bipartiter oder paarer Graph. Ein bipartiter Graph $G_b(V_1 \cup V_2, E)$ ist also durch zwei disjunkte Mengen V_1 und V_2 ($V_1 \cap V_2 = \emptyset$) gekennzeichnet, deren Vereinigung die Menge V bildet. Jede Kante aus E hat genau eine Ecke in V_1 und eine in V_2 (die Kante lässt im Sinne von „Zuordnung aufgrund der Qualifikation möglich" deuten).

Abbildung A.C.I.3.: Bipartiter Graph



In einem bipartiten Graph liegt eine Zuordnung (Matching) vor, wenn eine Teilmenge $M \subseteq E$ existiert, so dass keine zwei Kanten in M eine gemeinsame Ecke haben. Gilt $\#(M)=\#(V_2)$, dann nennt man die Zuordnung vollständig (in dem Sinne, dass alle Arbeitskräfte eine Tätigkeit zugewiesen bekommen haben).

Sei $V_2{}^*$ eine Teilmenge von V_2, dann ist

$$\mathrm{J}(V_2{}^*) := \{v_{1\bullet} \in V_1 \mid \exists\, v_{2\bullet} \in V_2{}^*\colon \{v_{1\bullet}, v_{2\bullet}\} \in E\} \qquad \textit{(C.I.11.)}$$

(die Menge $\mathrm{J}(V_2{}^*)$ entspricht der Menge der Tätigkeiten, denen Arbeitskräfte aus $V_2{}^*$ aufgrund ihrer Qualifikation zugeordnet werden können).

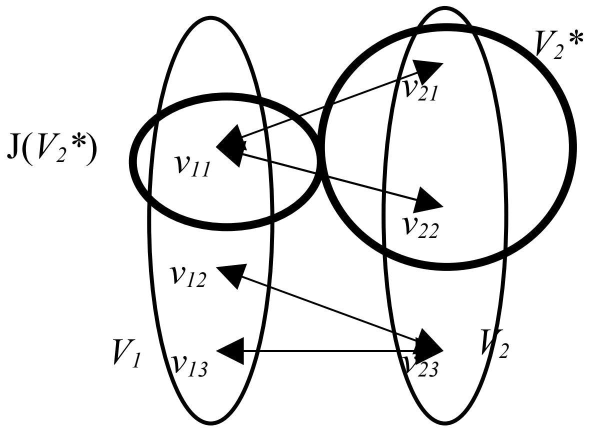
Die *Hall*sche Bedingung lautet:[1]
Ein bipartiter Graph G_b besitzt genau dann eine komplette Zuordnung, wenn gilt:

$$\#(\mathrm{J}(V_2{}^*)) \geq \#(V_2{}^*) \quad \text{für alle } V_2{}^* \subseteq V_2 \qquad \textit{(C.I.12.)}$$

[1] Zum „Marriage-Theorem" vgl. ausführlich *Lovász/Plummer (1986, 4ff.)*.

<u>*Beispiel B.C.I.1.*</u>
In Abbildung A.C.I.4. ist die Bedingung für V_2*={v_{21}, v_{22}} und J(V_2*)={v_{11}} nicht erfüllt, eine vollständige Zuordnung von Arbeitskräften aus V_2 zu Tätigkeiten aus V_1 ist daher nicht möglich.

Abbildung A.C.I.4: Anwendung der Hallschen Bedingung auf einen bipartiten Graph.



○

Wie *Muche (2001, 142)* zeigt, können für Teilpersonalbedarfe und Teilpersonalausstattungen in Höhe von 1 (PB_q=1 für alle $q\in \boldsymbol{Q}$, PA_r=1 für alle $r\in \boldsymbol{R}$) als Interpretation der beiden ‚Heiratsmarktseite' der implizite Ansatz und die *Hall*sche Bedingung ineinander überführt werden, wobei sich der Hochzeitssatz als Sonderfall der *Kossbiel*schen Bedingung erweist.
Ergänzt man den expliziten Ansatz (unter Ausblendung einzelner Teilperioden dargestellt) um Leistungsfaktoren $a_{r,q}$ bzw. $b_{r,q}$, so lautet dieser:

$$PB_q = \sum_{r\in R_q} b_{r,q} \cdot PE_{r,q} \qquad \text{für alle } q \in \boldsymbol{Q} \qquad (C.I.13.)$$

$$\sum_{q\in Q_r} a_{r,q} \cdot PE_{r,q} \leq PA_r \qquad \text{für alle } r \in \boldsymbol{R} \qquad (C.I.14.)$$

Solche in der Graphentheorie Kantengewichten entsprechenden Faktoren können nicht über die *Hall*sche Bedingung und nur mit Einschränkungen über die *Kossbiel*sche Bedingung erfasst werden (siehe Abbildung A.C.I.5.). Sind daher personaleinsatzabhängige Koeffizienten (z.B. Leistungs- oder Kostenkoeffizienten) einzubeziehen, so ist ebenfalls auf den expliziten Ansatz zurückzugreifen, da die mögliche Einbeziehung von nach *r* und *q* indizierten Koeffizienten in den impliziten Ansatz unter Rückgriff auf die auf *Fourier (1826)* zurückgehenden Eliminationsmethode von *Motzkin (1936, 19ff.)* noch nicht generell umgesetzt werden konnte.[1]

---

[1] Vgl. ausführlich *Muche (2005)*. Vgl. auch bei *Kossbiel (2000a/2003)*.

Abbildung A.C.I.5.: Anwendungsbereiche für Zuordnungsbedingungen[1]

$Q \gtreqless R$ $PB_q, PA_r \in \mathrm{R}_0^+$ $b_{rq}, > 0, a_{rq} > 0$	*Fourier-Motzkin* (1826/1936)
$Q \gtreqless R$ $PB_q, PA_r \in \mathrm{IR}_0^+$ $b_{rq} = b_q > 0$ $a_{rq} = a_r > 0$	erweiterte Hall/Kossbielsche Bedingung
$Q \gtreqless R$ $PB_q, PA_r \in \mathrm{IR}_0^+$ $b_{rq} = 1, a_{rq} = 1$	**Kossbielsche- Bedingung (impliziter Ansatz) (1970)**
$Q \gtreqless R$ $PB_q, PA_r \in \mathrm{IN}_0$ $b_{rq} = 1, a_{rq} = 1$	Haremssatz von Halmos/Vaughn (1950)
$Q \gtreqless R$ $PB_q = 1,\ PA_r = 1$ $b_{rq} = 1, a_{rq} = 1$	Halls Hochzeitssatz (marriage theorem) (1935)
$Q = R$ $PB_q = 1,\ PA_r = 1$ $b_{rq} = 1, a_{rq} = 1$	Satz von Frobenius (1917)

[1] Nach *Muche (2000b)*.

Der implizite und der explizite Ansatz unterscheiden sich nicht nur hinsichtlich ihres ‚Informationsgehaltes' und ihrer Anwendungsmöglichkeiten, sondern auch hinsichtlich ihres Formulierungsaufwandes bezüglich der Anzahl der notwendigen Bedingungen und Entscheidungsvariablen:

- Bei Anwendung des impliziten Ansatzes sind pro betrachteter Teilperiode maximal 2^Q-1 - dies entspricht $\#(\wp(\boldsymbol{Q})\backslash\{\varnothing\})$ - Restriktionen zu formulieren,[1] der explizite Ansatz erfordert dagegen exakt Q+R Nebenbedingungen pro Teilperiode.

- Bei Anwendung des expliziten Ansatzes sind - in Abhängigkeit von der betrachteten Planungssituation - neben möglichen Q Personalbedarfs- und R Personalausstattungsvariablen auch Personaleinsatzvariablen zu formulieren, deren Anzahl von der funktionalen Flexibilität der Teilpersonalausstattungen abhängt.
  Die Anzahl der Personaleinsatzvariablen beträgt: $\sum_{r\in \boldsymbol{R}} \#(Q_r) = \sum_{q\in \boldsymbol{Q}} \#(R_q)$.[2]

Die Anzahl der Variablen respektive Nebenbedingungen kann insofern von Bedeutung sein, als bei linearen Planungsansätzen die Anzahl der Nebenbedingungen einen größeren Einfluss auf die allerdings vernachlässigbare Rechenzeit hat als die Anzahl der Variablen. Im Rahmen (gemischt) ganzzahliger Entscheidungsprobleme, in denen der Rechenzeit eine wesentlich größere Bedeutung zukommt und die Optimalität der Lösung nicht sichergestellt ist, hat dagegen die Anzahl der (ganzzahligen) Variablen erheblich größere Auswirkungen auf die Lösbarkeit und Rechenzeit als die Zahl der Restriktionen.[3] So konstatieren *Brecht/Wittenbecher (1998, 1)* insbesondere in der englischsprachigen Literatur eine starke Tendenz zu impliziten Modellierungstechniken im Rahmen der Personalausstattungs- und Personaleinsatzplanung. Als wesentlichen Grund nennen sie die Reduzierung der laufzeitbestimmenden Variablen gegenüber expliziten Ansätzen, z.B. durch implizite Modellierung von Schichteinsätzen und Pausen.

Zum besseren Verständnis der späteren Ausführungen wird die Vorgehensweise beider Verfahren exemplarisch illustriert.

---

[1] Wobei möglicherweise viele Nebenbedingungen redundant sind. Zur Elimination redundanter Bedingungen im Rahmen des impliziten Ansatzes vgl. *Kossbiel (1974, 15)* und ausführlich *Muche (2001, 143-147)*.
[2] Die Angabe von $Q{\cdot}R$ Personaleinsatzvariablen bei *Muche (2001, 136)* ist als Obergrenze anzusehen, als hier immanent vollbesetzte Bereitstellungs- bzw. Verwendungsspektren unterstellt werden, was allerdings keine Differenzierung der Personalausstattung in r Segmente erforderlich macht.
[3] Vgl. hierzu *Hillier/Lieberman (1988, 386)*. Zu dieser Problematik im Rahmen der Personalplanung vgl. *Achatz (1999)*, *Weber (1999), Muche (2001), Ruban (2006)*.

Beispiel B.C.I.2.
In Tabelle T.C.I.1. sind die Bereitstellungs- und Verwendungsspektren von drei Personalbedarfskategorien und sieben Personalsegmenten sowie deren Besetzung erfasst:

Tabelle T.C.I.1.: Bereitstellungs- und Verwendungsspektren, Personalausstattung (+ := *Zuordnung möglich*)

q\r	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
1	+			+	+		+
2		+		+		+	+
3			+		+	+	+
PA_r	0	1	2	1	2	3	1

Die Anwendung des impliziten Ansatzes auf die Daten des Beispiels führt zu folgenden Bedingungen:

$\#(\tilde{Q}) = 1 \Rightarrow \binom{3}{1}$=3 Kombinationen zur 1. Klasse:

$$\tilde{Q} = \{1\}: \quad PB_1 \le PA_1 + PA_4 + PA_5 + PA_7 = 4$$
$$\tilde{Q} = \{2\}: \quad PB_2 \le PA_2 + PA_4 + PA_6 + PA_7 = 6$$
$$\tilde{Q} = \{3\}: \quad PB_3 \le PA_3 + PA_5 + PA_6 + PA_7 = 8$$

$\#(\tilde{Q}) = 2 \Rightarrow \binom{3}{2}$=3 Kombinationen zur 2. Klasse:

$$\tilde{Q} = \{1,2\}: \quad PB_1 + PB_2 \le PA_1 + PA_2 + PA_4 + PA_5 + PA_6 + PA_7 = 8$$
$$\tilde{Q} = \{1,3\}: \quad PB_1 + PB_3 \le PA_1 + PA_3 + PA_4 + PA_5 + PA_6 + PA_7 = 9$$
$$\tilde{Q} = \{2,3\}: \quad PB_2 + PB_3 \le PA_2 + PA_3 + PA_4 + PA_5 + PA_6 + PA_7 = 10$$

$\#(\tilde{Q}) = 3 \Rightarrow \binom{3}{3}$=1 Kombinationen zur 3. Klasse:

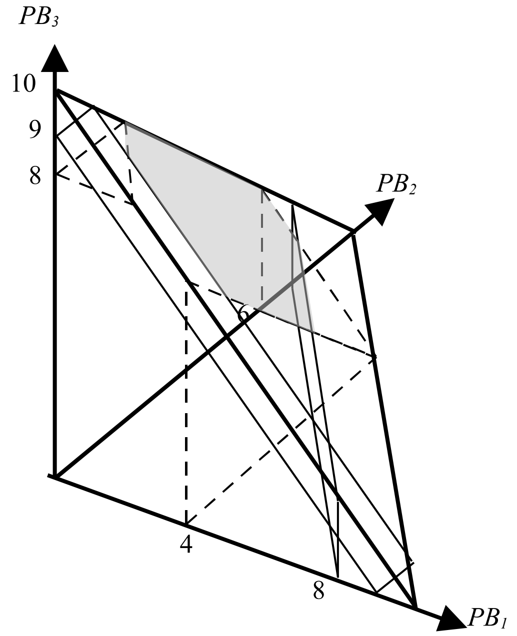
$$\tilde{Q} = \{1,2,3\}: PB_1 + PB_2 + PB_3 \le PA_1 + PA_2 + PA_3 + PA_4 + PA_5 + PA_6 + PA_7 = 10$$

Die Restriktionen des impliziten Ansatzes bilden im Beispiel einen in Abbildung A.C.I.6. dargestellten konvexen Polyeder im $\mathbb{R}^3$. Das graue Sechseck auf der zweidimensionalen Hyperebene[1] beschreibt die für $\underline{PA}$=(0, 1, 2, 1, 2, 3, 1) potentiell abdeckbaren Personalbedarfskonstellationen bei einem Gesamtpersonalbedarf von zehn Arbeitskräften und mithin die funktionale Flexibilität dieser

[1] Eine Hyperebene ist ein (n-1)-dimensionaler Unterraum des $\mathbb{R}^n$. Vgl. z.B. bei *Meschkowski (1966, 177)*.

Personalausstattung auf dem höchsten Personalbedarfsniveau.[2]

Abbildung A.C.I.6.: ein Q-dimensionaler Polyeder als Ergebnis der graphischen Umsetzung der Restriktionen des impliziten Ansatzes



○

Der Personaleinsatz erfüllt als Bindeglied zwischen Personalbedarf und Personalausstattung neben der bereits dargestellten *Zuordnungsfunktion* von Arbeitskräften zu Tätigkeiten bzw. Stellen eine *Ausgleichsfunktion* bzgl. einer im Zeitablauf relativ stabilen Personalausstattung mit einem in seiner *Struktur* variierenden Personalbedarf.[1] Die Ausgleichs- und Zuordnungsfunktion des Personaleinsatzes lassen sich wie folgt illustrieren.

<u>Beispiel B.C.I.3.</u>
Bei der Personalausstattung aus Beispiel B.C.I.2. können im Zeitablauf alle auf dem Rand und innerhalb des grauen Sechsecks liegenden Personalbedarfe gedeckt werden, ohne dass Veränderungen der Personalausstattung vorgenommen werden müssen:
Sei das Tupel der Personalbedarfe in der einen Periode <u>PB</u>=(4, 4, 2) und in der zweiten Periode <u>PB</u>=(3, 3, 4) Im ersten Fall (er entspricht übrigens dem Eckpunkt E in Abbildung A.C.II.1.) kann dies nur durch den in Tabelle T.C.I.2a. dargestellten Personaleinsatz erfolgen, im zweiten Fall (er entspricht dem Punkt P in Abbildung A.C.II.1.) sind mehrere Zuordnungen denkbar.

---

[2] Der (Q-1)-dimensionale Seitensimplex des Polyeders ist in Abbildung A.C.II.1. dargestellt.
[1] Vgl. *Kossbiel (1988, 1089).*

Von diesen sind zwei in Tabelle T.C.I.2b. aufgeführt.[1]

Tabelle T.C.I.2a.: Personaleinsatztableau für PB=(4, 4, 2)

q\r	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	∑
1	0			1	2		1	4
2		1		0		3	0	4
3			2		0	0	0	2
∑	0	1	2	1	2	3	1	10

Tabelle T.C.I.2b.: Personaleinsatztableau für PB=(3, 3, 4)
(alternative Zuordnungsmöglichkeit)

q\r	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	∑
1	0 (0)			1 (1)	2 (1)		0 (1)	3 (3)
2		1 (1)		0 (0)		2 (2)	0 (0)	3 (3)
3			2 (2)		0 (1)	1 (1)	1 (0)	4 (4)
∑	0	1	2	1	2	3	1	10

○

Geht es wie im Folgenden um die Beurteilung oder Gestaltung von Personalausstattungen, so wird in der Literatur regelmäßig auf den impliziten Ansatz zurückgegriffen, da der konkrete Personaleinsatz für die damit verbundenen Fragestellungen im allgemeinen irrelevant ist.[2] Der implizite Ansatz wird daher die Grundlage sämtlicher in dieser Arbeit betrachteten Entscheidungsmodelle bilden.

---

[1] Welche konkrete Zuordnung von einem Entscheidungsmodell bei mehreren Möglichkeiten gewählt wird, hängt von dessen Zielfunktion und evtl. weiteren Nebenbedingungen ab.

[2] Vgl. hierzu explizit bei *Muche (2005, 126)*.

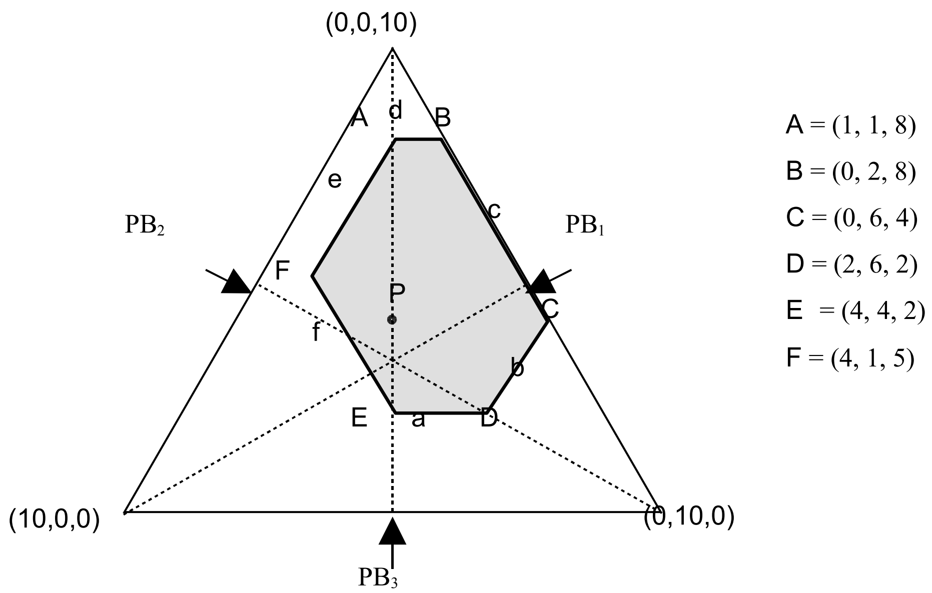
II. Implikationen funktionaler Flexibilität

1. Der Einfluss funktional flexibler Arbeitskräfte auf die Flexibilität der Gesamtpersonalausstattung

Die folgenden Ausführungen sind dazu gedacht, den Einfluss der funktionalen Flexibilität einzelner Arbeitskräfte bzw. Personalsegmente auf die Flexibilität der Gesamtpersonalausstattung zu illustrieren. Sie werden für das Verständnis der Ausführungen in Kapitel C.III., in dem das Problem der Gestaltung einer bedarfsadäquaten Personalausstattung behandelt wird, förderlich sein. Um die Effekte funktionaler Flexibilität graphisch zu illustrieren, wird eine Beschränkung auf den Fall dreier Faktorbedarfe vorgenommen.

Wie sich in Abbildung A.C.I.6. erkennen lässt, entsteht auf maximalem Gesamtbedarfsniveau ein Polygon, dessen Inhalt die Menge der durch die Personalausstattung abdeckbaren Faktorbedarfe repräsentiert. Im Fall dreier Bedarfskategorien entsteht idealtypisch ein Sechseck, wie auch im Fall des Beispiels B.C.I.2. Die auf maximalen Personalbedarfsniveau abdeckbaren Personalbedarfskonstellationen aus Abbildung A.C.I.6. sind in Abbildung A.C.II.1. dargestellt.

Abbildung A.C.II.1.: (Q-1)-Simplex auf dem maximalen Bedarfsniveau und funktionale Flexibilität der Personalausstattung (Polygon der auf diesem Niveau abdeckbaren Personalbedarfskonstellationen; grau unterlegt) im Beispiel B.C.I.2.



Die funktionale Flexibilität des Personals bestimmt die Lage und die Größe des Sechsecks, was sich anhand der Abbildung A.C.II.2. nachvollziehen lässt:

Aufgrund elementargeometrischer Überlegungen lassen sich folgende Zusammenhänge in Abbildung A.C.II.2. ableiten:[1]

- Die Seitenlänge l des Dreiecks selbst beträgt $\sqrt{(2\cdot(\Sigma_r PA_r)^2)} = \sqrt{2}\cdot\Sigma_r PA_r$, seine Höhe h beträgt $\sqrt{(l^2-(l/2)^2)} = \sqrt{3/2}\cdot l = \sqrt{(3/2)}\cdot\Sigma_r PA_r$, wobei wir unterstellen, dass $\Sigma_q PB_q = \Sigma_r PA_r$ gilt.
- Die ‚inflexiblen' (einfach-qualifizierten) Arbeitskräfte determinieren die *Position* des Sechsecks. So beträgt der Abstand von den jeweiligen Grundlinien $\sqrt{(3/2)}\ PA_3$ für die Kante a, $\sqrt{(3/2)}\cdot PA_1$ für c und $\sqrt{(3/2)}\cdot PA_2$ für e.
- Die ‚teilflexiblen' (hier doppelt-qualifizierten) Arbeitskräfte bestimmen die genaue *Größe* des Sechsecks. Die Längen der Kanten b, d und f werden von den doppelt qualifizierten Arbeitskräfte festgelegt. Die Kantenlänge von b beträgt $\sqrt{2}\cdot PA_5$, die Kante d misst $\sqrt{2}\cdot PA_4$ und die Kantenlänge f zählt $\sqrt{2}\cdot PA_6$.
- Die Längen der Kanten a, c und e vervollständigen die genaue Größe des Polygons; sie werden auch von der Anzahl der ‚vollflexiblen' (hier dreifach-qualifizierten) Arbeitskräfte determiniert. So ist die Länge von a gleich $\sqrt{2}\cdot(PA_4+PA_7)$, die Länge von c beträgt $\sqrt{2}\cdot(PA_6+PA_7)$ und die Kante e misst $\sqrt{2}\cdot(PA_5+PA_7)$.
- Im Fall dreier Bedarfskategorien kann daher ein Sechseck nur dann entstehen, wenn alle möglichen doppelt-qualifizierten Personalsegmente besetzt sind. Ist ein zweifach-qualifiziertes Personalsegment nicht besetzt, so reduziert sich die Eckenzahl des Vielecks um eins. Sind unter den mehrfach qualifizierten Arbeitskräften ausschließlich ‚*Universalisten*' (dreifach-qualifiziert) vorhanden, so bleibt ein Dreieck bestehen. Besteht die Personalausstattung jedoch nur aus ‚Spezialisten' (einfach-qualifiziert), dann schrumpft die Fläche auf einen Punkt. Dieser Punkt versinnbildlicht die völlig fehlende funktionale Flexibilität dieser Personalausstattung.

Beispiel B.C.II.1.

Für $\underline{PA}$=(3, 3, 4, 0, 0, 0, 0) beschreibt der Punkt P in Abbildung A.C.II.1. die einelementige Menge der abdeckbaren Personalbedarfskonstellationen durch die inflexible Personalausstattung. Dies ist das Tupel $\underline{PB}$=(3, 3, 4) aus Beispiel B.C.I.2.

○

Nach den Regeln der kombinatorischen Topologie[2] lassen sich der (Q-1)-Simplex der denkbaren Personalbedarfskombinationen auf maximalen Bedarfsniveau und der Polyeder der tatsächlichen erreichbaren Personalbedarfskombinationen auf diesem Niveau in *baryzentrischen Koordinaten* beschreiben:

[1] Wir gehen bei unseren Darstellungen von reellwertigen Größen aus. Vgl. zu den folgenden Darstellungen sowie Erweiterungen ausführlich bei *Kossbiel (1986, 103f.)*, *Muche (1989, 153-163)*, *Knörzer (2001, 163ff.)*, *Knörzer (2002a, 19ff.)*.

[2] Vgl. hierzu statt vieler z.B. bei *Reinhard/Soeder (1984, 240ff.)*.

Die Q unabhängigen Punkte P_q (im Beispiel (10, 0, 0), (0, 10, 0) und (0, 0, 10))[1] spannen einen (Q-1)-dimensionalen Teilraum (Unterraum) des $\mathbb{R}^n$ (mit n=Q) auf. Mit $p_q \in [0, 1]$ und $\Sigma_q p_q=1$ lässt sich ein beliebiger Punkt P des (schwach) konvexen Polyeders über die mit p_q gewichteten Eckpunkte P_q und in baryzentrischen Koordinaten angeben:

$$P = \sum_q p_q \cdot P_q \qquad (C.II.1.)$$

<u>*Beispiel B.C.II.2.*</u>
Ein Punkt mit gleichen baryzentrischen Koordinaten wird *Baryzentrum* genannt; in einem zweidimensionalem Simplex hat das Baryzentrum die Koordinaten (1/3, 1/3, 1/3). Aufgrund der Symmetrie der kartesischen Koordinaten der Eckpunkte des (Q-1)-Simplex auf maximalem Personalbedarfsniveau lassen sich kartesische und baryzentrische Koordinaten der Punkte aus Abbildung A.C.II.1. leicht ineinander überführen. So gilt für die Koordinaten:

$$(1/5,\ 3/5,\ 1/5)_{\text{baryzentrisch}} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{3}{5} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow (2,\ 6,\ 2)_{\text{kartesisch}}$$

$$(4\ 1\ 5)_{\text{kartesisch}} \Rightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} = p_1 \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + p_2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix} + p_3 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$(p_1=2/5,\ p_2=1/10,\ p_3=1/2) \Rightarrow (2/5,\ 1/10,\ 1/2)_{\text{baryzentrisch}}$$

Tabelle T.C.I.3: kartesische und baryzentrische Koordinaten für einige Punkte aus Abbildung A.C.I.5.

				A	C	Baryzentrum
Kartesisch	(10, 0, 0)	(0, 10, 0)	(0, 0, 10)	(1, 1, 8)	(0, 6, 4)	(3,33, 3,33, 3,33)
baryzentrisch	(1, 0, 0)	(0, 1, 0)	(0, 1, 0)	(1/10, 1/10, 4/5)	(0, 3/5, 2/5)	(1/3, 1/3, 1/3)

○

Die (3-1)-Simplexe in den Abbildungen A.C.II.1. und A.C.II.2. lassen sich daher auch als *baryzentrische Dreiecke* bezeichnen.[2] Diese Überlegungen lassen sich auf Fälle von vier und mehr Bedarfskategorien, d.h. auf (Q-1)-Seitensimplexe von Q-dimensionalen Polytopen beliebiger Dimension erweitern und für vier Personalbedarfe noch graphisch umsetzen.[3]

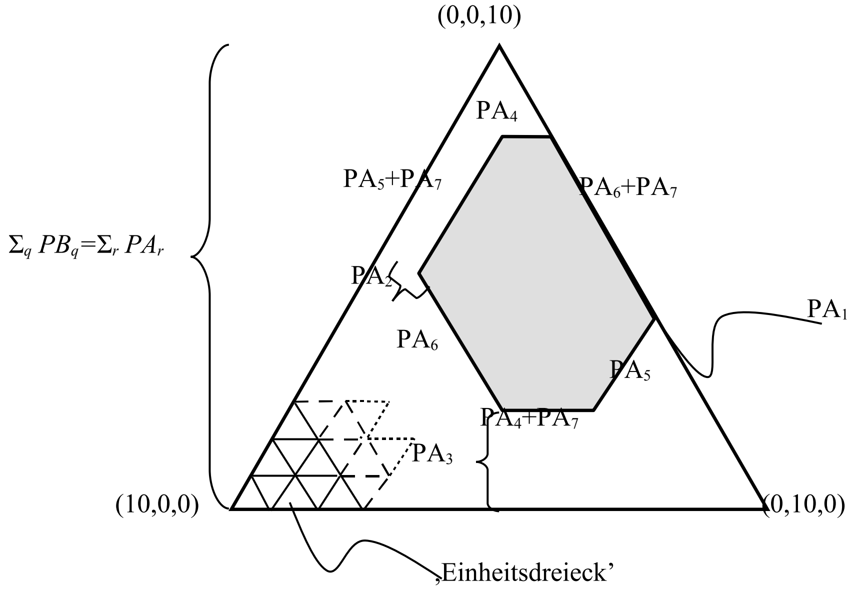
Vernachlässigt man die Koeffizienten der euklidischen Abstands- und Größen-

---

[1] ‚Unabhängig' insofern als ihre Ortsvektoren linear unabhängig sind.
[2] Vgl. bei *Muche (2001, 151).*
[3] Vgl. *Muche (1989, 183ff.).*

angaben des Polygons der tatsächlich erreichbaren Personalbedarfskonstellationen im $\mathbb{R}^3$, bzw. betrachtet man den 2-Simplex als ein aus ‚Einheitsdreiecken' zusammengesetztes Dreieck (wie dies z.B. bei ganzzahligen Bedarfs- und Ausstattungsgrößen der Fall ist) mit der Seitenlänge $\Sigma_r\, PA_r$, so ergeben sich die in Abbildung A.C.II.2. dargestellten Einflüsse der Qualifikationsstruktur auf die funktionale Flexibilität einer Personalausstattung.

Abbildung A.C.II.2.: Einfluss der Qualifikationsstruktur der Personalausstattung auf ihre funktionale Flexibilität (Lage und Größe des Polygons der abdeckbaren Personalbedarfskonstellationen; grau unterlegt) auf maximale Bedarfsniveau von 10 für Q=3



Diese Vorbemerkungen sind für das Verständnis der in Kapitel C.III. anstehenden Überlegungen einer flexibilitätsorientierten Personalausstattung von großer Bedeutung. Um die Einführungen in den Problembereich der funktionalen Flexibilität von Potentialfaktoren am Beispiel betrieblicher Personalausstattungen abzuschließen, soll noch auf Probleme der Messung funktionaler Flexibilität und der Ermittlung einer bedarfsangemessenen Faktorbereitstellung eingegangen werden.

2. Anmerkungen zum Flexibilitätsgrad betrieblicher Personalausstattungen

In der Literatur werden zur Messung und Beurteilung der funktionalen Flexibilität unterschiedliche Flexibilitätsmaße diskutiert.[1]
Sei Fg der Flexibilitätsgrad einer Personalausstattung auf dem höchsten Bedarfsniveau, so ließe sich beispielsweise für den Fall $Q=3$ folgender Flexibilitätsgrad definieren.

PBK^m	Größe der Fläche der möglichen Personalbedarfskonstellationen auf maximalem Personalbedarfsniveau
PBK^a	Größe der Fläche der abdeckbaren Personalbedarfskonstellationen auf maximalem Bedarfsniveau

Das Verhältnis der beiden Größen determiniert den Flexibilitätsgrad[2]

$$Fg := \frac{PBK^a}{PBK^m} \qquad (C.II.2.).$$

Beispiel B.C.II.3.
Für die Daten des Beispiels B.C.I.1. gilt

$$PBK^a=30{,}31 \text{ bzw. } PBK^m=86{,}60 \text{ und damit } Fg=0{,}35,$$

d.h. durch die Personalausstattung $\underline{PA}=(0, 1, 2, 1, 2, 3, 1)$ können 35% aller möglichen reellwertigen Personalbedarfe auf dem Niveau von zehn Arbeitskräften gedeckt werden.[3] Als Grenzfälle funktionaler Flexibilität wären eine Personalausstattung einfach qualifizierter Arbeitskräfte, z.B. $\underline{PA}=(3, 3, 4, 0, 0, 0, 0)$, mit einem Flexibilitätsgrad $Fg=0$ sowie die ausschließlich mit ‚Universalisten' besetzte Personalausstattung $\underline{PA}=(0, 0, 0, 0, 0, 0, 10)$ mit einem Flexibilitätsgrad von $Fg=1$ anzusehen.

○

[1] Vgl. *Grob (1986, 33ff.)*, *Kossbiel (1986, 93f.)*, *Muche (1989, 131-172)*, *Muche (2001, 151ff.)*, *Knörzer (2001, 165ff.)*, *Knörzer (2002a, 21ff.)*.
[2] Vgl. *Kossbiel (1986, 93)*, *Kossbiel (2003, 204)* und *Muche (1989, 153-163), Muche (2001, 151ff.)*.
[3] PBK^m beschreibt die Fläche des gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge $\sqrt{2}\cdot\sum PA_r$, PBK^a ergibt sich aus der Fläche des gleichseitigen Dreiecks mit der Kantenlänge $\sqrt{2}\cdot(PA_4+PA_5+PA_6+PA_7)$ abzüglich der Fläche der drei gleichseitigen Dreiecke mit den Kantenlängen b, d bzw. f. PBK^m berechnet sich somit als $\sqrt{3}/2\cdot(\sum PA_r)^2$, PBK^a nach *Muche (1989, 157-163)* mit $\sqrt{3}\cdot(PA_4\cdot PA_5+PA_4\cdot PA_6+PA_4\cdot PA_7+PA_5\cdot PA_6+PA_5\cdot PA_7+PA_6\cdot PA_7)+\sqrt{3}/2\cdot PA_7^2$.

Legte man dagegen ganzzahlige Größen für Faktorbedarfe und Faktorausstattungen zugrunde, so wäre folgende Definition des Flexibilitätsgrades denkbar:[1]

PBK_m	Anzahl der möglichen Personalbedarfskonstellationen auf maximalem Personalbedarfsniveau
PBK_a	Anzahl der abdeckbaren Personalbedarfskonstellationen auf maximalem Bedarfsniveau

Für den Flexibilitätsgrad gilt dann:

$$\mathbf{Fg} := \frac{PBK_a}{PBK_m} \qquad (C.II.3.)$$

Beispiel B.C.II.4.
Mit den Daten des Beispiel B.C.II.3. erhält an die Werte

$PBK_a = 26$, $PBK_m = 66$ und damit $\mathbf{Fg} = 0{,}39$.

○

Das Problem dieses Flexibilitätsmaßes besteht darin, dass im Gegensatz zur Verhältnisbildung der Flächen in dieser Definition des Flexibilitätsgrades für ganzzahlige Größen, wie auch beispielsweise in der Definition nach *Grob (1986, 40)*, Ereignisse („Anzahl der guten Ereignisse/Anzahl der möglichen Ereignisse") ins Verhältnis gesetzt werden. So würde für den Fall einer aus einfach-qualifizierten Arbeitskräften bestehenden Personalausstattung ein Flexibilitätsgrad $\mathbf{Fg} \approx 0{,}015$ (1/66) ausgewiesen. Dieser Wert ist insofern problematisch, als er eine - wenn auch vergleichsweise geringe - Flexibilität der Personalausstattung suggeriert, obwohl diese tatsächlich völlig inflexibel ist. Wie *Muche (1987, 159-161)* zeigt, ist die Abweichung zwischen Fg und $\mathbf{Fg}$ niemals größer als der Kehrwert der Mächtigkeit der Gesamtpersonalausstattung.

Nach diesen grundsätzlichen Überlegungen und einem Überblick über elementare Aspekte der Flexibilitätsproblematik stehen im folgenden Kapitel die angekündigten Gestaltungsansätze im Mittelpunkt der Betrachtungen.

[1] Vgl. *Kossbiel (1986, 93-94)* und *Muche (1989, 142-153)*.

III. Die Bereitstellung bedarfsadäquater Personalstrukturen bei vagen Faktorbedarfen

1. Vorbemerkungen

Häufig ist es Aufgabe der Personalpotentialdisposition, für die Umkehrung der zuvor skizzierten Problemstellung eine Antwort zu finden: Die Frage lautet dann nicht „Welche Personalbedarfe können mit einer gegebenen Personalausstattung gedeckt werden?", sondern „Wie muss eine Personalausstattung beschaffen sein, um vorgegebene Personalbedarfe zu decken?".
Von entscheidender Bedeutung für die Beantwortung dieser Frage ist, ob die künftigen Personalbedarfe deterministisch vorliegen oder ob lediglich vage Aussagen über die künftigen Faktorbedarfe gemacht werden können.[1] Zudem ist zu beachten, ob sich das Unternehmen an einer „Pooling-Strategie" (die Personalausstattung kann zu Beginn des Planungszeitraum für dessen gesamte Dauer festlegt werden) oder an einer „Hire-Fire-Strategie" (die Personalausstattung kann in jeder Periode angepasst werden) orientiert.[2]

Für den Fall, dass für die Teilperioden des Planungszeitraums exakte Personalbedarfe in den einzelnen Bedarfskategorien angegeben werden können, ist die Lösung des Problems trivial, sofern die Faktorausstattung beliebig kostenfrei angepasst werden kann: Die Personalausstattung könnte dann über Spotkontrakte in jeder Periode aus einfach qualifizierten Arbeitskräften zusammengestellt werden, deren Anzahl dem Personalbedarf in ihrem Verwendungsspektrum entspricht. Geometrisch interpretiert entspricht dies zwei 0-Simplexen (Punkten) mit exakt gleichen Koordinaten. Kann die Personalausstattung nicht kostenfrei justiert werden, so stehen dem Betrieb, unabhängig davon, welche der beiden Bereitstellungsstrategien zu verfolgen ist, elaborierte Entscheidungsansätze zur Verfügung.[3]

In einer für das Unternehmen ungünstigen Konstellation von lediglich in Intervallen angebbaren Faktorbedarfen und einer zu Planungsbeginn fest zu justierenden Personalausstattung, ist eine möglichst ‚genaue' Deckung der vagen Personalbedarfe gesucht. Dazu muss geklärt werden, was unter ‚genau' zu verstehen ist.

[1] Andere Formen einer unscharfen Beschreibung der künftigen Personalbedarfe, etwa über die unterschiedlichen in der Fuzzy-Set-Theorie genannten Verfahren oder die LPI-Theorie, sind grundsätzlich ebenfalls denkbar. Vgl. hierzu bei *Spengler (1990/1992/1993/1999)*. Zu stochastischen Personalbedarfen vgl. bei *Jarr (1978)*.
[2] Siehe Kapitel B.II.1.1., insbesondere Seite 47.
[3] Vgl. z.B. bei *Kossbiel (1988/1998)*. Vgl. auch *Kossbiel (1990a, 202)*.

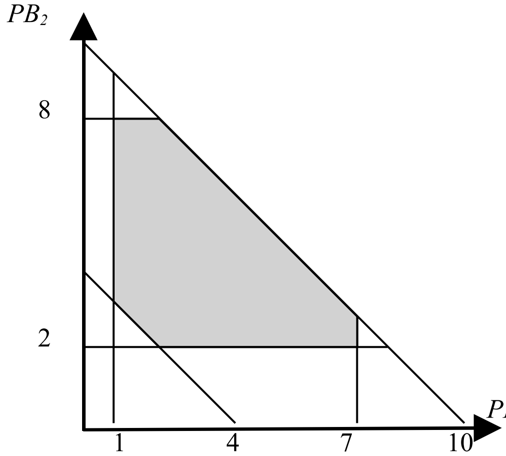
Formuliert man solche Überlegungen unter der Prämisse, dass alle möglichen Personalbedarfskonstellationen zwingend durch die Personalausstattung abgedeckt sein müssen, so bleibt als Maß für die ‚(Un)Genauigkeit' eine Größe, die die Überdeckung der *erwarteten* Personalbedarfe durch die aufgrund der bereitgestellten Personalausstattung abdeckbaren Personalbedarfe misst.
Vorüberlegungen, wie eine solche möglichst genaue Deckung der Personalbedarfe erfolgt, lassen sich am Fall zweier Bedarfskategorien demonstrieren.

Beispiel B.C.III.1.
Der Personalbedarf in zwei Bedarfskategorien kann in folgenden Intervallen angegeben werden:

$$1 \leq PB_1 \leq 7$$
$$2 \leq PB_2 \leq 8$$
$$4 \leq PB_1 + PB_2 \leq 10$$

Offensichtlich können alle möglichen Personalbedarfskonstellationen gedeckt werden, wenn die Personalbedarfe auf dem Niveau von zehn Arbeitskräften gedeckt werden können. Dieses Personalbedarfsniveau wird auf dem (Q-1)-Simplex mit den Ecken (10, 0) und (0, 10) repräsentiert, die Menge der möglichen Personalbedarfe auf diesem Niveau durch den (Q-1)-Simplex mit den Eckpunkten (7, 3) und (8, 2). Graphisch stellen sich diese Überlegungen wie folgt dar:

Abbildung A.C.III.1.: Graphische Umsetzung der Ungleichungen des Beispiels



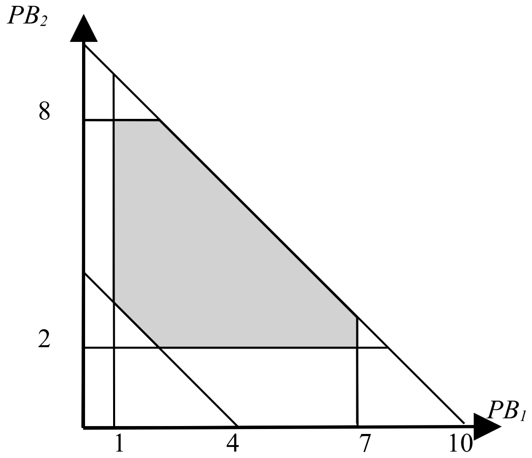
Durch die Wahl einer Faktorausstattung $\underline{PA}$ = (2, 3, 5) gemäß den in der folgenden Tabelle T.C.III.1. festgelegten Verwendungsspektren kann jeder mögliche Faktorbedarf innerhalb der genannten Schwankungsbreiten gedeckt werden, wie sich durch die Anwendung des impliziten Ansatzes leicht überprüfen lässt:

Tabelle T.C.III.1.: Bereitstellungs- und Verwendungsspektren, Personalausstattung (+ := *Zuordnung möglich*)

q\r	*1*	*2*	*3*
1	+		+
2		+	+
PA_r	2	3	5

$$PB_1 \leq PA_1 + PA_3 = 2 + 5 = 7$$
$$PB_2 \leq PA_2 + PA_3 = 3 + 5 = 8$$
$$PB_1 + PB_2 \leq PA_1 + PA_2 + PA_3 = 2 + 3 + 5 = 10$$

Abbildung A.C.III.2.: erwartete (grau unterlegte) und abdeckbare (schraffierte) Personalbedarfskonstellationen im Beispiel

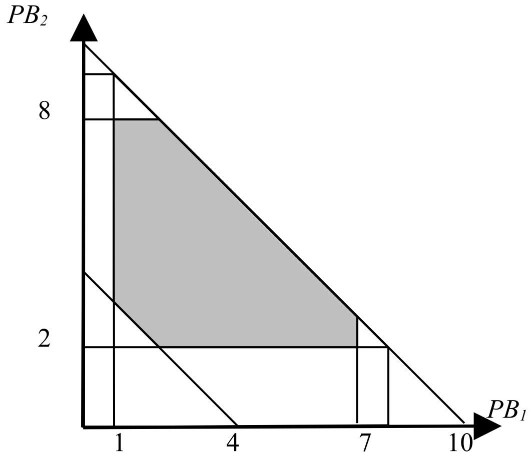


○

Nicht zuletzt in der graphischen Umsetzung (siehe Abbildung A.C.III.2.) erkennt man, dass eine Deckung der Personalbedarfskonstellationen auf höchstem Bedarfsniveau nicht nur eine Deckung möglicher Faktorbedarfe auf niedrigerem Niveau einschließt, sondern auch zwangsläufig zu einer Überdeckung in dem Sinne führt, das Personalbedarfskonstellationen gedeckt werden könnten, die niemals eintreten werden, da sie außerhalb der möglichen Schwankungsbreiten liegen.
Es scheint daher sinnvoll, die Bedarfsgenauigkeit im Sinne einer ‚Überdeckung' dahingehend zu präzisieren, als hierunter die Deckung von nicht erwarteten Personalbedarfen außerhalb der erwarteten Schwankungsbreiten *auf maximalem Personalbedarfsniveau* verstanden werden soll.

<u>*Beispiel B.C.III.2.*</u>
So existieren häufig mehrere Personalausstattungen, die ebenfalls die möglichen Personalbedarfskonstellationen (sowohl auf dem maximalen als auch auf niedrigerem Gesamtbedarfsniveau) abdecken, wie im Beispiel die Personalausstattung <u>*PA*</u>=(1, 2, 7) oder gar die Personalausstattung <u>*PA*</u>=(0, 0, 10). Diese decken jedoch im Gegensatz zur Personalausstattung <u>*PA*</u>=(2, 3, 5) über den 1-Simplex mit den Eckpunkten mit den kartesischen Koordinaten (7, 3) und (8, 2) hinausgehende Personalbedarfe ab, weshalb sie in unserer Diktion eine ‚ungenauere' Deckung der möglichen Personalbedarfskonstellationen darstellen. Damit decken diese beiden Personalausstattungen zwangsläufig auch auf niedrigeren Bedarfsniveaus mehr ‚unmögliche' Faktorbedarfskombinationen ab (siehe Abbildung A.C.III.3.) als die Personalausstattung <u>*PA*</u>=(2, 3, 5).

Abbildung A.C.III.3.: erwartete (grau unterlegte) und abdeckbare (schraffierte) Personalbedarfskonstellationen für PA=(1, 2, 7)



○

Es ist daher ausreichend und sinnvoll, als Genauigkeitsmaß einen Vergleich der Überdeckungen auf das maximale Personalbedarfsniveau zu beschränken.

Diese Vorbemerkungen führen zu einem ersten Schwerpunkt der Arbeit, nämlich der Entwicklung eines Verfahrens zur Ermittlung bedarfsadäquater Faktorausstattungen an funktional flexiblen Arbeitskräften bei nichtdeterministischen Faktorbedarfen.

2. Der Ansatz von Kossbiel

Im Folgenden wird der Fall betrachtet, in dem eine Personalausstattung zwecks Deckung gegebener unsicherer Personalbedarfe gesucht wird, also eine Entscheidungssituation, die in Kapitel B.II.1.2. als eine der reinen Personalbereitstellungsplanung charakterisiert wurde. Die Unsicherheit der Personalbedarfe ist dabei von grundlegender Bedeutung für die Problemstellung. Wie *Kossbiel (1990a, 202)* anmerkt, entsteht ein Bedarf an funktionaler Flexibilität in einer Situation der reinen Personalbereitstellung erst dann, wenn bestimmte Voraussetzungen vorliegen:

- Zum einen müssen beispielsweise aufgrund von Prognoseunsicherheiten bei der Personalbedarfsberechnung[1] oder aufgrund deterministischer, aber im Zeitablauf schwankender Personalbedarfe Anpassbarkeiten des Einsatzes der Arbeitskräfte überhaupt vonnöten sein.
- Zum anderen entfällt diese Notwendigkeit, wenn – wie in den Vorbemerkungen beschrieben – „auktionsmarktähnliche Bedingungen für die Beschaffung und Freisetzung von Personal“ vorliegen.[2] Können auf einem solchen betriebsexternen Arbeitsmarkt Arbeitskräfte in beliebiger ‚Qualität‘ ohne Transaktionskosten beschafft werden und könnten Arbeitskräfte ohne die Beachtung von Fristigkeiten, rechtlichen Beschränkungen und Transaktionskosten entlassen werden, dann würde die völlig plastische Personalausstattung die funktionale Flexibilität überflüssig machen. Zwischen beiden Strukturmerkmalen bestünde dann eine substitutionale Beziehung.

Zudem sei nachfolgend unterstellt, dass Personalbedarfsunterdeckungen und damit die Nichterfüllung von Teilen des Leistungsprogramms ausgeschlossen sein sollen.

Die Unsicherheit hinsichtlich der Personalbedarfe manifestiert sich in diesem Teil der Arbeit in Schwankungsbreiten bezüglich einzelner Bedarfskategorien, während wir unterstellen, dass das Gesamtbedarfsniveau zuverlässig angegeben werden kann. Wie am Ende des letzten Kapitels dargelegt, ist mit einer Deckung der Personalbedarfskonstellationen auf höchstem Bedarfsniveau stets eine Deckung auf niedrigerem Niveau gewährleistet.

Da im Folgenden von den Kosten der Personalbereitstellung abstrahiert wird, kann das ökonomische Interesse an der Vermeidung von solchen Überdeckungen einerseits in der „Demotivation breit qualifizierter Mitarbeiter“[3], deren nicht in Anspruch genommenen Qualifikationen Ursache solcher dysfunktionalen Effekte sein können, begründet liegen. Zudem geht es bei der Vermeidung solcher Überdeckungen um die Schaffung technischer Effizienz als Voraussetzung ökonomischer Effizienz.

[1] Vgl. hierzu bei *Kossbiel (1992c)*.
[2] Siehe *Kossbiel (1990a, 202)*.
[3] Siehe *Kossbiel (1990a, 207)*.

Drückt man das Problem unter Rückgriff auf die in Kapitel C.II.2. vorgestellten Flexibilitätsgrade aus, so geht es um deren Minimierung unter der Nebenbedingung, dass sämtliche erwarteten Personalbedarfskonstellationen abgedeckt werden können.

$\mathbf{PBK^e}$	Menge der erwarteten Personalbedarfskonstellationen auf maximalem Personalbedarfsniveau
$\mathbf{PBK^a}$	Menge der abdeckbaren Personalbedarfskonstellationen auf maximalem Bedarfsniveau

Zf.: $$Fg \overset{!}{=} min \qquad \text{(C.III.1)}$$

u.d.N.: $$\mathbf{PBK^e} \subseteq \mathbf{PBK^a} \qquad \text{(C.III.2)}$$

Unter Rückgriff auf die Überlegungen von *Muche (1989, 210-228)* schlägt *Kossbiel (2000a/2003)* vor, die möglichst genau an den Schwankungsbereichen der Personalbedarfe (auf maximalem Bedarfsniveau) ausgerichtete Personalausstattung unter Zuhilfenahme des impliziten Ansatzes wie folgt zu ermitteln.

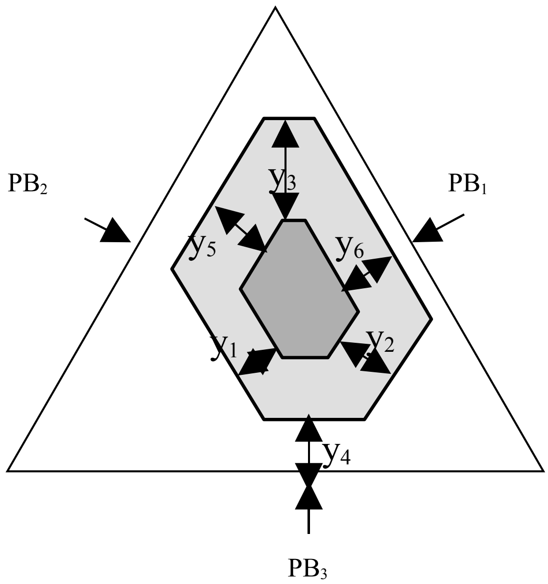
Dazu werden zusätzlich folgende Symbole definiert

$\tilde{Q}$	Teilmenge von $\boldsymbol{Q}$
$C\tilde{Q}$	Komplement von $\tilde{Q}$ bezüglich $\boldsymbol{Q}$
$f(\tilde{Q})$	Funktion, die jedem $\tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}$ umkehrbar eindeutig eine natürliche Zahl zuordnet
$y_{f(\tilde{Q})}$	Schlupfvariable, die der Restriktion, die für das über $\tilde{Q}$ gebildete Personalbedarfsaggregat gilt, zugeordnet wird
$\overline{PB}^{max}$	maximales Gesamtpersonalbedarfsniveau (Obergrenze der Summe aller Teilpersonalbedarfe)
$\overline{PB}_q^{min}$	minimales Bedarfsniveau einer Faktorbedarfskategorie $q \in \boldsymbol{Q}$
$\overline{PB}_q^{max}$	maximales Bedarfsniveau einer Faktorbedarfskategorie $q \in \boldsymbol{Q}$

Den Schlupfvariablen kommt in dem Ansatz eine entscheidende Bedeutung zu, da sie unmittelbar in die Zielfunktion einfließen. Sie beschreiben die Abstände der Seitensimplexe der Polytope der abdeckbaren und der erwarteten Personalbedarfskonstellationen und können daher als Maß für die Überdeckung von Personalbedarfskonstellationen gelten. Die in der Zielfunktion zu minimierende *Kossbiel*-Distanz der beiden Mengen wird über die Summe der Ausprägungen der Schlupfvariablen beschrieben.

So ergeben sich im Fall von Q=3 (wie in Abbildung A.C.III.4. dargestellt) die Abstände der (Q-2)-Seitensimplexe (Kanten) des Polygons der abdeckbaren Personalbedarfe von den entsprechenden Kanten des Polygons der erwarteten Personalbedarfskonstellationen.

Abbildung A.C.III.4.: Abstände der Mengen der erwarteten (dunkelgrau unterlegte) und der abdeckbaren (zusätzlich hellgrau unterlegte) Personalbedarfskonstellationen auf maximalem Bedarfsniveau für Q=3



Der eigentliche Ansatz von *Kossbiel (2000a/2003)* lautet:

Zf.:

$$\sum_{f(\tilde{Q})} y_{f(\tilde{Q})} \overset{!}{=} min \tag{C.III.3}$$

Nb.:

$$\sum_{r \in \bigcup_{q \in \tilde{Q}} \boldsymbol{R}_q} PA_r - y_{f(\tilde{Q})} = \min \left\{ \overline{PB}^{max} - \sum_{q \in C\tilde{Q}} \overline{PB}_q^{min} ; \sum_{q \in \tilde{Q}} \overline{PB}_q^{max} \right\} \quad \tilde{Q} \subset \boldsymbol{Q}, \tilde{Q} \neq \emptyset \tag{C.III.4}$$

$$\sum_{r \in \boldsymbol{R}} PA_r = \min \left\{ \overline{PB}^{max} ; \sum_{q \in \boldsymbol{Q}} \overline{PB}_q^{max} \right\} \tag{C.III.5}$$

Nnb.:

$$PA_r \geq 0 \quad \text{für alle } r \in \boldsymbol{R} \tag{C.III.6}$$

$$y_{f(\tilde{Q})} \geq 0 \quad \text{für alle } \tilde{Q} \subset \boldsymbol{Q}, \tilde{Q} \neq \emptyset \tag{C.III.7}$$

Das folgende Beispiel möge die Vorgehensweise des *Kossbiel*-Verfahrens illustrieren.

Beispiel B.C.III.3.
Es schwanken die Personalbedarfe in drei Bedarfskategorien bei einem maximalen Gesamtbedarfsniveau von 20 Arbeitskräften in folgenden Intervallen:

$$2 \leq PB_1 \leq 11$$
$$0 \leq PB_2 \leq 7$$
$$3 \leq PB_3 \leq 13$$

Die Formulierung des Ansatzes lautet (wobei die in Tabelle T.C.I.1. angegebenen Bereitstellungsspektren der Personalsemente zugrunde liegen):

Zf.: $$y_1+y_2+y_3+y_4+y_5+y_6 \overset{!}{=} min$$

Nb.:

$$PA_1+PA_4+PA_5+PA_7-y_1=11=\min\{20-3, 11\}$$
$$PA_2+PA_4+PA_6+PA_7-y_2=7=\min\{20-5, 7\}$$
$$PA_3+PA_5+PA_6+PA_7-y_3=13=\min\{20-2, 13\}$$
$$PA_1+PA_2+PA_4+PA_5+PA_6+PA_7-y_4=17=\min\{20-3, 18\}$$
$$PA_1+PA_3+PA_4+PA_5+PA_6+PA_7-y_5=20=\min\{20-0, 24\}$$
$$PA_2+PA_3+PA_4+PA_5+PA_6+PA_7-y_6=18=\min\{20-2, 20\}$$
$$PA_1+PA_2+PA_3+PA_4+PA_5+PA_6+PA_7=20=\min\{20-, 31\}$$

Eine optimale (‚bedarfsadäquate') Personalausstattung im Sinne der *Kossbiel*-Distanz lautet:

$$PA_1=2, PA_2=0, PA_3=3, PA_4=5, PA_5=4, PA_6=6, PA_7=0.$$

Die einzige y-Variable, die einen von null verschiedenen Wert aufweist, ist $y_2=4$; als optimalen Zielfunktionswert erhält man damit 4.
Es existieren daneben allerdings zwei weitere gleichwertige Lösungen.

(1) Bei der ersten gleichwertigen Alternativlösung lautet $y_1=4$, alle anderen Schlupfvariablen betragen null. Die entsprechende Personalausstattung lautet:

$$PA_1=2, PA_2=0, PA_3=3, PA_4=5, PA_5=8, PA_6=2, PA_7=0$$

Hier ist die Überdeckung der möglichen Personalbedarfe kleiner als bei der zuerst vorgesellten Lösung.

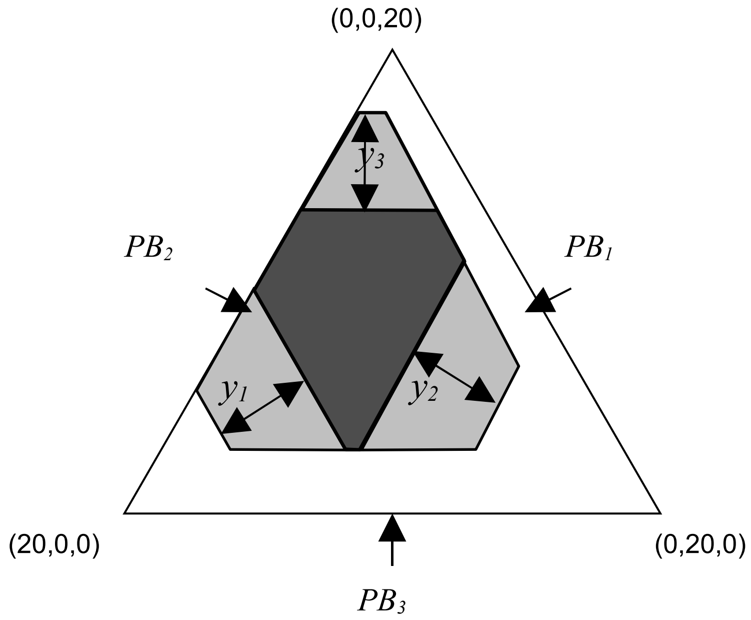
(2) Die dritte Lösung weist ebenfalls einen Zielfunktionswert von 4 aus und zwar aufgrund $y_3=4$ bei einer Personalausstattung von

$$PA_1=2, PA_2=0, PA_3=3, PA_4=1, PA_5=8, PA_6=6, PA_7=0$$

Die Fläche der Überdeckung ist hier nochmals geringer als bei obiger Lösung, was allerdings nicht aus dem Zielfunktionswert ersichtlich wird.

Die folgende Abbildung stellt die erwarteten Personalbedarfskonstellationen sowie die Überdeckungen durch drei mit dem *Kossbiel*-Ansatz generierte Personalausstattungen dar.

Abbildung A.C.III.5.: Abstand der Mengen der erwarteten (dunkelgrau unterlegt) und der abdeckbaren (jeweils zusätzlich hellgrau unterlegt) Personalbedarfskonstellationen des Beispiels auf maximalem Bedarfsniveau für gleichwertige Lösungen



○

Im Sinne einer möglichst bedarfsgenauen Deckung wäre eindeutig der dritten vorgestellten Lösung der Vorzug zu geben. Wie sich unschwer erkennen lässt, kommt diese Lösung dem in (C.III.1.&2). vorgestellten Kalkül am nächsten. Welche Lösung von einem Optimierungsprogramm jedoch ausgewiesen wird, ist nicht vorhersehbar. Während im Fall für Q=3 solche Alternativlösungen noch erkennbar sind, werden sie bei praxisrelevanten Fällen (siehe das Praxisbeispiel bei *Achatz (1999)*) von mehr als drei Bedarfsarten zunehmend schwerlich aufzudecken sein.

Zudem mag die stets ‚einseitige' Überdeckung insofern problematisch sein, als sie für eine Bedarfsart einen hohen ‚Qualifikationsüberschuss' generiert. Trotz der als gelöst unterstellter Wirksamkeitsthematik kann gefragt werden, inwiefern hier langfristig Motivationsverluste aufgrund nicht genutzter Qualifikationen auftreten könnten.

Im nächsten Kapitel wird eine alternative Vorgehensweise unterbreitet, die insbesondere den letzten Kritikpunkt zu vermeiden versucht.

3. Ein Ansatz auf Basis der Hausdorff-Distanz[1]

3.1. Grundfragen der Approximationstheorie

Mit Fragen der *Annäherung* bzw. der *Harmonisierung* bestimmter geometrischer Objekte durch andere, die sich meist mathematisch einfacher ‚handhaben' lassen, beschäftigt sich das mathematische Teilgebiet der *geometrischen Optimierung* bzw. der *Approximationstheorie*. Beispiele für derartige Problemstellungen sind die Approximation komplexer Polytope durch Kugeln, Ellipsoide oder Polytope geringerer Komplexität.[2]

Das Approximationsproblem läßt sich wie folgt kennzeichnen:[3]

Für ein gegebenes geometrisches Objekt[4] $\hat{O}$, eine Klasse von Zielobjekten[5] $\mathbf{O}$ und ein Approximationsmaß $\mathbf{d}$ wird ein optimales Zielobjekt $O^* \in \mathbf{O}$ gesucht, das bestimmte Bedingungen[6] erfüllt und das Approximationsmaß $\mathbf{d}$ optimiert (i.d.R. minimiert):

$$\mathbf{d}(\hat{O}, O^*) = \min \{\mathbf{d}(\hat{O}, O) | O \in \mathbf{O}\} \qquad \textit{(C.III.8.)}$$

Die Güte bzw. Genauigkeit der Approximation wird von der Ausprägung des Maßes $\mathbf{d}$ beschrieben. Ein intuitiv naheliegendes Approximationsmaß für die Übereinstimmung wird über die Volumendifferenz beschrieben:[7]

Definition D.C.III.1.
Sei $vol(\cdot)$ das Volumen bzw. Lebesgue-Maß einer beschränkten Teilmenge des $\mathbb{R}^n$, dann bezeichnet

$$\mathbf{d}_V(A, B) := vol(A \cup B) - vol(A \cap B) \qquad \textit{(C.III.9.)}$$

die (symmetrische) Differenz der Volumina zweier beschränkter Punktmengen $A,B \subset \mathbb{R}^n$.

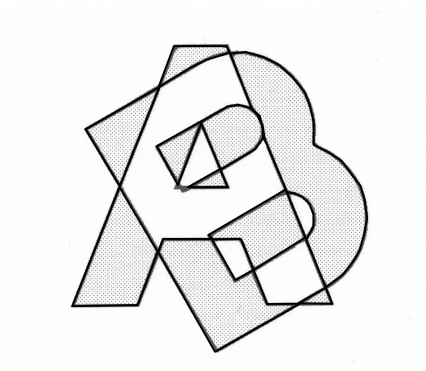
●

Die Volumendifferenz misst das Volumen der von den Mengen A und B umschlossenen Punktmengen, die in *genau einer* der beiden Mengen liegen, wie

[1] Die zentralen Inhalte des Kapitels sind unter *Knörzer (2004b)* publiziert.
[2] Vgl. hierzu und zur historischen Entwicklung ausführlich bei *Preparata/Shamos (1985, 1-6)*.
[3] Vgl. z.B. bei *Fuhrmann (1998, 15)*.
[4] Beispielsweise ein konvexer Polyeder.
[5] Beispielsweise Kugeln, Ellipsoide oder andere konvexe Polyeder.
[6] Beispielsweise $\hat{O} \subseteq O^*$.
[7] Vgl. *Gruber (1993a, 309), Gruber (1993b, 322), Fuhrmann (1998, 15)*.

auch Abbildung A.C.III.6. illustriert.[1]

Abbildung A.C.III.6.: Volumendifferenz der Mengen A und B (schraffiert)



Die Volumendifferenz hat sich aufgrund methodischer Probleme in der Approximationstheorie nicht als Gütemaß für die Übereinstimmung zweier geometrischer Objekte durchsetzen können.[2] Zudem sind mit der Berechnung von Volumina von Polytopen oft erhebliche Probleme verbunden.[3]

3.2. Die *Hausdorff*-Distanz als Abstandsmaß geometrischer Objekte

3.2.1. Das Grundprinzip der Hausdorff-Distanz

Das in der Approximationstheorie meistgenutzte Maß für die Ähnlichkeit zweier Objekte und damit auch für die Güte der Annäherung des einen durch das andere Objekt ist die *Hausdorff*-Distanz (auch *Hausdorff*-Abstand oder *Hausdorff*-Metrik) für beschränkte Teilmengen des $\mathbb{R}^n$:[4]
Hausdorff (1949, S.293) selbst spricht in diesem Zusammenhang von der „*Entfernung*" zwischen Mengen: „Im Anschluß an das Bisherige erhebt sich die Frage, ob es nicht möglich ist, den (...) Teilmengen des metrischen Raumes Entfernungen zuzuordnen (...)."

---

[1] Siehe *Fuhrmann (1998, 16).*

[2] Vgl. *Gruber (1993a, 307), Gruber (1993b, 322), Fuhrmann (1998, 16).*

[3] *Muche (2001)* kommt mit einem stochastischen Schätzverfahren zur Bestimmung der Anzahl der abdeckbaren ganzzahligen Personalbedarfe für beliebig große Polyeder zu bemerkenswerten Ergebnissen.

[4] Vgl. *Hausdorff (1949, 290ff., insb. 293ff.)*; *Hausdorff (1957, 166ff).*

Vgl. auch die Darstellungen bei *Aspert et al. (2002), Berninghaus et al. (2002, 376)*, *Gruber (1993a, 307)*, *Gruber (1993b, 322), Fuhrmann (1998, 16), Preparata/Shamos (1985, 223).*

Zu einer Übersicht verschiedener Distanzmaße konvexer Körper vgl. *Gruber (1993a, 307-310, Gruber (1993b, 322-339).*

Definition D.C.III.2.[1]
Seien A, B $\subset$ IR^n nichtleere und beschränkte Teilmengen des IR^n und $x \in A$ und $y \in B$ Elemente dieser Mengen. Bezeichne $\| \cdot \|$ eine beliebige Norm.

Die *gerichtete Hausdorff-Distanz* $\mathbf{đ}_H(A, B)$ *von* A *zu* B ist definiert als:

$$\mathbf{đ}_H(A, B) := \sup_{x \in A} \inf_{y \in B} \|x - y\| \qquad \textit{(C.III.10a)}$$

und umgekehrt die *gerichtete Hausdorff-Distanz* $\mathbf{đ}_H(B, A)$ *von B zu A*:

$$\mathbf{đ}_H(B, A) := \sup_{y \in B} \inf_{x \in A} \|y - x\| \qquad \textit{(C.III.10b).}$$

Die *Hausdorff-Distanz* $\mathbf{d}_H(A, B)$ ist dann definiert als

$$\mathbf{d}_H(A, B) := \max \{\mathbf{đ}_H(A, B), \mathbf{đ}_H(B, A)\}$$

$$= \max \{\sup_{x \in A} \inf_{y \in B} \|x - y\|, \sup_{y \in B} \inf_{x \in A} \|y - x\|\} \qquad \textit{(C.III.11).}$$

●

Die *Hausdorff*-Distanz sucht also für jeden Punkt x aus A den nächstgelegenen Punkt y aus B:

$$\mathbf{d}(x, B) := \inf_{y \in B} \|x - y\| \qquad \textit{(C.III.12a)}$$

und vice versa:

$$\mathbf{d}(y, A) := \inf_{x \in A} \|y - x\| \qquad \textit{(C.III.12b),}$$

bildet hierüber jeweils das Supremum und definiert die „Entfernung" der beiden Mengen über den maximalen dieser beiden Werte.

Sind die Mengen A und B kompakt (beschränkt und abgeschlossen), so gilt

$$\mathbf{đ}_H(A, B) := \max_{x \in A} \min_{y \in B} \|x - y\| \qquad \textit{(C.III.13a),}$$

bzw.

$$\mathbf{đ}_H(B, A) := \max_{y \in B} \min_{x \in A} \|y - x\| \qquad \textit{(C.III.13b).}$$

---

[1] Siehe *Hausdorff (1949, 291-292)*, *Hausdorff (1957, 166-168)*.

Beispiel B.C.III.4.

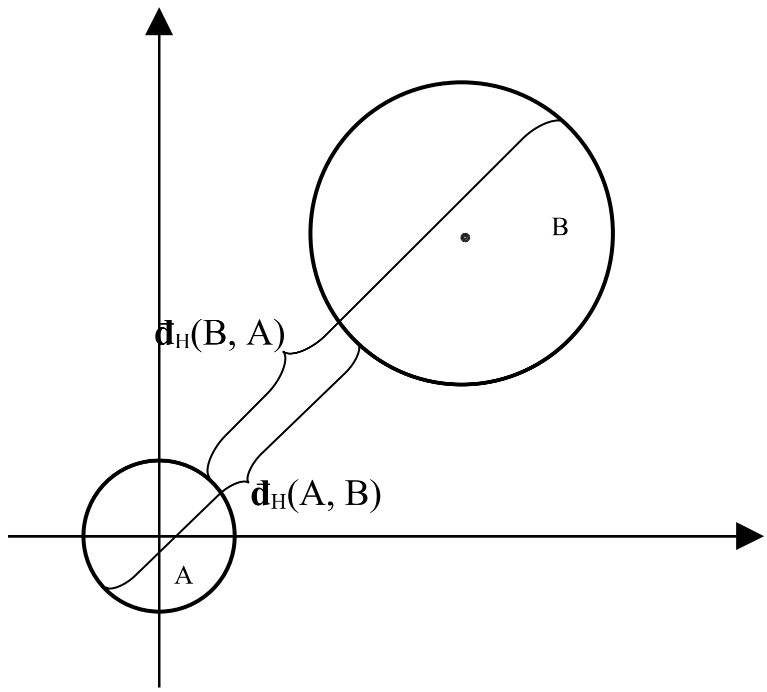
Gegeben seien zwei konvexe Mengen, wobei Menge A durch einen Einheitskreis mit dem Zentrum im Ursprung und Menge B durch einen Kreis mit dem Radius **r**=2 und mit dem Mittelpunkt im Punkt (4, 4) beschrieben werde (siehe Abbildung A.C.III.7). Bestimmen wir die *Hausdorff*-Distanz auf Basis der euklidischen Norm (hierzu später mehr), so ergeben sich für die gerichteten *Hausdorff*-Distanzen die Werte

$$\mathbf{đ}_{H}(A, B) = \mathbf{d}_{p=2}\,((-1/\surd 2, -1/\surd 2), (4-\surd 2, 4-\surd 2)) = \surd(2\cdot(4-1/\surd 2)^{2}) = \surd 2\cdot(4-1/\surd 2)$$
$$\mathbf{đ}_{H}(B, A) = \mathbf{d}_{p=2}\,((4+\surd 2, 4+\surd 2), (1/\surd 2, 1/\surd 2),) = \surd(2\cdot(4+1/\surd 2)^{2}) = \surd 2\cdot(4+1/\surd 2)$$

und damit ist die *Hausdorff*-Distanz der Mengen A und B

$$\mathbf{d}_{H}(A, B) = \max\,\{\surd 2\cdot(4-1/\surd 2), \surd 2\cdot(4+1/\surd 2)\} = \surd 2\cdot(4+1/\surd 2) \qquad .$$

Abbildung A.C.III.7.: gerichtete Hausdorff-Distanzen im Beispiel



○

In Anlehnung an ein gelegentlich in der Literatur genanntes Beispiel, lässt sich die *Hausdorff*-Distanz so veranschaulichen:
Die gerichtete *Hausdorff*-Distanz $\mathbf{đ}_{H}(A, B)$ - auf Basis der euklidischen Metrik - beschreibt die Länge der kürzestmöglichen Leine, die sich ein Hundebesitzer anschaffen kann, wenn er lediglich im ebenen Gelände B und sein Hund im *gesamten* ebenen Gelände A spazieren gehen darf und vice versa für $\mathbf{đ}_{H}(B, A)$.

Die *Hausdorff*-Distanz $\mathbf{d}_H(A, B)$ ist die Länge der Hundeleine, die sich der „Hundeleinen-maximierende“ Hundebesitzer kaufen muss, wenn er seinem Hund den größtmöglichen Auslauf ermöglichen will und wählen kann, in welchem Gelände er und in welchem Gelände sein Hund laufen soll.

Überschneiden sich die betreffenden Objekte teilweise, so ergibt sich die *Hausdorff*-Distanz wie im folgenden Beispiel.

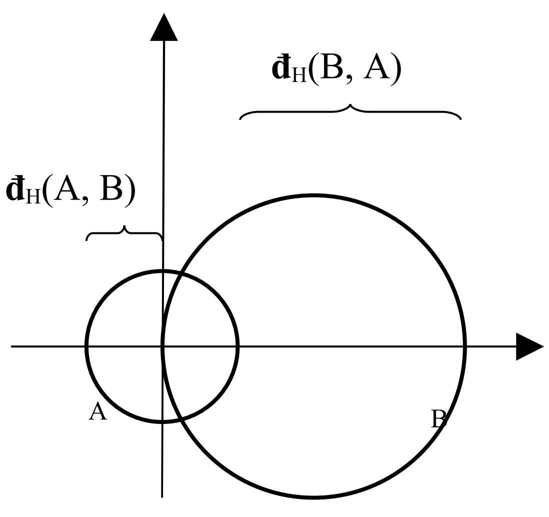
Beispiel B.C.III.5.
Sei die Menge A wieder durch den Einheitskreis mit dem Zentrum im Ursprung beschrieben und gebe der Kreis mit dem Radius von $\mathbf{r} = 2$ und dem Mittelpunkt in (2, 0) die Menge B wieder (siehe Abbildung A.C.III.8.), so erhält man die folgenden Werte für die gerichteten *Hausdorff*-Distanzen:

$$\text{đ}_H(A, B) = \mathbf{d}_{p=2}((-1, 0), (0, 0)) = \sqrt{((-1)^2)} = 1$$
$$\text{đ}_H(B, A) = \mathbf{d}_{p=2}((4, 0), (1, 0)) = \sqrt{(3^2)} = 3$$

Damit ist die Hausdorff-Distanz der Mengen A und B

$$\mathbf{d}_H(A, B) = \max\{1, 3\} = 3$$

Abbildung A.C.III.8.: gerichtete Hausdorff-Distanzen im Beispiel



○

Für den im Folgenden besonders bedeutsamen Fall, dass eine der beiden Mengen eine (echte) Teilmenge der anderen ist, gilt eine Besonderheit: Für die gerichtete *Hausdorff*-Distanz der Teilmenge zur Obermenge gilt offensichtlich, dass diese gleich null ist.

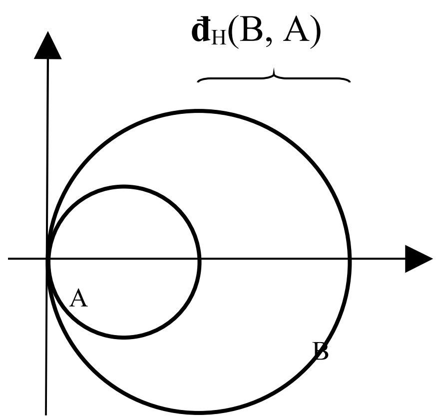
<u>*Beispiel B.C.III.6.*</u>
Liege in Abwandlung obigen Beispiels das Zentrum des Einheitskreises nicht im Ursprung (siehe Abbildung A,.C.III.9.), sondern im Punkt (1, 0), so betragen die gerichteten *Hausdorff*-Distanzen

$$\mathbf{đ}_H(A, B) = \mathbf{d}_{p=2}\,((1, 0), (1, 0)) = 0$$
$$\mathbf{đ}_H(B, A) = \mathbf{d}_{p=2}\,((4, 0), (2, 0)) = \sqrt{(2^2)} = 2$$

Damit gilt für die *Hausdorff*-Distanz der Mengen A und B

$$\mathbf{d}_H(A, B) = \mathbf{đ}_H(B, A) = 2$$

Abbildung A.C.III.9.: gerichtete Hausdorff-Distanzen im Beispiel



○

Wie sich aus der Definition der *Hausdorff*-Distanz erkennen lässt (siehe Definition D.C.III.2.), ist die zugrundeliegende Vektornorm offen. Hieraus ergeben sich verschiedene Varianten der *Haussdorff*-Distanz, die im Folgenden erörtert werden.

3.2.2. Varianten der Hausdorff-Distanz

Die ausgewiesenen *Hausdorff*-Distanz zweier geometrischer Objekte hängt nicht zuletzt von der gewählten *Norm* $\|\cdot\|$ auf dem zugrunde liegenden Vektorraum ab.
Die Norm eines (Orts-)Vektors $x=(x_1, x_2, ..., x_n)$ definiert den „p-normierten pseudo-euklidischen n-dimensionalen Raum" und ist für $p\geq 1$ allgemein definiert als[1]

$$\|x\| = \left(|x_1|^p + |x_2|^p + \ldots + |x_n|^p\right)^{\frac{1}{p}} \qquad (C.III.14.).$$

Nach *Hausdorff (1957, 116)* sind die Normen mit $p=1$, $p=2$ und $p=\infty$ als besonders „interessant" anzusehen:[2]

p=1: $$\|x\| = |x_1| + |x_2| + \ldots + |x_n| \qquad (C.III.14a.)$$

p=2: $$\|x\| = \left(|x_1|^2 + |x_2|^2 + \ldots + |x_n|^2\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (C.III.14b.)$$

p=∞: $$\|x\| = \max\left\{|x_1|, |x_2|, \ldots, |x_n|\right\} \qquad (C.III.14c.)$$

Diese Normen werden in der Literatur auch vielfach als L_p-Normen bezeichnet.
Durch die auf dem Vektorraum definierte Norm $\|\cdot\|$ ist eine Metrik

$$\mathbf{d}_p(x, y) := \|x-y\| \qquad (C.III.15.)$$

als Abstandsmaß für zwei Elemente (Punkte) x und y im $\mathbb{R}^n$ festgelegt:

$$\mathbf{d}_{p=1}(x, y) := |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2| + \ldots + |x_n - y_n| \qquad (C.III.15a)$$

$$\mathbf{d}_{p=2}(x, y) := \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + \ldots + (x_n - y_n)^2} \qquad (C.III.15b)$$

$$\mathbf{d}_{p=\infty}(x, y) := \max\left\{|x_1 - y_1|, |x_2 - y_2|, \ldots, |x_n - y_n|\right\} \qquad (C.III.15c).$$

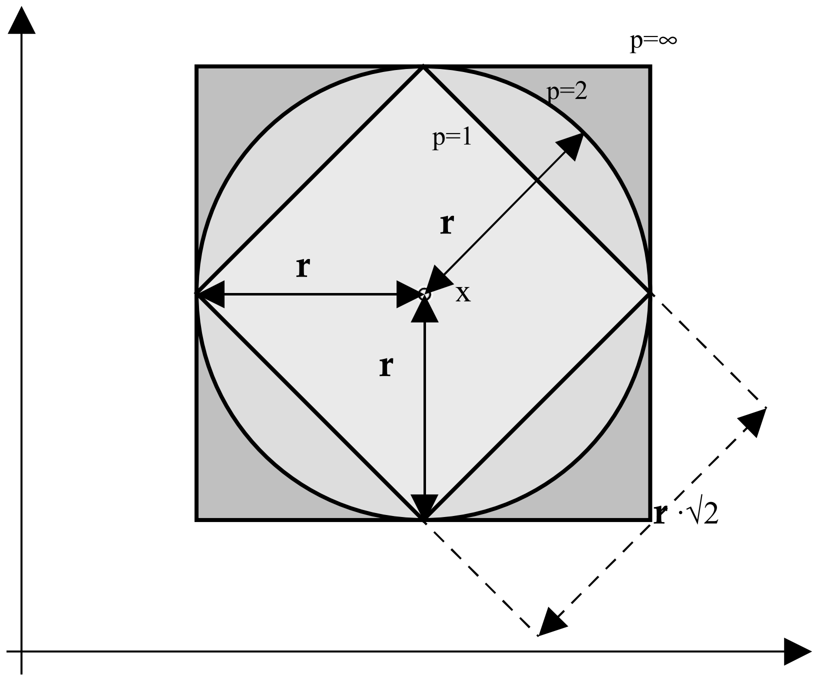
Diese Metriken werden in der Literatur (insbesondere bei Anwendung im $\mathbb{R}^2$) vielfach auch als *Taximetrik (Blockdistanz)*, *euklidische Metrik* und *Maximummetrik* bezeichnet.

Die durch die unterschiedlichen Normen induzierten Abstandsmetriken lassen sich im $\mathbb{R}^2$ gut graphisch illustrieren.[3] Für ein beliebiges $r\in\mathbb{R}^+$ sind in Abbildung A.C.III.10. alle y-Punkte dargestellt, deren Abstand vom Punkt x die Be-

[1] Vgl. statt vieler *Hausdorff (1957, 115f.)*.
[2] Vgl. *Hausdorff (1957, 116)*.
[3] Vgl. *Hausdorff (1957, 116)*.

dingung $\mathbf{d}_p(x, y) \leq \mathbf{r}$ für p=1,2 und ∞ erfüllt; für die Punkte auf dem Rand der Mengen gilt jeweils $\mathbf{d}_p(x, y) = \mathbf{r}$.[1]

Abbildung A.C.III.10.: Punktabstände in Abhängigkeit von p



Die im Kapitel C.III.2. erörterte *Kossbiel*-Distanz beruht offensichtlich auf der Maximummetrik oder Blockdistanz.

<u>*Beispiel B.C.III.7.*</u>
Zur Illustration wird auf das Beispiel B.C.III.3. zurückgegriffen:
y_3 beschreibt hier den Abstand der Punkte (3-k, 0+k, 17) und der Punkte (5-k, 2+k, 13) mit k∈[0, 1]. Ganz offensichtlich beschreibt y_3 aber nicht die euklidische, sondern die Maximum-Distanz dieser Punkte (die euklidische Distanz ist 2·√6). Man kann sich die durch Wert von y_3 ausgedrückte Distanz leicht als die Anzahl der Einheitsdreiecke (wie in Abbildung A.C.II.2. angedeutet) vorstellen. Der Abstand auf Basis der Maximum-Metrik weist aber nicht nur für die Punkte (5-k, 2+k, 13) mit k∈[0, 1] den Wert 4 auf, sondern für alle Punkte dieser Kante des Bedarfspolyeders, die sich durch (7-$\underline{k}$, 0+$\underline{k}$, 13) mit $\underline{k}$∈[0, 5] beschreiben lässt.

○

Interpretiert man das Bedarfsdreieck auf höchstem Bedarfsniveau als 2-Simplex im IR^2, so zeigt sich ebenfalls, dass der *Kossbiel*-Distanz nicht die $L_{p=2}$-Metrik oder Blockdistanz zugrunde liegt:

[1] Dunklere Flächen schließen jeweils die helleren Flächen mit ein.

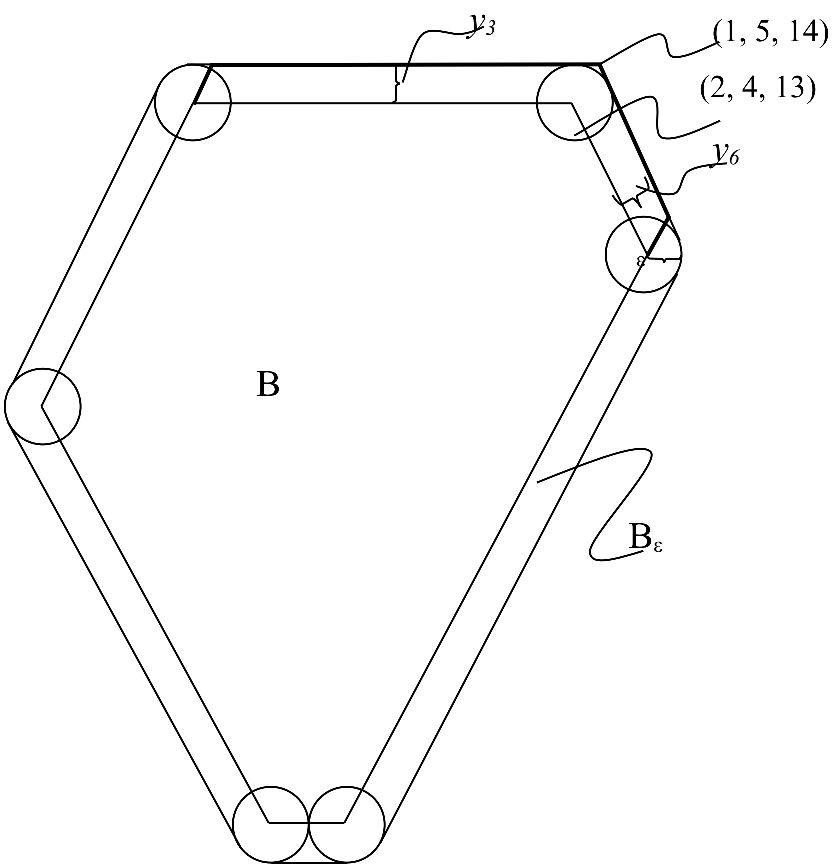
Bezeichne B die Menge der möglichen Personalbedarfe und A die Menge der durch die Personalausstattung abdeckbaren Personalbedarfe. Definiert man um B einen Parallelkörper B_ε im Abstand $\varepsilon>0$ (siehe Abbildung A.C.III.11.), so gilt

$$B_\varepsilon := \{x \in IR^2 \mid \exists y \in B: \| x-y \| \leq \varepsilon\} \qquad \textit{(C.III.16.)}$$

Wird der Abstand zwischen den Elementen x und y in der euklidischen Distanz $\| x-y \|_2$ gemessen, so ist die *Hausdorff*-Distanz auf Basis der euklidischen Norm der beiden Mengen $\mathbf{d}_H(B_\varepsilon, B)=\varepsilon$. Die *Hausdorff*-Distanz lässt sich daher auch wie folgt beschreiben:[1]

$$\mathbf{d}_H(A, B) = \inf\{\varepsilon>0 \mid A_\varepsilon \supset B \wedge B_\varepsilon \supset A\} \qquad \textit{(C.III.17.)}.$$

Abbildung A.C.III.11.: Menge B der möglichen (*sowie Parallelkörper B_ε für* $\| x-y \|_2=1$) *und der erreichbaren Personalbedarfe mit* $y_3=1$ *und* $y_6=1$ *auf maximalem Bedarfsniveau*



[1] Vgl. *Henrikson (1999, 71)*. Vgl. dort auch zum Beweis der Äquivalenz beider vorgestellter Definitionen.

Die Minimierung der *Kossbiel*-Distanz lässt aber offenbar Lösungen zu, die nicht innerhalb des Parallelkörpers auf Basis der $L_{p=2}$-Norm liegen.

<u>*Beispiel B.C.III.8.*</u>
Dies lässt sich anhand der Daten aus Beispiel B.C.III.3. zeigen:
Bei einer hypothetischen Ausprägung von $y_3=1$ und $y_6=1$ (unabhängig von den Ausprägungen der anderen *y*-Variablen) gehört der Eckpunkt mit den Koordinaten (1, 5, 14) zur Menge A, liegt jedoch außerhalb des Parallelkörpers B_ε mit $\varepsilon=1$ auf Basis der euklidischen $L_{p=2}$-Norm (siehe Abbildung A.C.III.11.). So ist der euklidische Abstand des Punktes (1, 5, 14) vom nächstgelegen erwarteten Personalbedarfspunkt (2, 5, 13) gleich $\sqrt{2}$. Die *Kossbiel*-Distanz erfasst den Abstand aber mit einem Wert von eins und mithin auf Basis der $L_{p=\infty}$-Norm.

○

Um das Vorgehen nach *Kossbiel* mit einem Ansatz auf Grundlage der *Hausdorff*-Distanz zu vergleichen, wird die Abstandsmessung daher auf $L_{p=\infty}$-Norm durchgeführt.

3.2.3. Die Integration der Hausdorff-Distanz in Modelle der Personalpotentialdisposition

Auch wenn durch die *Kossbiel*-Distanz ein *„kleinster größter Abstand"* ermittelt wird, so ist doch der Unterschied zwischen der *Kossbiel*-Distanz auf $L_{p=\infty}$-Norm und der *Hausdorff*-Distanz auf $L_{p=\infty}$-Norm offensichtlich. Während bei der *Kossbiel*-Distanz die Summe der Distanzen der Seitensimplexe der Polytope der erwarteten und der abdeckbaren Personalbedarfe berücksichtigt wird,

Kossbiel-Distanz:

$$\sum_{\tilde{Q} \subset \boldsymbol{Q}} y_{f(\tilde{Q})} \overset{!}{=} min \qquad (C.III.3.)$$

wählen wir lediglich den größten dieser Werte als Maß für die „Annäherung" der beiden Mengen aus; im Rahmen einer möglichst guten Annäherung ist dieser Wert zu minimieren:

Hausdorff-Distanz:

$$\max_{\tilde{Q} \subset \boldsymbol{Q}} \left\{ y_{f(\tilde{Q})} \right\} \overset{!}{=} min \qquad (C.III.18.)$$

Zur Formulierung des linearen Planungsansatzes zur Minimierung der *Hausdorff*-Distanz der Menge der abdeckbaren zur Menge der erwarteten Personalbedarfskonstellationen ist, da die Menge der möglichen Personalbedarfe (hier B genannt) stets Teilmenge der durch die Personalausstattung abdeckbaren Personalbedarfe (hier A genannt) sein soll und somit $\mathbf{đ}_H(B, A) = 0$ gilt, die *Hausdorff*-Distanz identisch mit der gerichteten *Hausdorff*-Distanz von A zu B, $\mathbf{d}_H(A, B) = \mathbf{đ}_H(A, B)$.

Es ergibt sich folgendes Entscheidungskalkül.

Zf.: $$\Delta \overset{!}{=} min \qquad (C.III.19.)$$

Nb.:

$$\sum_{r \in \bigcup_{q \in \tilde{Q}} \boldsymbol{R}_q} PA_r - y_{f(\tilde{Q})} = min \left\{ \overline{PB}^{max} - \sum_{q \in C\tilde{Q}} \overline{PB}_q^{min} ; \sum_{q \in \tilde{Q}} \overline{PB}_q^{max} \right\}$$

$$\tilde{Q} \subset \boldsymbol{Q}, \tilde{Q} \neq \emptyset \qquad (C.III.4.)$$

$$\sum_{r \in \boldsymbol{R}} PA_r = min \left\{ \overline{PB}^{max} ; \sum_{q \in \boldsymbol{Q}} \overline{PB}_q^{max} \right\} \qquad (C.III.5.)$$

$$y_{f(\tilde{Q})} \leq \Delta \quad \text{für alle } \tilde{Q} \subset \boldsymbol{Q}, \tilde{Q} \neq \emptyset \qquad (C.III.20.)$$

Nnb.:

$$PA_r \geq 0 \quad \text{für alle } r \in \boldsymbol{R} \qquad (C.III.6.)$$

$$y_{f(\tilde{Q})} \geq 0 \quad \text{für alle } \tilde{Q} \subset \boldsymbol{Q}, \tilde{Q} \neq \emptyset \qquad (C.III.7.)$$

Der Optimierungsansatz greift die *Kossbiel*sche Vorgehensweise auf. Gesucht ist die minimale Zielgröße Δ, die durch die Ausprägung der 2^Q-2 *y*-Variablen nach unten beschränkt wird (C.III.4.). Wie der *Kossbiel*sche Ansatz stellt auch dieser Alternativansatz ein lineares Modell dar, was die als bekannt vorausgesetzten Vorteile gegenüber nichtlinearen Planungsansätzen impliziert. Er ist, wie auch der *Kossbiel*sche Ansatz, geeignet, nicht nur reellwertige, sondern ausschließlich ganzzahlige Personalbedarfs- und/oder Personalausstattungsgrößen zu verarbeiten.

<u>*Beispiel B.C.III.9.*</u>
Unter Rückgriff auf die Daten des Beispiels B.C.III.3. lautet das Entscheidungsproblem zur Minierung der *Hausdorff*-Distanz:

Zf.: $$\Delta \overset{!}{=} min$$

Nb.:

$$PA_1+PA_4+PA_5+PA_7-y_1=11,$$
$$PA_2+PA_4+PA_6+PA_7-y_2=7,$$
$$PA_3+PA_5+PA_6+PA_7-y_3=13,$$
$$PA_1+PA_2+PA_4+PA_5+PA_6+PA_7-y_4=17,$$
$$PA_1+PA_3+PA_4+PA_5+PA_6+PA_7-y_5=20,$$
$$PA_2+PA_3+PA_4+PA_5+PA_6+PA_7-y_6=18,$$
$$PA_1+PA_2+PA_3+PA_4+PA_5+PA_6+PA_7=20,$$

$$y_1 \leq \Delta$$
$$y_2 \leq \Delta$$
$$y_3 \leq \Delta$$
$$y_4 \leq \Delta$$
$$y_5 \leq \Delta \; y_6 \leq \Delta$$

Der Abstandswert nach diesem Kalkül beträgt:

$$\Delta = 4/3$$

Die entsprechende Personalausstattung lautet:

$$PA_1=2,\ PA_2=0,\ PA_3=3,\ PA_4=11/3,\ PA_5=20/3,\ PA_6=14/3,\ PA_7=0$$

Die folgenden Abstandsvariablen haben einen von null verschiedenen Wert:

$$y_1=4/3,\ y_2=4/3,\ y_3=4/3.$$

Sollen nur ganzzahlige Personalausstattungsgrößen ausgewiesen werden, so ergeben sich folgende Werte:

Für die Zielgröße gilt: $\Delta = 2$

Dies ergibt sich aufgrund der Ausprägung der y-Variablen

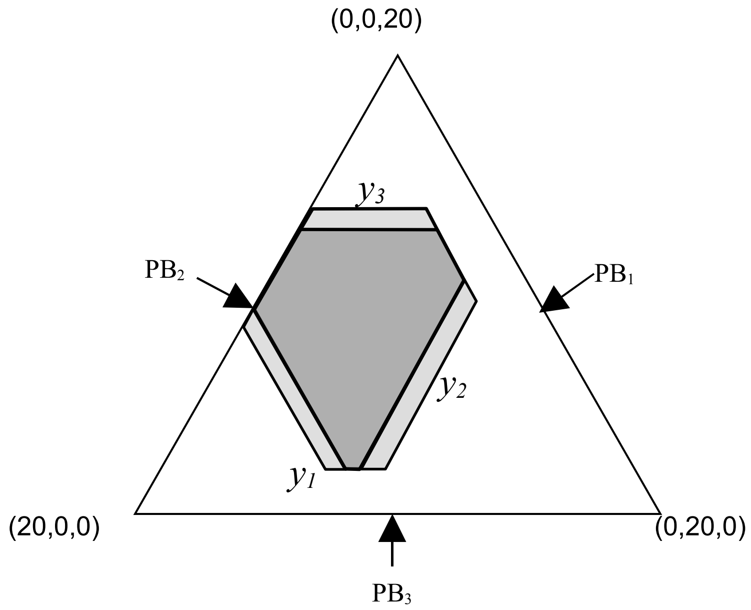
$$y_2=2,\ y_3=2,$$

die durch eine Personalausstattung

$$PA_1=2,\ PA_2=0,\ PA_3=3,\ PA_4=3,\ PA_5=6,\ PA_6=6 \text{ und } PA_7=0$$

bedingt sind.

Abbildung A.C.III.12.: Abstand der Mengen der erwarteten (dunkelgrau unterlegt) und der abdeckbaren (zusätzlich hellgrau unterlegt) Personalbedarfe auf maximalem Bedarfsniveau gemäß Lösung nach der Hausdorff-Distanz



Vergleicht man die Ergebnisse dieses Ansatzes mit denen des Beispiels B.C.III.2. so ergeben sich folgende Unterschiede:

(1)
Für reellwertige Größen wird in diesem Beispiel eine identische Abweichungssumme ($y_1+y_2+y_3=4$) wie nach dem *Kossbiel*-Ansatz generiert.

(2) Auch die optimale Personalstruktur der ganzzahligen Lösung führt zu einer identischen Abweichungssumme ($y_2+y_3=4$) wie die Lösung nach dem *Kossbiel*-schen Ansatz.

(3) Andererseits weist die Lösung nach dem *Kossbiel*-Verfahren einen größeren ‚Einzelabstand' auf, eben 4 statt 4/3.

(4) Anhand der Überlegungen über Lage und Größe der Flexibilitätspolyeder (siehe Seite 80) generiert der *Kossbiel*-Ansatz (für reellwertige Größen) im Beispiel möglicherweise einen größeren Flexibilitätsgrad (was gemäß der Vorüberlegungen (C.III.1.&2.) das unerwünschtere Ergebnis darstellt) möglicherweise aber auch einen geringeren Flexibilitätsgrad als die auf Basis der *Hausdorff*-Distanz ermittelten Personalstruktur. So lautet der Flexibilitätsgrad der auf dieser Grundlage generierter Personalausstattung

$$Fg = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(15^2 - \left(\frac{11}{3}\right)^2 - \left(\frac{20}{3}\right)^2 - \left(\frac{14}{3}\right)^2\right)}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 15^2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 145{,}33}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 225} = 0{,}646$$

Für die drei auf Seite 92 vorgestellten Alternativlösungen auf Basis der *Kossbiel*-Distanz ergeben sich (in dieser Reihenfolge) die Flexibilitätsgrade

$$Fg = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(15^2 - 5^2 - 4^2 - 6^2\right)}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 15^2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 148}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 225} = 0{,}658$$

$$Fg = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(15^2 - 5^2 - 8^2 - 2^2\right)}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 15^2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 132}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 225} = 0{,}587$$

$$Fg = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(15^2 - 1^2 - 8^2 - 6^2\right)}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 15^2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 124}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 225} = 0{,}551$$

Gemeinsam ist beiden Verfahren die Justierung des Flexibilitätspolyeders über dem Polyeder der erwarteten Faktorbedarfskonstellationen. Hierzu werden von beiden Ansätzen identische Teilpersonalausstattungen an einfach-qualifizierten Arbeitskräften ausgewiesen.[1]

○

Wie sich zeigt, fällt bereits bei solch einfachen Entscheidungssituationen die Wahl des richtigen Distanzmaßes hinsichtlich der Minimierung des Flexibilitätsgrades (bei Abdeckung aller Personalbedarfskonstellationen innerhalb der absehbaren Schwankungsbreiten) und der damit verbundenen motivationalen Aspekte und technischen Effizienz schwer.[2]
Offensichtlich generieren beide Ansätze einen ‚organizational slack', was *Kossbiel (2003, 316)* als „Flexibilitätsreserve" bezeichnet, *Muche (1989, 212)* dagegen als „Flexibilitätsüberschuss". Ob eine Reserve vorliegt, die durchaus positiv konnotiert ist und möglicherweise einen ökonomischen ‚Wert' besitzt, oder ob ein Überschuss vorliegt, der in Anlehnung an *Lazear* als „wasteful" zu charakterisieren ist, hängt von zusätzlichen Annahmen hinsichtlich der Entscheidungssituation und weiterführenden Analysen ab.

---

[1] Vgl. auch den Hinweis bei *Kossbiel (2003, 316)*. Die Aussage an gleicher Stelle: „Arbeitskräfte mit höherem Flexibilitätspotential werden solchen mit geringerem Flexibilitätspotential vorgezogen" ließ sich in diesem Beispiel nicht bestätigen.
[2] Vgl. unsere Anmerkungen zu Beginn des Kapitel C.III.2. und A.I.1.

D. Die Gestaltung flexibilitätsorientierter Lohnstrukturen

I. Grundgedanken zu einer flexibilitätsorientierten Entlohnung

1. Vorbemerkungen zu einer Entlohnung von Flexibilitätspotentialen

Dass im Folgenden Konzepte fähigkeitsorientierter Entlohnung betrachtet werden, liegt an der angestrebten Verkopplung der Qualifikation als die Menge an Fähigkeiten, Fertigkeiten, Berufserfahrungen einer Arbeitskraft, ihrer daraus erwachsenden funktionalen Flexibilität und dem wiederum hieraus resultierenden positiven Wirkungen auf den ökonomischen Erfolg der Unternehmung.[1] So definiert auch *Ledford (1991, 12)* Qualifikation als „demonstrable characteristics of the person, including knowledge, skills, and behaviors, that enable performance". Ebenso betrachtet *Vickerstaff (1992, 179)* die Verknüpfung von Elemente der flexibilitäts- und erfolgsorientierter Entlohnung als sinnvoll: „Where employees are deployed flexibly across different tasks within a team, it makes more sense to determine pay on individual- or team-based performance criteria. Person-related pay reinforces flexible allocation of tasks among team members as individuals take their pay with them whichever particular tasks they may be doing."[2] Auf die diese Sichtweise stützende Argumentation von *Kossbiel (1990b, 2477)* hatten wir bereits einleitend (siehe Seite 14f.) hingewiesen.

An der Qualifikation von Arbeitskräften orientierte Löhne werden im deutschen Sprachraum unter Begriffen wie Potentiallohn, Fähigkeitslohn, Qualifikationslohn oder Polyvalenzlohn erörtert.[3]

---

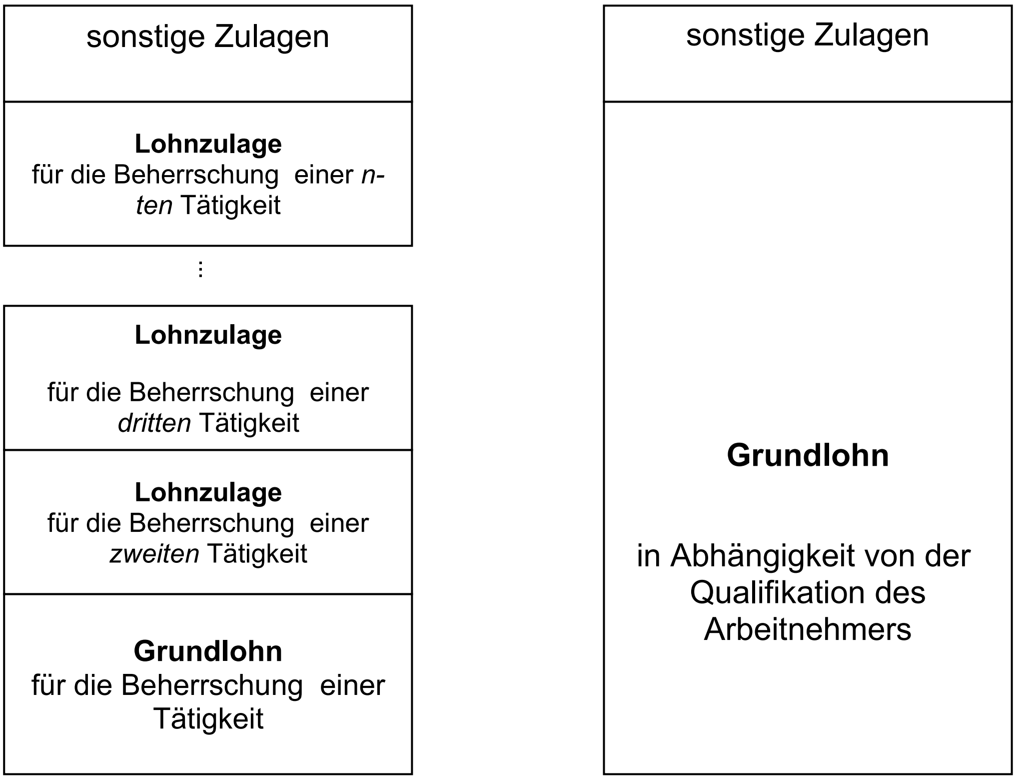
[1] Vgl. bei *de Silva (1998, 13)*, *IPMA (2005, 1)*, *Klarsfeld/Balkin/Roger (2003, 47f.)*, *Lawler (1984, 132)*, *Lawler/Ledford (1987, 48f.)*, *Mathews (1993, 594)*, *Murray/Gerhart (1998, 68ff.)*, *Podelske/Schuster (2000, 1)*, *Simpson (2005, 19)*, *Thorp (1993, 2).*

[2] Ganz ähnlich argumentieren *Schneider/Kebel (1995, 123)*.
„Trotz aller gutgemeinten theoretischen und praktischen Ansätze sind die Bemühungen, eine überzeugende direkte Kopplung von Arbeitsergebnis, Leistungsbeurteilung und Leistungsvergütung zu erreichen, sehr komplex und wenig erfolgreich. Die Praxis der letzten Jahre hat gezeigt, daß Aufgabenerfüllungen von Teams in viel größerem Umfang als angenommen schlecht quantifizierbar und damit schwierig meßbar sind; notwendige Quervergleiche von Arbeitsergebnissen für eine gerechte Beurteilung in vielen Fällen nicht möglich sind; die meisten Arbeitserfolge von Teams sehr stark fremdem Einfluß unterliegen. Die Erfahrungen zeigen, daß eine direkte quantitative Umsetzung der Leistungsergebnisse in Beurteilungsergebnisse (...) von den Beurteilten aus diesen Gründen oft nicht akzeptiert wird."

[3] Vgl. statt vieler *Ackermann/Eisele (2000, 42)*. Siehe auch Abbildung A.B.II.7. auf Seite 60.

Solche Konzepte fähigkeitsorientierter Entlohnung finden in den USA sowohl in der Literatur als auch in der betrieblichen Praxis eine weitaus größere Beachtung bzw. Verbreitung als in Deutschland, was insbesondere in der bereits angeführten Orientierung an Anforderungs- und Leistungslöhnen in der deutschen Tariflandschaft begründet sein dürfte. Fähigkeitsgerechte Entlohnung wird in den USA unter den Begriffen *„skill-based pay"*, *„competence-based pay"*, *„competency-based pay"* oder auch *„knowledge-based pay"* diskutiert.
Die unterschiedliche Ausgestaltung von Qualifikationslöhnen und ‚skill-based pay'-Systemen lässt sich wie folgt illustrieren:

Abbildung A.D.I.1.: Graphische Illustration der grundsätzlichen Gestaltung von ‚skill-based pay' (links) und Qualifikationslohn (rechts)[1]



Wie die Abbildung verdeutlicht, lassen sich die Modelle des ‚skill-based pay' und die des Qualifikationslohns prinzipiell ineinander überführen. Zwar basieren ‚skill-based pay'-Modelle auf dem Verwendungsspektrum einer Arbeitskraft, während sich der Qualifikationslohn an der (formalen) Ausbildung einer Arbeitskraft orientiert. Unterstellt man jedoch, dass die Qualifikation eines Arbeitnehmers sich in der Art und Anzahl der von ihr durchführbaren Tätigkeiten niederschlägt bzw. dass sich umgekehrt die Qualifikation einer Arbeitskraft über die Art und Anzahl der von ihr beherrschten Tätigkeiten beschreiben lässt, so

[1] In Anlehnung an *Eckardstein (1988, 20)*.

kann eine umkehrbar eindeutige Zuordnung zwischen den qualifikatorisch differenzierten Personalsegmenten r und deren Verwendungsspektrum Q_r definiert werden. Da sich im Verwendungsspektrum Q_r der Arbeitskräfte eines Personalsegments r deren *funktionale Flexibilität* ausdrückt, erscheint es nachvollziehbar, dass *Greife (1990, 218),* der in gleicher Weise hinsichtlich des Verwandtschaft von Qualifikationslohn und ‚skill-based pay'-Modellen argumentiert,[1] Qualifikationslöhne als „Flexibilitätspotentialkosten" interpretiert.

Die Identifikation der Fähigkeiten, denen eine positive Wirkung im Leistungserstellungsprozess zugewiesen werden kann, stellt ein zentrales Problem im Rahmen solcher Entlohnungsmodelle dar.[2] Die *IPMA (2005, 6)* unterscheidet dazu „technical skills, surpervisory skills, interpersonal skills, general business skills". *Simpson (2005, 18f.)* differenziert zwischen „behavioural and technical skills". Zur Beschreibung ersterer nennt er 25(sic!) selbst stark erläuterungsbedürftige Merkmale wie z.B. „self awareness, judgement, teamwork, resilience". Demgegenüber stehen die „measureable technical skills" durch formale Qualifikationen und Berufserfahrung. *Klarsfeld/Balkin/Roger (2003, 51)* betrachten sechs verschiedene Arten von Fähigkeiten, wobei die „technical skills" als das Vermögen, unterschiedliche Aufgaben im Produktionsprozess zu übernehmen, dem entsprechen, was in den Verwendungsspektren Q_r zum Ausdruck kommt. Wie insbesondere den nichttechnischen Fähigkeiten ein ökonomischer Wert zugewiesen werden soll, bleibt in allen genannten Literaturstellen offen. *Gupta/Jenkins/Currington (1986, 110)* weisen darauf hin, dass die Beurteilung hinsichtlich der Beherrschung einer Tätigkeit bei fast allen von ihnen betrachteten Unternehmen eine strikt dichotome Entscheidung darstellt, so wie dies auch in den Verwendungsspektren Q_r zum Ausdruck kommt. Nur wenige,skill-based pay'-Modelle berücksichtigen den Grad der Aufgabenbeherrschung in der Entlohnung.

Die Einführung eines flexibilitätsorientierten Entlohnungssystems stellt eine personalpolitische Grundsatzentscheidung dar. So spricht *Lawler (1984, 131)* bei der Wahl zwischen *job based pay*, *merit/performance based pay* und *skill based pay* von einer „structural decision" des Unternehmens.[3] Vor diesem Hintergrund wird die an den Fähigkeiten einer Person orientierte Entlohnung in der Literatur als eine Abkehr von der leistungsorientierten Entlohnung,[4] noch häufiger aber als eine Art Antithese zu einer an den Anforderungen einer Tätigkeit oder Stelle ausgerichteten Bezahlung gesehen.[5] Überspitzt könnte man dies als

[1] Vgl. *Greife (1990, 27)*.
[2] Vgl. *IPMA (2005, 6)*: „part of the design process is constructing skill sets and assigning dollar values to skills"
[3] Ebenso *de Silva (1998, 16)*.
[4] Vgl. *Milanoski (2002, 1)*, *Odden (2000, 1)*, *Simpson (2005, 18)*.
[5] So explizit bei *de Silva (1998, 13)*, *Dessler (2005, 412)*, *IPMA (2005, 4)*, *IPMA (2005, 4) Lawler/Ledford (1987, 46)*, *Klarsfeld/Balkin/Roger (2003, 47f.)*, *Podelske/Schuster (2000, 1)*.

eine Frage der Entlohnung des Humankapitals vs. eine Kompensation des Arbeitsleids durch die Anforderungen der Tätigkeit ansehen. Die nicht genutzten Qualifikationen eines Arbeitnehmers sind in traditionellen Entlohnungsmodellen etwas „Privates" des Arbeitnehmers, das unternehmensseitig nicht entlohnt werden muss.[1]
Angesichts des Arguments der Honorierung eines flexiblen Arbeitseinsatzes durch eine an den Fähigkeiten der Arbeitskräfte orientierte Entlohnung wäre diese einer anforderungsorientierten Entlohnung vorzuziehen. Knüpft nämlich die Entlohnung einer Arbeitskraft an der von ihr ausgeführten Tätigkeit an, so impliziert ein Tätigkeitswechsel aufgrund der veränderten Anforderungen meist eine Lohnänderung. Selbst wenn ‚Tätigkeitsbündel', die einer bestimmten Position bzw. Stelle zugeordnet sind, betrachtet werden, führt möglicherweise schon eine bloße Veränderung der Gewichtung einzelner Tätigkeiten, auch ohne die Einbeziehung neuer oder die Elimination alter Tätigkeiten, zu einer Änderung der Eingruppierung der Stelle im Tarifwerk bzw. zu einer Änderung im Rahmen von Arbeitsbewertungsverfahren[2] und damit einer Veränderung des Lohnes. So bleibt bei einem Anforderungslohn offen, ob beispielsweise Arbeitskräfte einen niedrigeren Lohn aufgrund eines (vorübergehenden) Einsatzes in einer Tätigkeit mit geringeren Anforderungen akzeptieren oder ob sie weiterhin nach den Anforderungen der ursprünglichen Stelle und damit möglicherweise über dem neuen Wertgrenzprodukt entlohnt werden. Das Konstrukt des Anforderungslohnes wird daher in der Literatur als eine der aus umfassenden Qualifikationen resultierenden funktionalen Flexibilität von Arbeitskräften nicht gerecht werdende Lohnform beurteilt.[3]

Lawler/Ledford (1987, 47f.) sprechen einen Punkt an, in dem die Honorierung von funktionaler Flexibilität über fähigkeitsorientierte Entlohnung in der betrieblichen Praxis mit den später noch besprochen Modellannahmen übereinstimmt. So wird in der Literatur häufig darauf verwiesen, dass sich eine fähigkeitsorientierte Entlohnung insbesondere im Bereich der (industriellen) Produktion anbietet.[4] Die gleichen Argumente führen auch *de Silva (1998, 15), Klarsfeld/Balkin/Roger (2003, 47f.)* oder *Mathews (1993, 594f.)* an. Das später betrachtete Entscheidungsmodell lässt sich gut in diesem Kontext einordnen. Wie noch zu erörtern sein wird, ist der Anwendungsbereich fähigkeitsorientierter Entlohnung allerdings nicht auf diese Art der Leistungserstellung beschränkt.

Exemplarisch *Brosseau (2000, 1)*: „Skill based pay plans differ considerably from traditional compensation systems since employees are paid for the ability to perform a range of jobs within the organization, rather than remaining within a single, rigid job description."

[1] Siehe *Eckardstein (1988, 10)*.

[2] Beispielsweise die bereits erwähnten Verfahren des Genfer Schemas oder der ‚Hay-points'.

[3] Siehe die in Fußnote 1 angegeben Literatur.

[4] Statt vieler *Podelske/Schuster (2000, 4)*: „(...) manufacturing skills are more readily apparent making such a plan easier to set up and understand. In such an manufacturing environment everybody can see how changes in production require different skills."

In der Einleitung zur Arbeit wurde bereits betont, dass funktionale Flexibilität insbesondere dann von Interesse ist, wenn auf Seiten des Faktorbedarfs (wie in Teil C.) oder auf Seiten der Faktorausstattung keine Justierung von betrieblicher Seite vorgenommen werden können. In diesem Teil der Arbeit manifestiert sich dies in einer gegebenen und unveränderlichen Personalausstattung des Betriebes. Genau in diesem Fall sieht auch *Lawler (1984, 132)* einen Schwerpunkt der Anwendung fähigkeitsorientierter Entlohnung: „In general, skill-based pay seems to fit those organizations that want to have a flexible, permanent workforce.“

Wie solche flexibilitätsorientierten Lohnformen in der Unternehmenspraxis ausgestaltet werden respektive wie sie sinnvollerweise ausgestaltet werden sollten ist Gegenstand der folgenden Kapitel.

2. Formen flexibilitätsorientierter Entlohnung in der Praxis

Die Erörterung von ‚skill-based pay‘-Konzepten erfolgt selten aus wissenschaftlicher Perspektive. Stattdessen fokussiert sich die ‚Management‘-Literatur auf deren praktische Umsetzung, worauf im nachfolgenden Kapitel kurz eingegangen wird; die wissenschaftliche Auseinandersetzung beschränkt sich fast ausschließlich auf empirische Untersuchungen, konzeptionelle, modellgestützte Gestaltungsansätze finden sich dagegen kaum,[1] so dass *Murray/Gerhart(2000, 273)* sogar eine „limited empirical and case literature“ konstatieren.

In den USA wurden *‚skill-based pay compensation systems‘* erstmals in den 40er Jahren des vergangenen Jahrhunderts eingeführt. Ziel war es, den flexiblen Einsatz von Arbeitskräften in der industriellen Produktion zum Ausgleich des kurzfristigen Ausfalls anderer Arbeitskräfte (Absentismus) zu honorieren. Der in den 80er Jahren aufgrund zunehmend komplexer, kontingenter und dynamischer Unternehmensumwelten notwendige flexible Personaleinsatz zur Umsetzung wechselnder Produktionsstrategien ließ eine zunehmende Verbreitung qualifikationsorientierter Entlohnung zunächst v.a. in den USA und Skandinavien aufkommen.[2]
Zunehmenden Zweifel an der Angemessenheit bzw. Funktionalität der herkömmlichen anforderungsorientierten Entlohnung wurden auch in Deutschland erstmals im größeren Umfang in den 80er Jahren laut.[3] Die in Tarifverträgen und

[1] Zur gleichen Einschätzung gelangen *Murray/Gerhart (1998, 68f.)* bzw. *Murray/Gerhart (2000, 271f.)*.
[2] Vgl. bei *Eckardstein u.a. (1988, 7ff.)*.
[3] Vgl. ausführlich bei *Eckardstein u.a. (1988, 1ff.)*.

auch außerhalb des Tarifsystems bis dahin etablierten Entlohnungssysteme orientierten sich fast ausschließlich an den Anforderungen, die eine Stelle an einen (fiktiven) Arbeitnehmer stellt, oder waren als Leistungslöhne (Akkordlöhne) konzipiert. Der Qualifikationslohn spielte sowohl in der Entlohnungspraxis als auch in der theoretischen Diskussion eine untergeordnete Rolle. *Eckardstein (1988, 4)* bezeichnete ihn daher als „weißen Raben" unter den Lohnformen. Zu den wohl am bekanntesten Qualifikationslohnmodellen in Deutschland zählten das der Volkswagen AG und das des Straßenbaumaschinenherstellers Vögele AG in den 80er Jahren. Während das Entlohnungssystem bei VW sicherlich aufgrund der Größe des Arbeitgebers und der Anzahl der betroffenen Arbeitnehmer Beachtung fand, hat das Modell der Vögele AG aufgrund der strikten Abkehr vom Tarifwerk und dem dadurch eingeleiteten Ausschluss aus dem Arbeitgeberverband Aufsehen erregt:

- Zu den ersten in Deutschland eingeführten Qualifikationslohnmodellen zählt das LODI-Modell von VW aus dem Jahre 1986.[1] In diesem Entlohnungsmodell wurde die strikte Verknüpfung der Grundlohnhöhe mit den konkreten Arbeitsplatzanforderungen aufgehoben. Stattdessen wurden mehrere, durch zum Teil unterschiedliche Anforderungen gekennzeichnete Arbeitsplätze, die von einer in bestimmter Weise qualifizierten Arbeitskraft ausgeübt werden können, zu einem Arbeitssystem zusammengefasst und einer Lohngruppe zugeordnet. Das LODI-Modell verknüpfte somit das Konzept des Anforderungslohns mit dem des Qualifikationslohns. Ergänzt wurde dieses Entlohnungsmodell um eine Leistungslohnkomponente, einem an der sog. „VW-Standardleistung" orientiertem Pensumlohn.
- Der Qualifikationslohn der Vögele AG bedeutete für das Unternehmen die Abkehr von einem „ausgeuferten" tariflichen Akkordlohnsystem. Der für das Jahr 1983 mit der IG Metall und der DAG abgeschlossene Haustarifvertrag[2] sah sieben Entgeltgruppen vor, die sich primär an Bildungsabschlüssen (z.B. ungelernt, angelernt, dreijährige Berufsausbildung, Fachhochschulabschluss ...) orientierten. Die Entgeltgruppen gelten sowohl für gewerbliche Arbeitskräfte als auch für kaufmännische Angestellte. Die Definitionen der Qualifikationen erfolgte dabei nicht in Hinblick auf ihre Betriebsspezifität, sondern war auf den Industriezweig bezogen (z.B. „mit einer in der Metallindustrie verwertbaren Qualifikation"). Ergänzt wurde der Qualifikationslohn um eine Leistungszulage.

---

[1] Monatsentgelttarifvertrag zwischen der Volkswagen AG und der IG Metall und dem Christlichen Metallarbeiter-Verband in der Fassung vom 17./28.Oktober 1986. Abgedruckt in *Eckardstein et al. (1988, 118-130)*. Vgl. zu folgenden Ausführungen zum LODI-Modell ausführlich bei *Rausch (1986, 153-156)*, *Eckardstein et al. (1988, 15-17)*, *Greife (1990, 13-15)*.

[2] Werktarifvertrag zwischen der Joseph Vögele AG und der IG Metall und der Deutschen Angestellten Gewerkschaft vom 02./17. Dezember 1982. Abgedruckt in *Eckardstein et al (1988, 131-152)*. Vgl. zu den folgenden Ausführungen ausführlich bei *Eckardstein et al. (1988, 17-19)*, *Greife (1990, 31-34)*.

Lawler/Ledford (1987) kamen noch zu dem Ergebnis, dass in den USA ‚skill based pay' überwiegend für Tätigkeiten in der Produktion implementiert wurde, während sich diese Form der Entlohnung in der Verwaltung und im Management zunächst nur in wesentlich geringerem Umfang etablieren konnte. In einem Bericht der *International Personnel Management Association (1997)* werden ‚skill-based pay'-Programme der Stadtverwaltungen von Los Angeles, Dallas, Houston, San Antonio und Long Beach, der Straßenmeisterrei von Arlington, der Polizeibehörden von Athens und Bullhead, der Polizei, Feuerwehr Wasserwerke von Brunswick u.v.a.m. beschrieben. *Odden (2000)* und *Milanowski (2002)* beschreiben zahlreiche Fallstudien zur Einführung von ‚skill-based pay' in Bildungseinrichtungen in den USA. *Dessler (2005, 413)* führt als prominentes Beispiel die Entlohnung von Programmierern bei Microsoft an. *Murray/Gerhart (2000, 68), Heneman/Leblanc (2001, 47)*, *Foote (2001, 25)*, *Klarsfeld/Balkin/ Roger (2003, 49) und Dessler (2005, 412)* belegen, dass ‚skill-based pay'-Entlohnungssysteme in den USA und in Frankreich zunehmend Verbreitung finden.

Die in der Literatur erwarteten und teils nachgewiesenen funktionalen Wirkungen eines fähigkeitsorientierten Lohnsystems lassen sich wie folgt zusammenfassen:[1]

- erleichterter (geplanter) funktional flexibler Personaleinsatz,
- erleichteter (auch ungeplanter oder vorübergehender) Einsatz von Arbeitskräften in wechselnden Tätigkeiten (z.B. aufgrund Abwesenheitsvertretung, Schulung, etc.) auch außerhalb der bisherigen Arbeitsplatzbeschreibung,
- erleichterte Einführung bzw. Umsetzung von Programmen des ‚job enlargement', ‚job enrichment' und insbesondere ‚job rotation',
- vereinfachte Lohnsetzung und –abrechnung,
- möglicherweise (durch die beiden zuerst genannten Punkte) eine Reduktion der Personalausstattung mit einer daraus resultierenden Kostenersparnis,
- eine höhere Entlohnungszufriedenheit bei Akzeptanz der zugrunde liegenden Lohngerechtigkeit,
- bei Vorliegen des letztgenannten Punktes positive Implikationen hinsichtlich Produktivität, Fluktuation und Absentismus.

[1] Vgl. *Brosseau (2000, 3)*, *de Silva (1998, 15f.)*, *Gupta/Schweizer/Jenkins (1987, 40)*, *IPMA (2005, 4f.)*, *Klarsfeld/Balkin/Roger (2003, 60ff.)*, *Lawler (1987, 131f.)*, *Lawler/Ledford (1987, 48f.)*, *Murray/Gerhart (1998, 68f.)*, *Odden (2000, 10)*.

Ein Praxisbeispiel zur Gestaltung eines ‚skill-based pay'-Entlohnungssystems liefern *Gupta/Schweizer/Jenkins (1987, 40)*. Die einzelnen Lohnstufen werden dort wie folgt beschrieben:

Tabelle T.D.I.1.: Praxisbeispiel zur Gestaltung eines ‚skill-based pay'-Systems

Lohnstufe	***Beschreibung***
Lohnstufe 1	Qualifikation eines Neueinsteigers im Arbeitsteam.
Lohnstufe 2	Die Arbeitskraft kann eine Aufgabe in ihrem Arbeitsteam „zufriedenstellend" erledigen.
Lohnstufe 3	Die Arbeitskraft kann mehrere im Arbeitsteam anfallende Aufgaben erledigen und dadurch wechselnde Aufgaben zugeordnet werden (z.B. bei Veränderung des Arbeitsanfalls, bei Krankheit von Kollegen etc.).
Lohnstufe 4	Die Arbeitskraft kann alle im Arbeitsteam anfallende Aufgabe erledigen.
Lohnstufe 5	Die Arbeitskraft erreicht die Stufe 3 für ein zweites, von den anfallenden Aufgaben unterscheidbares Arbeitsteam.
Lohnstufe 6	Die Arbeitskraft erreicht die Stufe 4 für ein zweites, von den anfallenden Aufgaben unterscheidbares Arbeitsteam.

Die Gründe, die in der Literatur insbesondere *für* eine Etablierung solcher Lohnmodelle angeführt werden, sind ungeachtet der stark praxisorientierten Zugehensweise zu dieser Thematik für uns von Interesse.
Besonders auffällig und für diese Arbeit bedeutsam ist der dort immer wieder angesprochene Zusammenhang von *fähigkeitssorientierter Entlohnung*, *Flexibilität* und *Gerechtigkeit*.[1] Eine an den Fähigkeiten respektive Qualifikationen orientierte Entlohnung wird dabei als Möglichkeit angesehen, die von Seiten des Unternehmens gewünschte funktionale Flexibilität von Arbeitskräften abzugelten. So führen stellvertretend *Lawler/Ledford (1987, 48)* als Argument für die Etablierung qualifikationsorientierter Entlohnungssysteme genau diese aus multiplen Fähigkeiten resultierende funktionale Flexibilität an: „The single most obvious advantage in a production situation is flexibility. When individuals can perform many tasks, organizations gain tremendous flexibility in utilizing their workforces (to) adapt to transitions in the production process." Dies korrespon-

[1] Vgl. die in Fußnote 1 auf der Vorseite angegebenen Literaturstellen.

diert mit zunehmend flexibilitätsorientierten Produktionsverfahren (z.B. flexible Fertigungssysteme), wie sie beispielsweise *Milgrom/Roberts (1990, 511)* identifizieren.[1]
Die hinter der Einführung eines solchen Entlohnungssystems stehende Idee ist, mehrfachqualifizierte und damit funktional flexible Arbeitskräfte besser als einfachqualifizierte Arbeitskräfte zu entlohnen (auch wenn die Qualifikationen möglicherweise nicht in Anspruch genommen werden) entspricht jener einleitend diskutierte Sichtweise von Flexibilität als einem Potential, das genutzt werden kann, aber nicht genutzt werden muss. Dabei liegt der Fokus fähigkeitsorientierter Entlohnung auf der Beeinflussung der Teilnahmeentscheidung der Organisationsmitglieder, insbesondere hochqualifizierte Arbeitskräfte im Unternehmen zu halten.[2]

Als gravierenden Nachteil fähigkeitsorientierter Entlohnung aus betrieblicher Sicht identifizieren *Lawler (1981/1984), Klarsfeld/Balkin/Roger (2003)* und die *IPMA (2005)* das im Vergleich zur anforderungsorientierten Entlohnung höhere Lohnniveau in Betrieben mit fähigkeitsorientierten Löhnen. Als Grund dafür wird in der Literatur gesehen, dass die Orientierung der Entlohnung an den Fähigkeiten der Mitarbeiter zu dem führen kann, was *Kossbiel (1990a, 206)* „unkontrollierte Qualifikationsdynamik“ bzw. *Klarsfeld et al. (2003, 68)* „dynamic of skill acquisition“ oder *Murray/Gerhart (2000, 271)* „skill-seeking behavior“, die *IPMA (2005, 5)* und *Baron/Kreps (1999, 291)* „topping out problem“ nennen, nämlich den Erwerb von Qualifikationen durch die Arbeitskräfte nicht aufgrund betrieblicher Bedarfe, sondern als Instrument der Lohnsteigerung, und somit die Tendenz, zu hochbezahlten „Generalisten“ zu werden.[3]
Wie *Lawler (1984, 132)* betont, stellt die fähigkeitsorientierte Entlohnung mehr noch als die anforderungsorientierte Entlohnung eine Abkehr von marktorientierter Entlohnung dar:

> „(…) it is not clear how one goes to the outside marketplace and decides, for example, how much skill is worth. (…) There are a number of well-developed systems for evaluating jobs and comparing them to the marketplace but there are none that really do this with respect to the skills an individual has.“

Inwieweit diese Abkehr von Marktlöhnen unter Gerechtigkeits- und Effizienzgesichtspunkten von Anreizsystemen (siehe Kapitel B.II.2.) zu beurteilen ist, wird im Folgenden behandelt.

---

[1] „The mass production model is being replaced by a vision of a flexible multiproduct firm that emphasizes (...) speedy response to market conditions (...).“
[2] Vgl. hierzu explizit bei *IPMA (2005, 4)*, *Lawler (1984, 132).*
[3] Vgl. ausführlich bei *Murray/Gerhart (2000)*. So konstatiert auch *de Silva (1998, 14)*: „Skill-based pay systems can be extremely costly having regard to the fact that some skills may be paid for but used infrequently (and) the possibility that unusable skills may be acquired”.

3. Gerechtigkeits- und Effizienzüberlegungen zur Gestaltung eines flexibilitätsorientierten Entlohnungssystems

Wie in Kapitel B.II.2. ausführlich erörtert, sind Entlohnungssysteme zweckorientiert und stehen im Spannungsfeld unterschiedlicher Lohngerechtigkeiten, Bemessungsgrundlagen und Effizienzziele. Analog identifiziert *de Silva (1998, 2)* zwei wesentliche Attribute von Entlohnungssystemen, nämlich „equity“, was sich im Prinzip „equal pay for work of equal value“ manifestiert, und Effizienz. Beide Attribute werden sich als axiomatische Anforderungen an eine flexibilitätsorientierte Entlohnungsfunktion in Kapitel D.III. wiederfinden.

Hinsichtlich der Effizienz des Vergütungssystems betont *Greife (1990, 2f.)*, dass bei der Einführung einer qualifikationsorientierter Entlohnung der Lohn einerseits ein Anreizinstrument andererseits einen Kostenfaktor darstellt, sich aber die Anreizwirkungen - im Gegensatz zu den Kostenwirkungen - bestenfalls über „Plausibilitätsüberlegungen“ grob abschätzen lassen, was die Beurteilung der Effizienz dieser Lohnform naturgemäß erschwert. Wie bereits dargestellt, führen Qualifikationslöhne zu tendenziell höheren Lohnniveaus als Anforderungslöhne. Die erwünschten Anreizwirkungen hinsichtlich der Beitrags- und Teilnahmemotivation (Beitritt respektive Verbleib) lassen sich allenfalls über gerechtigkeitsbasierte und motivationale Überlegungen, auf die bereits in den Teilen A.I.2., B.I.2. und B.II.2 eingegangen wurde, taxieren. Aufgrund des tendenziell über dem Marktlohn liegenden Niveaus qualifikationsorientierter Löhne und der davon erhofften Motivationswirkungen ordnet *Greife (1990, 60ff.)* diese Lohnformen den Effizienzlöhnen zu: Die funktionale Wirkung des Qualifikationslohnes hinsichtlich der Beitrags- bzw. der Teilnahmeentscheidung ließe sich dabei insbesondere über den ‚labor-turnover‘-Ansatz erklären.

Eine intensive Beschäftigung mit Fragen der Gerechtigkeit in Verbindung mit fähigkeitsorientierter Entlohnung findet sich bei *Podelske/Schuster (2000)*.[1] Sie thematisieren genau jene zwei Aspekte von Gerechtigkeit, die bereits in Kapitel B.II.2. als grundlegend hinsichtlich der Akzeptanz einer fähigkeitsorientierten Entlohnung durch die Arbeitnehmer diskutiert wurden:[2]

– die „Verfahrensgerechtigkeit“ (*„procedural justice“*) und
– die „Verteilungsgerechtigkeit“ (*„distributive justice“*).

---

[1] *Podelske/Schuster (2000, 1)* betonen: „Skill based pay plans seems to offer a great solution to organizations who must be flexible to survive (but) companies must be careful to maintain their employee’s sense of belief in the organization’s fairness.“ und nennen als Anforderungen an eine fähigkeitsgerechte Entlohnung: „to establish, initiate and maintain a pay plan that employees perceived is both fairly constructed and from which the outcomes are fairly allocated.“(*Podelske/Schuster (2000, 4)*).
[2] Vgl. *PodelskeSchuster (2000, 3ff.)*.

Zu den Fragen betreffend die *Verfahrensgerechtigkeit* gehören Aspekte wie die Differenzierung der Fähigkeiten und die Vorgehensweise, wie die Zuordnung der Entlohnung zu den einzelnen Fähigkeiten vorgenommen wird.
Fragen der *Verteilungsgerechtigkeit* betreffen dann die eigentliche Aufteilung der Lohnsumme auf die einzelnen Arbeitskräfte.
Diese Punkte werden von *Podelske/Schuster (2000, 4f.)* wenig aufschlussreich ‚präzisiert':

- Entlohnungssysteme sollen so gestaltet sein, dass die Kriterien ‚Kompetenzen' und ‚Fähigkeiten' sinnvoll und adäquat in Hinblick auf die Gestaltung der Lohnstruktur definiert werden.
- Sämtliche Fähigkeiten, die zum Erfolg der Unternehmung beitragen, müssen berücksichtigt werden.
- Bei der Bildung der Lohndifferentiale sollen die Arbeitskräfte fair behandelt werden.

Ist die Meta-Entscheidung für eine Entlohnung von Flexibilitätspotentialen gefallen, so stellt sich die Frage nach einer weiteren wesentlichen Ausrichtung hinsichtlich der Lohngestaltung.
Es geht hierbei um die Frage, ob das Angebot oder die Nutzung von Flexibilität entlohnt werden sollte. Das Problem des Qualifikationserwerbs und der daraus im Rahmen einer fähigkeitsorientierten Entlohnung resultierenden Lohnsteigerung führt zwangsläufig zu der Frage, ob die potentielle, durch Qualifikationen erworbene funktionale Flexibilität einer Arbeitskraft zu entlohnen ist oder ob lediglich die durch den Betrieb in Anspruch genommene Flexibilität abzugelten ist. Zur Unterscheidung zwischen der Entlohnung potentieller und in Anspruch genommener Flexibilität findet sich bei der *International Personnel Management Association (2005, 17)* die Differenzierung zwischen „certification pay" und „assignment pay". *Kossbiel (1990a, 206ff.)* bezeichnet diese beiden Ausrichtungen auch als die Entscheidung zwischen Bereitstellung/Kompetenz und Inanspruchnahme/Performanz.[1]
Eine Entlohnung des Angebots (der Bereitstellung, der Kompetenz) ist mit der bereits erwähnen Gefahr einer Anreizwirkung hinsichtlich Weiterbildungsaktivitäten der Arbeitskräfte verbunden. Gerade dieser Aspekt der Auslösung einer Motivation zur Weiterbildung ist ein im Rahmen fähigkeitsorientierter Entlohnung in der Praxis stets bemühtes Argument für deren Einführung. Gleichzeitig birgt eine flexibilitätsorientierte Entlohnung die Gefahr, auch für die betriebliche Leistungserstellung nicht benötigte Flexibilität zu entlohnen, was weder aus Gründen der relativen Lohngerechtigkeit noch aus Gründen der Erfolgsbeitragsgerechtigkeit zu rechtfertigen wäre. Dies lässt erkennen dass eine flexibilitätsgerechte Entlohnung ebenfalls den beiden Subkriterien der Gerechtigkeit - der Differenz und der Gleichheit (siehe Abbildung A.B.II.5. und die Erörterung auf Sei-

[1] So äußert sich auch *de Silva (1998, 15)*: „The criterion for extra payment is not acquisition of the skill, but its application."

te 56f.) - genügen muss. Die unmittelbar mit dieser Problematik assoziierbaren, von *Kossbiel (1990a, 208)* angemerkten Kritikpunkte an der Honorierung von Fähigkeitspotentialen, nämlich sie seien unabhängig

- von Art und Umfang des betrieblichen Bedarfs an Flexibilität,
- von Art und Umfang der tatsächlichen Inanspruchnahme des angebotenen Flexibilitätspotentials,

wiegen schwer und sollen entsprechend Eingang in die Gerechtigkeitspostulate an eine Entlohnungsfunktion finden.

Aus den gleichen Gründen sind wir an einer Verknüpfung des Strukturmerkmals ‚funktionale Flexibilität' mit dem von einer Personalausstattung erzielbaren ökonomischen Erfolg interessiert. Daher soll auf der Personalstruktur des Unternehmens eine Lohnstruktur etabliert werden, die durch absolute und relative Lohnhöhen eine Verknüpfung von fähigkeitsgerechten als auch erfolgsbeitragsgerechten Elementen aufweist. In diesem Sinne plädiert beispielsweise auch *Lazear (1995, 4)*:

> „Compensation must be treated as an entire structure, not as a collection of separately determined components (...). Thus it is misguided to examine the wage level of one type of employee to determine its correctness without placing it in the context of the entire hierarchy."

Konsequenterweise spricht *Milanowski (2002, 6f.)* ausdrücklich von einer „skill-based pay structure," ebenso *Simpson (2005, 18)*. Auch *Murray/Gerhart (2000, 272)* betonen in ihrer Definitionen ausdrücklich den Aspekt der Lohnstruktur:

> „Skill-based pay is a base wage system that structures pay levels, differentials, and criteria according to the skills an employee possesses, demonstrates, and/or applies."

In dieser Arbeit wird von gegebenen Personalausstattungen ausgegangen, was bedeutet, dass nicht nur die Anzahl der dem Betrieb zur Verfügung stehenden Arbeitskräfte ein Datum der betrachteten Entscheidungssituationen ist, sondern dass auch deren Qualifikationen als gleichbleibend anzusehen sind und somit weder von Seiten des Betriebes noch von Seiten der Arbeitskräfte verändert werden können. Im Sinne des Strukturmerkmals Variabilität wird eine hinsichtlich Niveau und Struktur invariable Personalausstattung unterstellt.
Zum anderen wird der Fokus auf die Entlohnung der Kompetenz gerichtet, weniger auf deren Inanspruchnahme. Die Frage der Potentialentlohnung erscheint insofern die herausforderndere theoretisch relevante Fragestellung zu sein, als es gerade hier darauf ankommt, die Kopplung von Qualifikationen, daraus resultierender funktionaler Flexibilität und dadurch beeinflusstem ökonomischen Erfolg in einer Lohnstruktur abzubilden und gleichzeitig die Honorierung ‚wertloser' Flexibilität zu vermeiden.

II. Spieltheoretische Verteilungsansätze

1. Allgemeine Grundlagen

Wie in Kapitel B.I.2. bereits ausführlich erläutert wurde, wird die Spieltheorie zurückgehend auf die grundlegenden Artikel *Nash*s *(1950a/1950b/1951/1953)* in eine der kooperativen und eine der nichtkooperativen Spiele unterschieden.[1] Letztere basieren auf dem von *Nash (1950a/1951)* entwickelten Gleichgewichtskonzepts. Insbesondere die Ausweitung des Gleichgewichtskonzeptes auf sequentielle Spiele sowie die Verfeinerungen („refinements") des Gleichgewichtskonzepts durch *Selten (1965/1975a)* und *Harsanyi (1967/1968a/1968b)* ermöglichten die Analyse von nichtkooperativen Verhandlungsprozessen, sowohl für 2-Personen als auch *N*-Personen-Spiele.[2] Seit der Ergänzung der kooperativen *Nash*-Lösung durch ein nichtkooperatives Verhandlungsspiel mit identischem Ergebnis[3] und *Harsanyi*s Verknüpfung des *Zeuthen*-Modells[4] mit der *Nash*-Lösung[5] sind in der Literatur stets Versuche unternommen worden, die kooperativen Verhandlungslösungen durch nichtkooperative Verhandlungsmodelle bzw. –prozeduren in sequentiellen Spielen mit identischem Ausgang zu legitimieren. Diese auf *Nash (1953)* zurückgehende Vorgehensweise wird in der Literatur daher auch als *Nash*-Programm bezeichnet.[6] Häufig werden solche Probleme unter der Annahme unvollständiger Information der Spieler diskutiert. Ziel solcher Ansätze ist es, institutionelle Regelungen zu finden, die die Spieler zwingen, ihre Aktionen so zu wählen, dass ein erwünschtes, beispielsweise das von einer axiomatischen kooperativen Lösung propagierte Ergebnis generiert wird. Diese Probleme werden unter den Bezeichnungen Mechanismus-Design und Implementierung behandelt.[7]

---

[1] Neben dem von *Weintraub (1992)* herausgegebenen Band geben auch die Dissertation von *Rellstab (1992a)* und der Artikel von *Morgenstern (1976)* einen Einblick in das institutionelle und persönliche Umfeld der Entstehung der Spieltheorie. Der Artikel von *Schotter/ Schwödiauer (1980)* arbeitet die Entwicklung der Spieltheorie nach den unterschiedlichen Fragestellungen der einzelnen Teilgebiete der Spieltheorie auf. Einen chronologischen Abriss der Entstehung der Spieltheorie bietet der Beitrag von *Aumann (1987)*.

[2] Vgl. u.a. bei *Binmore (1985/1987)*, *Binmore/Dasgupta (1987)*, *Binmore/Rubinstein/ Wolinsky (1986)*, *Bishop (1963)*, *Harsanyi/Selten (1972/1980a/ 1980b/1982)*, *Harsanyi (1956/1958/1962/1963/1965/1977/1979/1980/1982/1987)*, *Hart (1987)*, *Selten (1975b)*, *Rubinstein (1982)*, *Rubinstein/Safra/Thomson (1992)*.

[3] Vgl. *Nash (1953, 130ff.)*.

[4] Nach *Zeuthen (1930 [1968])*.

[5] Vgl. bei *Harsanyi (1956, 147ff.)*.

[6] Eine ausführliche Übersicht über verschiedene derartige Ansätze bieten *Cross (1969)*, *Sutton (1986), Osborne/Rubinstein (1990), Kandel (2002)*.

[7] Aus der zahlreichen und umfänglichen Literatur zu diesem Problembereich, der auch in der Wohlfahrtsökonomie starke Beachtung erfährt, kann statt vieler auf die grundlegenden Artikel von *Moulin (1981)*, *Abreu/Sen (1990)*, *Maskin (1999)* oder *Miyagawa (2002)* hinweisen werden. Siehe beispielsweise bei *Moulin (1981, 193)*: „A mechanism is *efficient* if it selects a

Die Möglichkeit zum Abschluss einer bindenden Vereinbarung, z.B. einer Regelung über die Verteilung des Kooperationsertrages, ist entscheidend für die spieltheoretische Behandlung der Verhandlungssituation.[1] Der Abschluss einer nichtbindenden Vereinbarung, die keinen selbststabilisierenden Gleichgewichtspunkt eines nichtkooperativen Spiels darstellt, wird von den Spielern nicht eingehalten, da diese einen Anreiz haben, von der vereinbarten Strategiekombination abzuweichen. So *Harsanyi/Selten*:

> „Clearly, in playing this game, the decisive question is whether the players can make enforceable agreements or not; and it makes little difference whether they are or are not allowed to talk to each other. Even if they are free to talk and to negotiate any agreement, this fact will be of no real help if such an agreement is unenforceable and, therefore, has little chance of being kept. An ability to negotiate agreements is useful only if the rules of the game make such agreements fully binding and enforceable."[2]

Auch in nicht-kooperativen Spielen *kann* der Abschluss einer bindenden Vereinbarung Gegenstand der Strategiemenge der Spieler sein; die Wahl einer solchen Strategie ist in dieser Klasse von Spielen allerdings das Ergebnis des Entscheidungskalküls der Spieler. In kooperativen Spielen gehen die Spieler mit der Absicht zum Abschluss einer bindenden Vereinbarung in das Spiel; die Möglichkeit, eine solche Vereinbarung abzuschließen, bildet hier eine Conditio sine qua non.[3]

Shubik (1987, 664) beschreibt die kooperative Spieltheorie daher auch als „without concern for the detail of the bargaining structure". Ihre Ansätze suchen die Lösung nicht über die Analyse des Verhandlungsprozesses, sondern über Plausibilitäts- und Gerechtigkeitsüberlegungen, was zu der bereits in Kapitel B.I.2. angesprochenen Unterscheidung in Verhandlungs- und Kompromissmodelle („bargaining vs. arbitration") führte.[4]

Pareto optimal outcome. Its *justice* can be estimated in at least three ways: anonymity (does the mechanism involve a perfect symmetry among concerned agents?); neutrality (does the mechanism favour some available decisions, or does it treat all of them equally?); and fairness (does any agent envy any other agent?)."

[1] Vgl. ausführlich bei *Harsanyi (1979, 7f.)*, *Harsanyi/Selten (1980, 1-5/1988, 1-4)*.

[2] Siehe *Harsanyi/Selten (1980, 3/1988, 3)*. Vgl. auch *Harsanyi (1966, 616/1979, 8)*. In den sog. Koordinationsspielen ist es möglich, dass allein durch Kommunikation zwischen den Spielern ein effizientes Ergebnis erzielt wird. Zu dieser Unterklasse von Spielen vgl. ausführlich z.B. bei *Rieck (1993, 43-53)*.

[3] Siehe *Harsanyi/Selten (1980, 4f./1988, 3f.)*: „A noncooperative game is a game modelled by making the assumption that the players are unable to make enforceable agreements (as well as commitments of other sorts), except as far as the extensive form of the game explicitly gives them an ability to do so. (...) a cooperative game is modelled by making the assumption that the players are able to make enforceable agreements (...) even if their ability to do so is not shown explicitly (...)." Grundlegend hierzu *Harsanyi (1966, 616)*.

[4] Siehe *Harsanyi (1962b, 446f./1977, 13ff u. 191f.)*.

Interessanterweise führen beispielsweise sowohl *Harsanyi*s nichtkooperative Verhandlungsmodell[1] als auch ein nichtkooperatives „trading game" (Verhandlungsprozesse mit mehreren Teilnehmern auf beiden Marktseiten) von *Osborne/ Rubinstein (1990, 185-187)* zu Auszahlungen, die dem noch vorzustellenden *Shapley*-Wert entsprechen. Weitere nichtkooperative *N*-Personen Verhandlungsspiele mit Koalitionsbildung finden sich u.a. bei *Myasawa (1964)* und *Kim/Roush (1983)*.

Koalitionsspiele, wie sie im Folgenden betrachtet werden, lassen sich im Rahmen der Spieltheorie als *kooperative N-Personen-Spiele* klassifizieren. Sie bilden allerdings eine besondere Klasse dieser Spiele. Es handelt sich bei ihnen nicht nur um einen Anwendung bzw. Erweiterung der bilateralen Verhandlungslösungen auf mehrere Parteien.[2] Der Umstand, dass mehr als zwei Personen involviert sind, ermöglicht die Bildung von Koalitionen von Spielern, deren Größe zwischen den ‚Einerkoalitionen' (einzelnen Spielern) und der ‚großen Koalition' (dem Zusammenschluss aller Spieler) liegen. Das Merkmal eines *kooperativen* Spiels nimmt Bezug auf die oben diskutierte Absicht der Spieler, bindende (durchsetzbare) Vereinbarungen zu schließen, etwa über Mitgliedschaft in einer Koalition und über die Aufteilung eines Koalitionsgewinnes.
Ob die kooperative Spieltheorie im Vergleich geeigneter oder ungeeigneter zur Behandlung von Verteilungsproblemen in Unternehmen ist, wird gelegentlich dogmatisch diskutiert. Während sich beispielsweise *Schotter (1981, 152ff.)* sehr skeptisch über die Ansätze der kooperativen Spieltheorie äußert, räumt er an anderer Stelle die Bevorzugung des kooperativen Ansatzes von prominenter Seite ein:[3] „The axiomatization of fairness and its equivalence was welcomed by Morgenstern. If bargaining was the prime mover of social interaction in the new theory of games, then it would have been natural for a corresponding moral theory (…)." Auch *Shubik* betont die Präferenz des anderen Gründungsvaters der Spieltheorie für institutionelle Verteilungsregeln auf der Basis kooperativer Überlegungen. Wie *von Neumann* gegenüber *Shubik* erklärte, hielt er die Anwendung des *Nash*-Gleichgewichtskonzepts auf diese Problemstellung für nicht angemessen und stattdessen einen kooperativen Lösungsansatz für sinnvoller.[4]
Beide Zugehensweisen haben u.E. ihre Berechtigung. Aufgrund der einleitend dargelegten Gründe wird nachfolgend der Ansatz einer schiedsrichterlichen Kompromisslösung aufgrund von Gerechtigkeitsvorstellungen für die Gestaltung von betrieblichen Lohnstrukturen gewählt.

---

[1] Vgl. *Harsanyi (1959, insb. 348ff.)*.
[2] Vgl. hierzu bei *Thomson/Lensberg (1989)*, *Thomson (1994)*.
[3] Siehe *Schotter (1992, 106)*.
[4] „He indicated that he did not particulary like the Nash (equilibrium, MK) solution and that a cooperative theory made more social sense." *Shubik* bezieht sich auf ein persönliches Gespräch mit *von Neumann* während einer Zugfahrt von New York nach Princeton. Vgl. *Shubik (1992, 155)*.

2. Grundlagen von Koalitionsspielen

2.1. Vorbemerkungen und Definitionen

Grundlage der spieltheoretischen Analyse von Koalitionen sind die von *von Neumann (1928, 311ff.)* eingeführten „Werte“ eines Spiels. Sie beschreiben in Koalitionsspielen für alle in einem Spiel möglichen Zusammenschlüsse von Spielern die von diesen erzielbaren Auszahlungen.
Die Werte der Koalitionen finden sich in der *charakteristische Funktion* eines N-Personen-Spieles. *Shubik (1982, 128)* bezeichnet die charakteristische Funktion eines Koalitionsspieles auch als „the final distillation of the descriptive phase of the theory“. Zur weiteren Erörterung werden die folgenden Symbole definiert:[1]

$\underline{N}=\{1,...,n,...N\}$	Menge der Spieler
$\underline{K}$	Teilmenge der Spieler („Koalition“), $\underline{K} \subseteq \underline{N}$; mit $\underline{K}=\{n\}$ als *„Einerkoalition“* und mit $\underline{K}=\underline{N}$ als *„große Koalition“*
$v(.)$	charakteristische Funktion; $v:=\begin{cases} \wp(\underline{N}) \to \mathrm{IR}^N \\ \underline{K} \in \wp(\underline{N}) \mapsto v(\underline{K}) \end{cases}$

Die charakteristische Funktion eines N-Personen Spieles ordnet jeder der 2^N-1 nichtleeren Teilmengen von Spielern einen bestimmten Wert aus der Menge der reellen Zahlen zu;[2] für die sog. *„Null-Koalition“* einer leeren Menge von Spielern gilt definitionsgemäß $v(\emptyset):=0$.[3]
Der Wert kann je nach Problemstellung den von einer Koalition erzielbaren Gewinn, die durch eine Koalition reduzierten Kosten oder die Anzahl von einer Koalition erstellen Güter beschreiben, und zwar unabhängig davon, was diejenigen Spieler, die nicht Mitglied in der betrachteten Koalition sind, unternehmen (also beispielsweise auch den Versuch, die betrachtete Koalition zu schädigen).[4]

---

[1] Sie entsprechen den in der Literatur üblichen Bezeichnungen.
[2] Ist eine bestimmte Koalition nicht zulässig, d.h. darf aufgrund der Spielregeln ein bestimmte Koalition nicht gebildet werden, so wird sie gewöhnlich doch durch die charakteristische Funktion erfasst, bekommt jedoch einen Wert von null zugeordnet.
[3] Diese Festlegung hat insbesondere eine formale Bedeutung.
[4] Vgl. z.B. bei *Schotter (1981, 16), Güth (1992a, 798). Telser (1978, 3)* bezeichnet den Wert $v(\underline{K})$ daher auch als „the security value of the coalition (...) under the worst conditions its adversaries can impose.“; vgl. auch *Telser (1978, 138)*, genauso *Colman (1982, 146)*. Vgl. hierzu ausführlich auch bei *Shubik (1982, 136ff.)* und *Myerson (1991, 422ff.).*

In Anlehnung an *Kalai (2000, 3)* wird in dieser Arbeit unter dem Wert einer Koalition das „maximale monetäre Ergebnis, dass eine Gruppe von Spielern durch die Nutzung der ihr zur Verfügung stehenden Ressourcen erzielen kann" verstanden.
Aufgrund der Beschreibung des Koalitionsspieles durch seine charakeristische Funktion kann eine spieltheoretische Analyse der Entscheidungssituation, insbesondere der Koalitionsbildung und Ergebnisverteilung erfolgen.

Definition D.D.II.1.
Ein *N-Personen-Koalitionsspiel* $\Gamma(\underline{N}, v)$ ist durch die Menge der Spieler $\underline{N}$ und die charakteristische Funktion v über die Menge der möglichen Koalitionen beschrieben.[1]
Man spricht daher auch von einem Spiel in *charakteristischer Funktions-Form*.[2]
Die Menge aller N-Personen-Koalitionsspiele $\Gamma(\underline{N}, v)$ wird mit ϑ bezeichnet.

●

Nachfolgend gelten die Annahmen.[3]
a)Das durch eine Koalition erzielbare Ergebnis (ihr Wert) ist kostenfrei und beliebig zwischen den Mitgliedern der Koalition aufteilbar. Diese erste Annahme unterstellt eine transaktionskostenfreie Koalitionsbildung. Damit ist gemeint, dass im Rahmen der Transaktionskostentheorie thematisierte Kostenarten wie etwa die der Vertragsanbahnung, des Vertragsabschlusses und der Vertragsdurchsetzung in Koalitionsspielen nicht anfallen.
b)Die Nutzenfunktionen der Spieler über die möglichen Ergebnisse des Spiels sind homogen und linear.[4] Liegen monetäre Ergebnisse vor, so wird davon ausgegangen, dass die Nutzenwerte äquivalent zu den Geldwerten sind.[5] Es wird implizit interpersonelle Nutzenvergleichbarkeit unterstellt.[6]

---

[1] Vgl. statt vieler z.B. bei *Shapley/Shubik (1969, 12f.), Rapoport (1989, 334), Holler/Illing (2006, 267)*.
[2] In Abgrenzung beispielsweise zu einem *Spiel* in *Normalform (Matrix-Form)* oder einem Spiel in *sequenzieller Form (Spielbaum-Form)*.
[3] Vgl. zu den beiden folgenden, zentralen Annahmen ausführlich bei *Aumann (1960, 281-284), Owen (1995, 212ff.)*, *Schotter/Schwödiauer (1980, 485), Shapley/Shubik (1953, 348f./ 1966, 807ff.)*. .
[4] Vgl. u.a. *Harsanyi (1977, 99ff., 212f.)*. Siehe *Owen (1995, 213)*: „(...) the rate of transfer of utility among any two of them is 1:1." *Shubik (1982, 379)* spricht in diesem Zusammenhang von einem „constant marginal change in welfare". Auch *Raiffa (1953, 371 u. 376ff.)* unterstellt für alle Spieler: „a common unit of measurement with side payments allowed".
[5] *Shapley/Shubik (1972, 112)* bezeichnen dies als „assumption of u-money", *Jentzsch (1964, 408)* als „money games". Ausführlich *Shubik (1982, 361 u. 379)*, *Schotter/Schwödiauer (1980, 485)*, *Backes-Gellner/Lazear/Wolff (2001, 406)*.
[6] So *Myerson (1977, 1631)*: „To make a comparision of equal gains, the arbitrator must measure the players' level of happiness in some pair of scales for which he feels the differences are interpersonally comparable." Kritisch hierzu *Schelling (1997, 116-118)*. Zur interpersonellen Nutzenvergleichbarkeit vgl. ausführlich bei *Eisenführ/Weber (2003, 348ff.)*.

Aufgrund der Annahmen gilt:

$$\upsilon(\underline{K}) = \left\{ \boldsymbol{u} \in \mathrm{IR}^N \mid \sum_{n \in \underline{K}} u_n = \upsilon(\underline{K}) \right\} \qquad \textit{(D.II.1)},$$

mit den Symbolen

u_n	Nutzen des Spielers n
$\boldsymbol{u} = (u_1, u_2, \ldots, u_n, \ldots, u_N)$	Nutzen- oder Auszahlungsvektor

Koalitionsspiele, in denen diese Voraussetzungen vorliegen, werden in der Literatur als *Spiele transferierbaren Nutzens* („*transferable utility games*“, „*TU-games*“) bezeichnet. Der Transfer der durch eine Koalition erzielten Auszahlungen zwischen ihren Mitgliedern nennt man *Seitenzahlung*.[1] [2]

Im Folgenden werden weitere Charakteristika von Koalitionsspielen dargestellt, um später die betrachteten Entscheidungssituationen näher einzugrenzen.

Ähnlich den Konstantsummenspielen im Rahmen der nichtkooperativen Spieltheorie können solche auch in Koalitionsspielen auftreten.[3]

Definition D.D.II.2.
Für ein Konstantsummenspiel in charakteristischer Funktionsform gilt:

$$\upsilon(\underline{K}) + \upsilon(\underline{N} \backslash \underline{K}) = \upsilon(\underline{N}) \quad \text{für alle } \underline{K} \subset \underline{N} \qquad \textit{(D.II.2.)}$$

●

Der Zusammenschluss der beiden Koalition $\underline{K}$ und $\underline{N}\backslash\underline{K}$ ist für die Spieler weder attraktiv noch schädlich. Solche Situationen werden in dieser Arbeit lediglich als Sonderfälle vorkommen.

---

[1] Vgl. statt vieler z.B. bei *Güth (1999, 219)*, *Owen (1995, 212f.)*, *Schotter/Schwödiauer (1980, 485)*.

[2] Zu Spielen mit nichttransferierbaren Nutzenwerten vgl. statt vieler bei *Harsanyi (1963)*, *Aumann (1967)*, *Shapley (1969)*, *Roth (1980)* und *Maschler/Owen (1992)*, eine Übersicht findet sich bei *McLean (2002)*.

[3] Vgl. statt vieler z.B. bei *Owen (1995, 214), Rapoport (1989, 320).*

<u>*Definition D.D.II.3.*</u>
Ein Koalitionsspiel $\Gamma(\underline{N}, \upsilon)$ ist *monoton*, wenn gilt:

$$\upsilon(\underline{K}') \leq \upsilon(\underline{K}'') \quad \text{für alle } \underline{K}' \subset \underline{K}'' \subset \underline{N} \qquad \textit{(D.II.3.)}$$

●

Später wird ausschließlich eine Klasse monotoner Koalitionsspiele betrachtet.

In der Literatur wird weiterhin zwischen *properen* und *improperen* Spielen differenziert.

<u>*Definition D.D.II.4.*</u>
Ein Koalitionsspiel $\Gamma(\underline{N}, \upsilon)$ ist *proper*, wenn die Bedingung der *Super-Additivität* erfüllt ist:

$$\upsilon(\underline{K}' \cup \underline{K}'') \geq \upsilon(\underline{K}') + \upsilon(\underline{K}'') \quad \text{für alle } \underline{K}', \underline{K}'' \subseteq \underline{N},\ \underline{K}' \cap \underline{K}'' = \varnothing \qquad \textit{(D.II.4.)}$$

●

In properen Spielen können sich die Spieler zweier disjunkter Koalitionen durch ihren Zusammenschluss zumindest nicht schlechter stellen als in den kleineren Teilkoalitionen. In properen Spielen besteht daher die Tendenz, große Koalitionen zu bilden.[1] Später werden propere Spiele im Mittelpunkt der Betrachtungen stehen.

<u>*Definition D.D.II.5.*</u>
Besteht in (D.II.4.) stets die Identität der beiden Seiten, so ist das betreffende Koalitionsspiel $\Gamma(\underline{N}, \upsilon)$ *additiv* und es gilt:

$$\upsilon(\underline{K}) = \sum_{n \in \underline{K}} \upsilon(\{n\}) \quad \text{für alle } \underline{K} \subseteq \underline{N} \qquad \textit{(D.II.5.)}$$

●

Solche additiven Spiele stellen wie Nullsummenspiele naturgemäß für die Spieler kein Anreiz zur Koalitionsbildung dar.[2]

Dies leitet über zu der von *von Neumann/Morgenstern (1944, 249f.)* eingeführten Unterscheidung zwischen *essentiellen (wesentlichen)* und *inessentiellen (unwesentlichen)* Spielen:

[1] Vgl. statt vieler bei *Güth (1992a, 798)*.
[2] Vgl. ausführlich bei *Luce/Raiffa (1957, 185)*.

<u>*Definition D.D.II.6.*</u>
Ein *essentielles* Koalitionsspiel $\Gamma(\underline{N}, \upsilon)$ liegt unter der Bedingung vor:

$$\upsilon(\underline{N}) > \sum_{n \in \underline{N}} \upsilon(\{n\}) \qquad (D.II.6.)$$

●

In *inessentiellen Spielen*, die diese Bedingung nicht erfüllen, besteht keinerlei Anreiz zur Bildung einer großen Koalition für die einzelnen Spieler.

Eine im Verlauf der Arbeit noch sehr bedeutsame Eigenschaft ist die der *Konvexität* bzw. *Konkavität* von Koalitionsspielen. Sie wurde von *Shapley (1953)* eingeführt.

<u>*Definition D.D.II.7.*</u>[1]
Ein Koalitionsspiel $\Gamma(\underline{N}, \upsilon)$ ist *konvex*, wenn gilt:

$$\upsilon(\underline{K}') + \upsilon(\underline{K}'') \leq \upsilon(\underline{K}' \cup \underline{K}'') + \upsilon(\underline{K}' \cap \underline{K}'') \quad \text{für alle } \underline{K}', \underline{K}'' \subseteq \underline{N} \qquad (D.II.7.)$$

sonst *konkav*.
Diese Aussage ist äquivalent zur Formulierung

$$\upsilon(\underline{K}' \cup \{n\}) - \upsilon(\underline{K}') \leq \upsilon(\underline{K}'' \cup \{n\}) - \upsilon(\underline{K}'') \quad \text{für alle } n \in \underline{N},\ n \notin (\underline{K}' \cup \underline{K}''),\ \underline{K}' \subset \underline{K}'' \subset \underline{N} \qquad (D.II.8.)$$

●

Shapley (1971b, 11) bezeichnet die inhaltliche Aussage der Konvexität auch als „snowballing-effect". Der Anreiz, einer Koalition beizutreten nimmt mit zunehmender Koalitionsgröße zumindest nicht ab, möglicherweise sogar zu.

Neben anderen führen grundlegend *Shapley (1967, 453)* und *Scarf (1967, 54/1971, 175)* eine auf *Bondareva (1963)* zurückgehende, für die späteren Ausführungen sehr bedeutsame Eigenschaft von Koalitionsspielen ein.[2] Es handelt sich um das Merkmal der ‚Ausgewogenheit'. Zur Charakterisierung eines *ausgewogenen Spiels* wird zunächst der Begriff der ‚ausgewogenen Menge' eingeführt.

---

[1] Siehe *Shapley (1953, 307f./1971a, 3/1971b, 12).*
Zum Beweis der Alternativformulierung vgl. *Rosenmüller (1981, 254f.).*
Zur Diskussion der Alternativformulierung vgl. ausführlich *Wiese (2005, 106ff.).*
[2] Vgl. zu folgenden Ausführungen bei *Shapley (1967, 453ff.), Scarf (1967, 54ff./1971, 174ff.)), Shapley/Shubik (1969, 12f.).*
Zu ausgewogenen Mengen vgl. ausführlich auch bei *Bruyneel (1978, 94f.).*

<u>*Definition D.D.II.8.*</u>
Eine *ausgewogene Menge* (*„balanced set“, „balanced collection“*) $\boldsymbol{B}(\underline{N}, v)$ ist definiert als eine Menge von nichtleeren Koalitionen $\underline{K} \subset \underline{N}$ mit der Eigenschaft, dass *Gewichte* (*„weights“*) $\gamma_{\underline{K}} > 0$ existieren, so dass gilt:

$$\sum_{\substack{\underline{K} \in \boldsymbol{B}: \\ \underline{K} \ni n}} \gamma_{\underline{K}} = 1 \quad \text{für alle } n \in \underline{N} \qquad (D.II.9.)$$

●

Dies sei an einem kurzen Beispiel illustriert.

Beispiel B.D.II.1
Ein Vier-Personen-Koalitionsspiel $\underline{N}=\{1,2,3,4\}$ weist eine ausgewogene Menge

$$\boldsymbol{B}=\{\{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \{2,3,4\}\}$$

auf, wenn diese Koalitionen

$$\gamma_{\{1,2\}}=1/3,\ \gamma_{\{1,3\}}=1/3,\ \gamma_{\{1,4\}}=1/3 \text{ und } \gamma_{\{2,3,4\}}=2/3$$

gewichtet sind.
Für den Fall, dass $\gamma_{\underline{K}}=1$ für alle $\underline{K} \in \boldsymbol{B}$, handelt es sich bei $\boldsymbol{B}$ um eine Partition der Menge $\underline{N}$. Ist zudem $\#(\underline{K})=1$ für alle $\underline{K} \in \boldsymbol{B}$, handelt es sich bei $\boldsymbol{B}$ um die Menge der ‚Einerkoalitionen‘.

○

Auf der Grundlage der ausgewogenen Mengen werden ausgewogene Spiele definiert.[1]

<u>*Definition D.D.II.9.*</u>
Ein Koalitionsspiel $\Gamma(\underline{N}, v)$ ist *ausgewogen*, wenn für die Koalitionen $\underline{K} \in \boldsymbol{B}(\underline{N}, v)$ mit den Gewichten $\gamma_{\underline{K}}$ und für alle ausgewogenen Mengen $\boldsymbol{B}(\underline{N}, v)$ dieses Koalitionsspieles gilt:

$$\sum_{\underline{K} \in \boldsymbol{B}} \gamma_{\underline{K}} \cdot v(\underline{K}) \leq v(\underline{N}) \qquad \text{für alle } \boldsymbol{B}(\underline{N}, v) \qquad (D.II.10.)$$

●

<u>*Definition D.D.II.10.*</u>
Ein Koalitionsspiel $\Gamma(\underline{N}, v)$ ist *vollkommen ausgewogen* (*„totally balanced“*), wenn jedes seiner Teilspiele $\Gamma(\underline{K}, v)$ für alle $\underline{K} \subset \underline{N}$ ausgewogen ist.[2]

●

---

[1] Erfüllt ein Koalitionsspiel die Eigenschaft der Superadditivität, liegt also ein properes Spiel vor, so ist dieses, von einigen Ausnahmen abgesehen, ausgewogen. Vgl. z.B. bei *Shubik (1982, 165f.)*.
[2] Vgl. *Shapley/Shubik (1969, 13).* Siehe hierzu Beispiel B.D.II.5. in Kapitel D.II.2.2.1.1.

Nachdem verschiedenen Klassen von Koalitionsspielen abgegrenzt wurden, sollen im Weiteren Merkmale der Aufteilung des Koalitionsergebnisses auf die einzelnen Mitglieder einer Koalition vorgestellt werden.

Folgende beide elementaren Anforderungen an die Aufteilung des Wertes der ‚großen Koalition' in einem properen Spiel lassen sich formulieren.[1]

Definition D.D.II.11.
Ein *N*-dimensionaler Auszahlungsvektor ***u*** ist *zulässig*, wenn gilt:

$$\sum_{n \in \underline{N}} u_n \leq v(\underline{N}) \qquad \text{(D.II.11.)}$$

●

Desweiteren werden für Verteilungsprobleme regelmäßig pareto-effiziente Lösungen angestrebt. Dieses Kriterium wird an späterer Stelle – auch in Hinblick auf seine Bewertung in der Literatur – noch ausführlich diskutiert, an dieser Stelle sei folgende formale Definition ausreichend.

Definition D.D.II.12.
Ein *N*-dimensionaler Auszahlungsvektor ***u*** ist *pareto-optimal (effizient)*, wenn die Bedingung erfüllt ist:

$$\sum_{n \in \underline{N}} u_n = v(\underline{N}) \qquad \text{(D.II.12.)}$$

●

Damit lässt sich ein erstes Konzept der Lösung von Koalitionsspielen formulieren, nämlich das der *Pre-Imputationen*.[2] Es enthält bereits eine Definition ‚sozialer Erwünschtheit' hinsichtlich eines Verteilungsergebnisses.

Definition D.D.II.13.
Eine *Pre-Imputation* eines Koalitionsspieles $\Gamma(\underline{N}, v)$ ist ein *N*-dimensionaler, pareto-effizienter Vektor ***u***.
Die Menge aller Pre-Imputationen eines Koalitionsspieles $\Gamma(\underline{N}, v)$ wird mit $\boldsymbol{I}^P(\underline{N}, v)$ bezeichnet:

$$\boldsymbol{I}^P(\underline{N}, v) := \{\boldsymbol{u} \in \mathrm{IR}^N \mid \sum_{n \in \underline{N}} u_n = v(\underline{N})\} \qquad \text{(D.II.13.)}$$

●

[1] Vgl. statt vieler z.B. bei *Shubik (1982, 141)*.
[2] Vgl. statt vieler *Maschler/Peleg/Shapley (1977, 8)*.

Hinsichtlich der Akzeptanz einer Aufteilung des Koalitionswertes durch die einzelnen Spieler ist die folgende Forderung von Bedeutung.

<u>*Definition D.D.II.14.*</u>
Ein *N*-dimensionaler Auszahlungsvektor ***u*** ist *individuell-rational*, wenn gilt:

$$u_n \geq \upsilon(\{n\}) \quad \text{für alle } n \in \underline{N} \qquad (D.II.14.)$$

●

Ein zentrales Konzept der spieltheoretischen Analyse von Koalitionen, das die Bedingungen der Zulässigkeit, individuellen Rationalität und Pareto-Optimalität vereint, ist das der Ermittlung von *Imputationen* oder *Zurechnungen* an die Spieler. *Colman (1982, 149)* bezeichnet die Imputationen als „standards of behavior governed by social and moral conventions".
Schränkt man die Menge der Pre-Imputionen auf die Menge der individuell rationalen Auszahlungen ein, so erhält man die Menge der Imputationen.

<u>*Definition D.D.II.15.*</u>
Eine *Imputation (Zurechnung)* eines Koalitionsspieles $\Gamma(\underline{N}, \upsilon)$ ist ein *N*-dimensionaler, individuell rationaler und pareto-effizienter Vektor ***u***.
Die Menge aller Imputationen eines Koalitionsspieles $\Gamma(\underline{N}, \upsilon)$ wird mit $\boldsymbol{I}(\underline{N}, \upsilon)$ bezeichnet:

$$\boldsymbol{I}(\underline{N}, \upsilon) := \{\boldsymbol{u} \in \boldsymbol{I}^P(\underline{N}, \upsilon) \mid u_n \geq \upsilon(\{n\}) \quad \text{für alle } n \in \underline{N}\} \qquad (D.II.15.)$$

●

Das folgende Beispiel, soll die eben eingeführten Begriffe verdeutlichen:

<u>*Beispiel B.D.II.2.*</u>
Gegeben sei ein 3-Personen-Koalitionsspiel mit der charakterisierenden Funktion:[1]

$$\upsilon(\varnothing) = 0$$
$$\upsilon(1) = 0,\ \upsilon(2) = 1,\ \upsilon(3) = 2,$$
$$\upsilon(1,2) = 3,\ \upsilon(1,3) = 4,\ \upsilon(2,3) = 5$$
$$\upsilon(1,2,3) = 10$$

Für die Menge der (Pre-)Imputationen ergeben sich auf Grundlage dieser Charakteristischen Funktion:

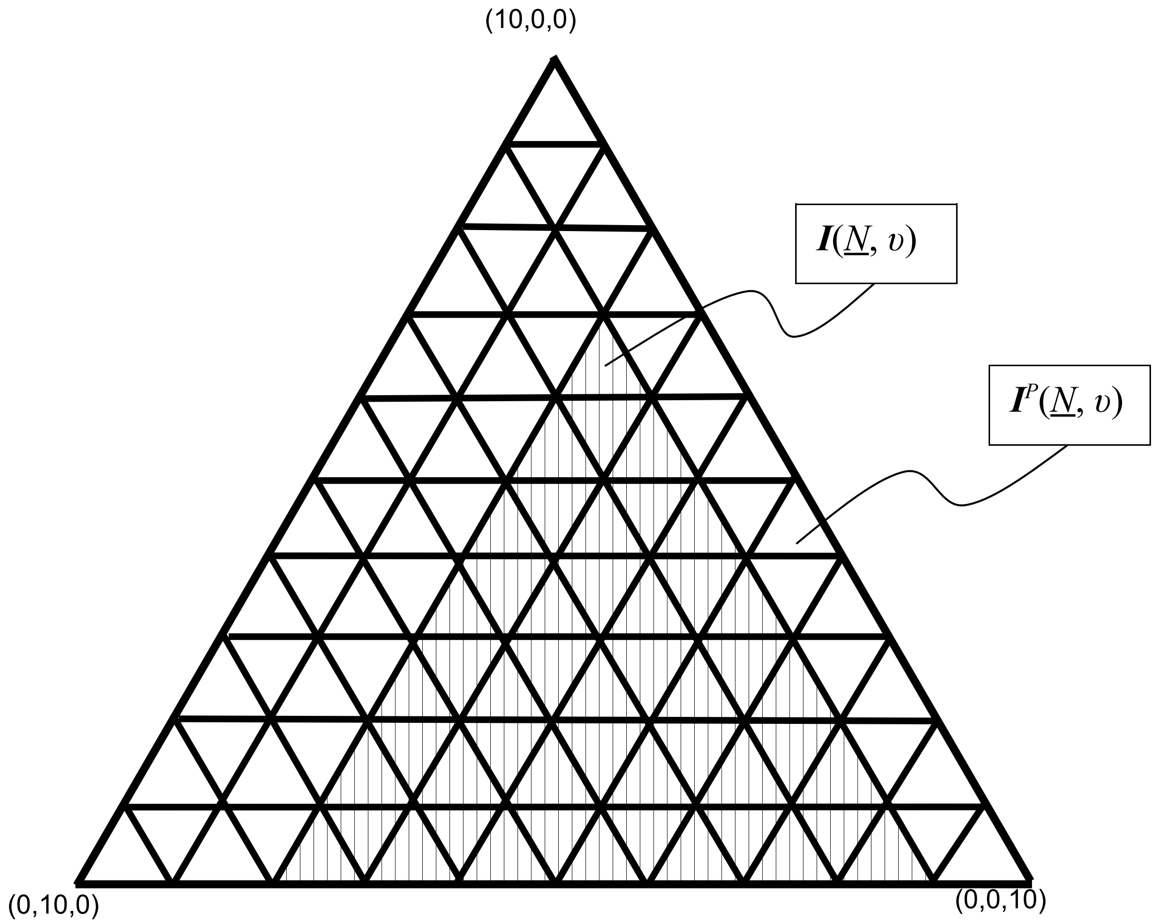
$$\boldsymbol{I}^P(\underline{N}, \upsilon) = \{\boldsymbol{u} \mid u_1+u_2+u_3=10\}$$

[1] Zur Vereinfachung schreiben wir hier und im Folgenden υ(n) anstatt des formal korrekten Ausdrucks $\upsilon(\{n\})$, ebenso $\upsilon(n_1, n_2, \ldots)$ anstatt $\upsilon(\{n_1, n_2, \ldots\})$ usw. für alle Koalitionen beliebiger Größe.

$$\boldsymbol{I}(\underline{N}, v) = \left\{ \boldsymbol{u} \;\middle|\; \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}, u_1 + u_2 + u_3 = 10 \right\}$$

Solche 3-Personen Koalitionsspiele lassen sich in einem 2-Simplex abbilden, den bereits in Kapitel C.II vorgestellten baryzentrischen Dreiecken.[1]
Das baryzentrische Dreieck beschreibt die Menge der Pre-Imputationen $\boldsymbol{I}^P(\underline{N}, v)$. Die Menge der Imputationen $\boldsymbol{I}(\underline{N}, v)$ wird als die grau unterlegte Fläche in Abbildung A.D.II.1. dargestellt.

Abbildung A.D.II.1.: Mengen der (Pre-)Imputationen im Beispiel



○

Eine andere Einschränkung der Pre-Imputationen nimmt die *Vernünftige Menge* („*reasonable set*“) von *Milnor (1952)* vor.[2] *Luce/Raiffa (1957, 237ff.)* diskutieren dieses Konzept in mehreren Varianten.

---

[1] Erstmals verwendet bei *von Neumann/Morgenstern (1944, 283f.)*.
[2] Vgl. ausführlich auch bei *Gerard-Varet/Zamir (1987)*.

Die Grundidee von *Milnor (1952, 3)* lautet (Symbole angepasst):

„In any play of the game, player n will wind up in some coalition $\underline{K}$. The players $\underline{K}\backslash\{n\}$ would be foolish to keep n in their coalition if he tries to get so much that they could do better without him."

Zur Definition der Vernünftigen Menge wird der größte Grenzbeitrag (*„largest incremental contribution"*) benötigt.

Definition D.D.II.16.

Der *Grenzbeitrag eines Spielers $n \in \underline{N}$ zur Koalition $\underline{K}$* in einem Koalitionsspiel $\Gamma(\underline{N}, v)$ ist definiert als

$$m_n(\underline{K}) = v(\underline{K}) - v(\underline{K}\backslash\{n\}) \qquad (D.II.16.)$$

Der größte Grenzbeitrag eines Spielers n ist der größte dieser Werte:

$$m_n^* = \max_{\substack{\underline{K} \subseteq \underline{N}: \\ \underline{K} \ni n}} \{m_n(\underline{K})\} \qquad (D.II.17.).$$

●

Darauf wird die Vernünftige Menge wie folgt definiert.

Definition D.D.II.17.

Die *Vernünftige Menge („reasonable set")* eines Koalitionsspieles ist die Menge aller Imputationen, die die größten Grenzbeiträge der Spieler nicht überschreiten.

$$\boldsymbol{M}(\underline{N}, v) := \{\boldsymbol{u} \in \boldsymbol{I}^P(\underline{N}, v) \mid u_n \leq m_n^* \quad \text{für alle } n \in \underline{N}\} \qquad (D.II.18.)$$

●

Folgendes Beispiel diene zur Erläuterung.

Beispiel B.D.II.3.

Es gelten die Daten des Beispiels B.D.II.2.

Die Vernünftige Menge ist

$$\boldsymbol{M}(\underline{N}, v) = \left\{ \boldsymbol{u} \,\middle|\, \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix},\ u_1 + u_2 + u_3 = 10 \right\}$$

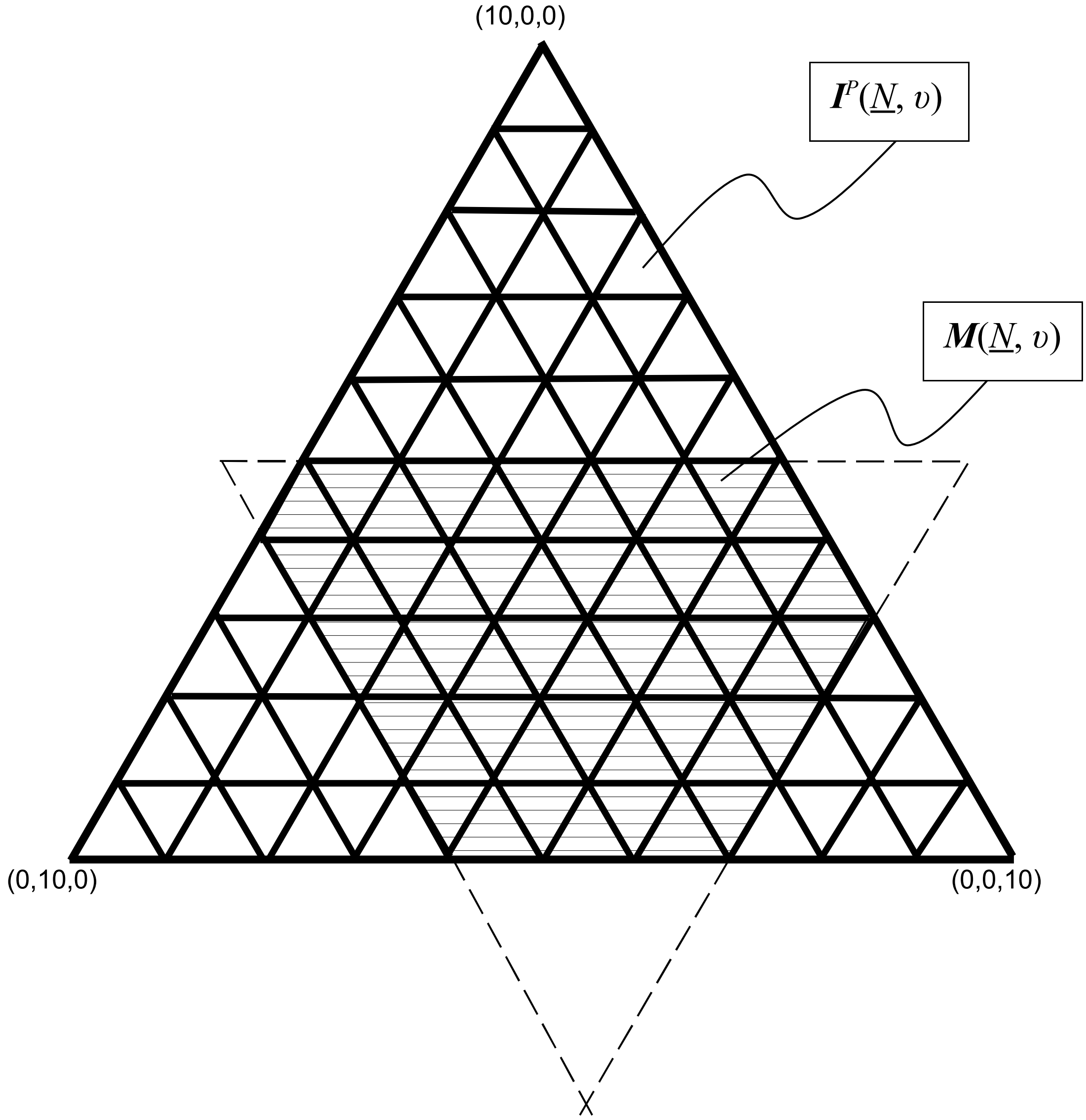
aufgrund der in der Tabelle T.D.II.1. angegebenen Werte.

Tabelle T.D.II.1.: Werte für $m_n(\underline{K})$ und m_n^* im Beispiel

	$m_n(\underline{K})$		
n / $\underline{K}$	*1*	*2*	*3*
{1}	0	-	-
{2}	-	1	-
{3}	-	-	2
{1,2}	2	3	-
{1,3}	2	-	4
{2,3}	-	3	4
{1,2,3}	5	6	7
m_n^*	**5**	**6**	**7**

Die Vernünftige Menge stellt sich in Abbildung A.D.II.2. wie folgt dar:

Abbildung A.D.II.2.: Vernünftige Menge im Beispiel



Die pareto-effiziente Menge der Pre-Imputationen $\boldsymbol{I}^P(\underline{N}, v)$ und die Menge der Imputationen $\boldsymbol{I}^P(\underline{N}, v)$ lassen sich auch als „Vor-Lösungen" (*„presolutions"*) bezeichen.[1] Die Menge der Imputationen bildet den Ausgangspunkt aller weiterführenden spieltheoretischen Betrachtungen von Koalitionen.
Schotter (1981, 17) geht sogar soweit, zu behaupten:

> „The analysis of N-person cooperative games is nothing more than the search for imputations that are stable in some sense."

Diesen von *Schotter* angedeuteten Stabilitätserfordernissen zur Einschränkung der Menge der Imputationen gehen die folgenden Ausführungen nach.

Es existieren verschiedene Konzepte, nachfolgend auch als *Lösungen* bezeichnet, zur von *Schotter* angesprochenen Einschränkung der Menge der Imputationen durch die Formulierung zusätzlicher Anforderungen an die ‚Stabilität' einer Aufteilung.
Dabei wird in der Literatur zwischen solchen Konzepten unterschieden, die zwar eine Einschränkung der Menge der Imputationen vornehmen, aber in vielen Anwendungsfällen eine Mehrzahl von Auszahlungsvektoren aus dieser Menge als mögliches Resultat des Koalitionsspieles zulassen, und solchen Konzepten, die genau einen Auszahlungsvektor als Ergebnis eines Koalitionsspieles ermitteln.

Definition D.D.II.18.[2]
Eine *(Mengen-)Lösung* ist eine (Multi-)Funktion $f\colon\vartheta\to\mathrm{IR}^N$ ($F\colon\vartheta\to\to\mathrm{IR}^N$), die jedem Koalitionsspiel $\Gamma(\underline{N},v)\in\vartheta$ einen zulässigen (bzw. mehrere zulässige) N-dimensionale(n) Auszahlungsvektor(en) $\boldsymbol{u}^*$ ($\boldsymbol{u}^*_{\hat{\imath}}$) zuordnet:

$$f(\underline{N}, v)=\boldsymbol{u}^*=(u_1^*, u_2^*,..., u_n^*, ..., u_N^*)\in \mathrm{IR}^N \qquad (D.II.19.)$$

$$F(\underline{N}, v)=\bigcup_{\hat{\imath}}\left\{\boldsymbol{u}_{\hat{\imath}}^*\right\}\subset\mathrm{IR}^N \qquad (D.II.20.)$$

●

Für diese beiden Gruppen von Lösungen existieren in der Literatur unterschiedliche Bezeichnungen.
Holler/Illing (2006, 271) bezeichnen die beiden Gruppen als „Mengen-" bzw. „Wertansätze", *Güth (1992a, 798)* nennt die mehrwertigen Lösungen auch „Bereichskonzepte". *Branzei/Dimitrov/Tijs (2005, 9)*, bezeichnen die erste Gruppe auch als „set-valued solutions" oder „multisolutions", für die zweite Gruppe findet sich dort die Bezeichnungen „one point-solutions" oder „single-valued rules". *Mas-Colell (1987, 659)* spricht vom „dominance approach" und „valuation approach".

---

[1] Vgl. *Shubik (1982, 127)*.
[2] Vgl. statt vieler bei *Branzei/Dimtrov/Tijs (2005, 9)*.

Zu ersteren Konzepten, zählen u.a. die *von Neumann/Morgenstern-Lösung* (*„stable sets solution“*),[1] der *Kern* (*„core“*)[2], die *Aumann-Maschler-Lösung*[3] (*„bargaining set solution“*), der *Kernel*[4] und der *Pre-Kernel*[5]. Zu den Wertansätzen gehören u.a. der *Shapley-Wert*,[6] die Anwendung des *Banzhaf-Index*[7], der *Nucleolus*[8] und der *Pre-Nucleolus*[9] und der *τ-Wert*[10], der *χ-Wert*[11] und der *μ-Wert*[12]. Die Aufzählungen sind bei weitem nicht abschließend.[13]
Parallel zu diesen Ansätzen wissenschaftlicher Provenienz wurden für unterschiedliche Fragestellungen der Wirtschaftspraxis (Flughafengebühren, Wasserversorgungskosten ...) Verteilungslösungen unter Einbeziehung koalitionstheoretischer Aspekte formuliert und erst später auf ihre spieltheoretische Plausibilität geprüft.[14]

Eine ganze Reihe von Lösungen sind für spezielle Problemstellungen entwickelt worden, bei denen die gängigen Lösungskonzepte nicht oder nur eingeschränkt anwendbar sind. Eine für ökonomische Fragestellungen sehr bedeutende Diskussion wurde von *Aumann/Shapley (1974)* aufgegriffen, nämlich das Problem, dass in Märkten mit vielen Teilnehmern sich die herkömmlichen Lösungskonzepte der kooperativen Spieltheorie kaum anwenden lassen, da einzelne Marktteilnehmer keine nennenswerte Auswirkungen auf die Koalitionswerte haben. Solche Fragestellungen werden unter Begriffen wie *„non atomic games“* oder *„games with a continuum of players“* behandelt. Aus dieser Zugehensweise haben sich weitere Klassen von abgeleiteten Problemstellungen etabliert. Eine vieldiskutierte Klasse sind beispielsweise sog. *„discrete cost allocation problems“*, die sich im wesentlichen dadurch kennzeichnen lassen, dass Herstellungsgemeinkosten auf unteilbare Güter aufgeteilt werden sollen, oder *„continuum cost allocation problems“* für vollkommen teilbare Güter (Öl(derivate) als klassisches Beispiel). Lösungen für derartige Probleme sind u.a. die *Shapley/Shubik*-Lösung (*Shapley 1962*), die *Aumann/Shapley*-Preise (*Billera/Heath (1982)*, *Mirrman/Tauman (1982)*, *Tauman (1988)*, *Young (1988)*)

---

[1] Nach *von Neumann/Morgenstern (1944)*.
[2] Nach *Gillies (1953/1959)*.
[3] Nach *Aumann/Maschler (1964)*.
[4] Nach *Davis/Maschler (1965)*.
[5] Nach *Maschler/Peleg/Shapley (1972)*.
[6] Nach *Shapley (1953)*.
[7] Nach *Banzhaf (1964)*.
[8] Nach *Schmeidler (1969)*.
[9] Nach *Sobolev (1975)*.
[10] Nach *Tijs (1981)*.
[11] Nach *Bergantinos/Massó (1996)*.
[12] Nach *van Heumen (1984)*.
[13] Vgl. auch die Übersicht bei *Fromen (2004, 95ff.)*.
[14] Eine Übersicht über derartige Ansätze findet sich bei *Rapoport (1989, 340-346)* sowie *Williams (1988)*. Vgl. auch bei *Le Breton/Weber (2005)*.

oder die Lösungen von *Moulin/Shenker (1992)*, *Sprumont (1998)*, *Friedman/Moulin (1999)*, *Albizuri et al. (2002)*, *Larrea/Santos (2006)*.

Eine weitere bedeutende Klasse von Koalitionsspielen sind solche, in denen bestimmte Spieler aufgrund gemeinsamer Interessen lieber miteinander koalieren als mit anderen, was erstmals von *Thrall/Lucas (1963)* diskutiert wurde. Dies führt zu einer Partition der Spielermenge, die auch Auswirkungen auf die Auszahlungen an die Spieler innerhalb einer Koalitionen haben kann, je nachdem, wie sich die Spieler außerhalb der betrachteten Koalition arrangieren. Man spricht daher auch von Spielen mit Koalitionsstrukturen, deren ‚klassische' Lösungen von *Aumann/Drèze (1974)* und *Owen (1977)* stammen. *Albizuri et al. (2006)* liefern eine Erweiterung des Konzepts auf nichtdisjunkte Koalitionsstrukturen durch eine neue Axiomatisierung des *Shapley*-Wertes und der *Owen*-Lösung für diese Art von Problemstellungen.

Im Folgenden sollen die bekanntesten Lösungskonzepte für Koalitionsspiele vorgestellt werden. Sie dienen der Einordnung und dem Vergleich mit der in Kapitel D.III. zu entwickelnden Lösung.

2.2. Ausgewählte Lösungskonzepte für Koalitionsspiele

2.2.1. Mengenkonzepte

2.2.1.1. Der Kern

Eines der wichtigsten Lösungskonzepte der für Koalitionsspiele ist der *„Kern"* (*„core"*).[1] *Kreps/Rubinstein (1997, XIV)* würdigen das Konzept des Kerns gar als „the central solution concept in cooperative game theory, and especially in cooperative game theory as it has been applied to economics".
Obwohl in der Ökonomie schon lange bekannt (er entspricht beispielweise *Edgeworth' (1881)* Kontraktkurve[2]), wurde der Kern erstmals von *Gillies (1953/1959)* formal charakterisiert. Nach *Shubik (1992, 156)* geht auf *Shapley* nicht nur der Begriff, sondern auch die Initiative zurück, den Kern als eigenständiges Lösungskonzept zu betrachten und nicht nur als Vorstufe für weitergehende Lösungsversuche.[3] Er wird für die weiteren Ausführungen von zentraler Bedeutung sein.
Der Kern beruht auf dem Konzept der ‚Verwerfung' von Auszahlungsvektoren.

[1] Zur Bedeutung des Kerns für eine Vielzahl ökonomischer Fragestellungen vgl. bei *Telser (1971, xiii; 1978, 1f.)*.
[2] Vgl. z.B. bei *Shapley/Shubik (1966, 805)*.
[3] Laut *Shapley/Shubik (1966, 805)*, dokumentiert bei *Kuhn (1953)*.

Definition D.D.II.19.
Eine Imputation $\boldsymbol{u}\in\boldsymbol{I}(\underline{N}, v)$ kann *verworfen* werden, wenn eine Koalition $\underline{K}\subset\underline{N}$ existiert, so dass gilt:

$$\sum_{n\in\underline{K}} u_n < v(\underline{K}) \qquad (D.II.21.)$$

●

Gillies (1959, 47f.) gelangt damit zu folgender Definition des Kerns.

Definition D.D.II.20.
Der *Kern* $\boldsymbol{C}(\underline{N}, v)$ ist die *Menge aller Imputationen* eines Koalitionsspieles, die nicht verworfen werden können:

$$\boldsymbol{C}(\underline{N}, v) := \{\boldsymbol{u}\in\boldsymbol{I}(\underline{\mathrm{N}}, v) \mid \sum_{n\in\underline{K}} u_n \geq v(\underline{K}) \quad \text{für alle } \underline{K}\subset\underline{N}\} \qquad (D.II.22.)$$

Der Kern $\boldsymbol{C}(\underline{N}, v)$ eines Koalitionsspieles ist damit die Menge aller Auszahlungsvektoren für die gilt:

$$\sum_{n\in\underline{K}} u_n \geq v(\underline{K}) \quad \text{für alle } \underline{K}\subset\underline{N} \qquad (D.II.23.)$$

$$\sum_{n\in\underline{N}} u_n = v(\underline{N}) \qquad (D.II.12.)$$

●

Schotter (1981, 17) charakterisiert den Kern daher wie folgt:

> „The core can be defined as the set of imputations that cannot be blocked by any coalition."

Aus diesem Grund spricht *Telser (1978, 352)* in Anlehnung an das Grundkonzept der nichtkooperativen Spieltheorie auch von allen Punkten des Kerns als *‚Gleichgewichtspunkten'* (*„equilibrium points"*).[1] Auch *Mas-Colell (1987, 659)* spricht vom „cooperative equilibrium".

In der Literatur finden sich einige uneinheitliche Bezeichnungen für die Forderungen (D.II.14.), (D.II.23.) und (D.II.12.): *Holler/Illing (2006, 275)* beschreiben den Kern als „individuell-rational", „koalitionsrational" und „gruppenrational". Ähnlich auch *Rapoport (1989, 320)*, der von „individual rationality" „subset rationality" und „collectiv rationality" spricht. *Aumann/Maschler (1964, 445)* bezeichnen Auszahlungen, die die Forderung (D.II.23.) erfüllen, als „coalitionally rational", *Davis (1999, 168)* als „kollektiv rational", *Kalai (2000, 4)* als „coalitionally stable".

[1] Vgl. auch bei *Telser (1971, 3)*.

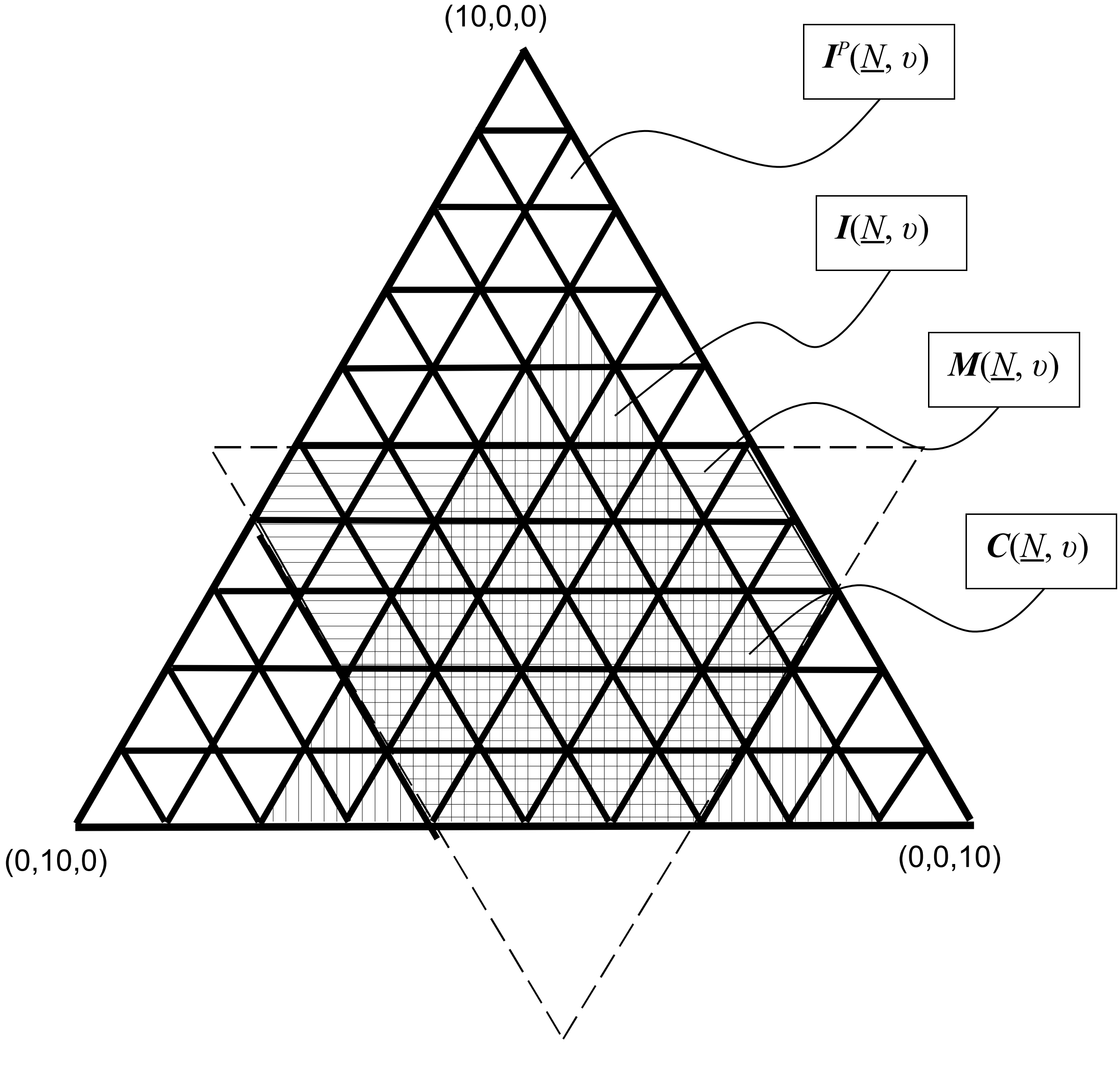
Das folgende Beispiel verdeutlicht das Verhältnis der Pre-Imputationen, der Imputationen, der Vernünftigen Menge und des Kerns.

Beispiel B.D.II.4.
Aufgrund der Daten des Beispiels B.D.II.2. gilt für den Kern

$$\boldsymbol{C}(\underline{N}, v) = \left\{ \boldsymbol{u} \;\middle|\; \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}, u_1 + u_2 + u_3 = 10 \right\}$$

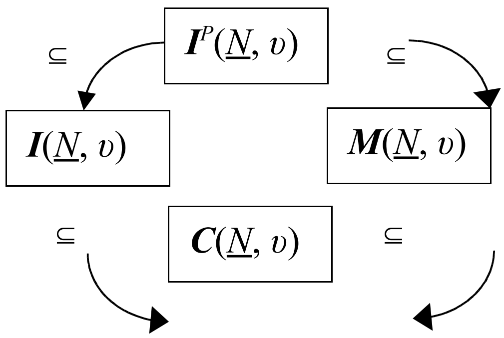
Diese Menge aller nicht dominierten Imputationen stellt sich in Abbildung A.D.II.3.wie folgt dar.

Abbildung A.D.II.3.: Der Kern auf der Menge der Menge der Imputationen und der Vernünftigen Menge im Beispiel



Der Kern ist aufgrund seiner Definition stets Teilmenge der Imputationen. Wie *Maschler/Peleg/Shapley (1977, 23-25)* zeigen, ist er der Kern stets Teilmenge der Vernünftigen Menge. Es gelten die Relationen in Abbildung A.D.II.4.

Abbildung A.D.II.4.: Verhältnis von Kern, (Pre-)Imputationen und der Vernünftigen Menge in Koalitionsspielen



Unter bestimmten Bedingungen - wie auch im Beispiel - ergibt sich der Kern als Schnittmenge der Imputationsmenge und der Vernünftigen Menge.[1]
Der Kern eines *N*-Personen-Konstantsummenspiels in charakteristischer Funktionsform ist leer, gleiches gilt für impropere Spiele.[2]
Wie *Shapley (1971b, 21f.)* zeigt, ist der Kern konvexer Spiele niemals leer.

Von besonderer Bedeutung für die späteren Ausführungen ist die auf *Bondareva (1963)* zurückgehende und auch von *Shapley (1967, 456ff.)* und *Scarf (1967, 54ff.)* bewiesene Aussage, dass ausgewogene Spiele stets einen nichtleeren Kern haben. *Shapley (1965, 456)* zeigt, dass darüber hinaus der Satz gilt: Spiele haben einen nichtleeren Kern dann und nur dann, wenn sie *ausgewogen* sind.[3] Alle Teilspiele $\Gamma(\underline{K}, v)$ eines völlig ausgewogenen Spieles $\Gamma(\underline{N}, v)$ haben einen nichtleeren Kern; dagegen sind nicht alle ausgewogenen Spiele völlig ausgewogen.[4]

<u>*Beispiel B.D.II.5.*</u>
Betrachtet wird ein Vier-Personen-Koalitionsspiel $\Gamma(\underline{N}, v)$ mit

$v(\underline{K})=0$ für alle $\underline{K}$ mit $\#(\underline{K})=1$, $v(\underline{K})=10$ für alle $\underline{K}$ mit $\#(\underline{K})=3$ und $v(\underline{N})=20$ sowie $v(1,4)=v(2,4)=v(3,4)=0$ und $v(1,2)=v(1,3)=v(2,3)=10$

Es handelt sich um ein ausgewogenes Koalitionsspiel. Eine ausgewogene Menge $\boldsymbol{B}(\underline{N}, v)$ ist beispielsweise die Menge aller Dreierkoalitionen mit einem Gewicht von jeweils ¼:

---
[1] Vgl. ausführlich bei *Maschler/Peleg/Shapley (1977, 19ff.)*
[2] Vgl. zum Beweis bei *Rapoport (1970, 92), Rapoport (1989, 320)*.
[3] Für Spiele mit nichttransferierbaren Nutzen, wie sie *Scarf (1967)* untersucht, existieren auch unausgewogene Spiele, die einen Kern aufweisen.
[4] Vgl. auch bei *Shapley/Shubik (1969, 13).*

$$\boldsymbol{B}(\underline{N}, \upsilon) = \{\{1,2,3\}, \{1,2,4\}, \{1,3,4\}, \{2,3,4\}\}$$
$$\gamma_{\{1,2,3\}}=1/4,\ \gamma_{\{1,2,4\}}=1/4,\ \gamma_{\{1,3,4\}}=1/4 \text{ und } \gamma_{\{2,3,4\}}=1/4$$

enthält im Kern u.a. den Auszahlungsvektor $\boldsymbol{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$

Da das Teilspiel $\Gamma(\{1,2,3\}, \upsilon)$ einen leeren Kern aufweist, ist das Gesamtspiel aber nicht völlig ausgewogen.

○

Das Problem eines leeren Kerns tritt dann auf, wenn sich für jede Imputation mindestens eine Koalition findet, deren Mitglieder die Auszahlungen im Sinne der Definition D.D.II.19. verwerfen können, wenn also gilt:[1]

$$\exists\ \underline{K}\subset\underline{N}: \qquad \sum_{n\in \underline{K}} u_n < \upsilon(\underline{K}) \qquad \text{für alle } \boldsymbol{u}\in \boldsymbol{I}(\underline{N}, \upsilon) \qquad \textit{(D.II.24.)}$$

Aufgrund dieser Überlegung formulieren *Shapley/Shubik (1963/1969)* den sogenannten *„ε-Kern"*.

Definition D.D.II.21.[2]
Der *ε-Kern („strong ε-core")* $\boldsymbol{C}_\varepsilon(\underline{N}, \upsilon)$ ist die Menge aller Auszahlungsvektoren, für die gilt:

$$\sum_{n\in \underline{K}} u_n \geq \upsilon(\underline{K}) - \varepsilon \quad \text{mit } \varepsilon\in \mathrm{IR}^+, \text{ für alle } \underline{K}\subset\underline{N} \qquad \textit{(D.II.25.)}$$

$$\sum_{n\in \underline{N}} u_n = \upsilon(\underline{N}) \qquad \textit{(D.II.26.)}$$

Für ε=0 liegt der Fall des herkömmlichen Kerns (des „0-Kerns") vor.[3]
Die Menge aller Imputationen, die bei kleinstmögichem ε die Bedingung (D.II.25.) erfüllen, bilden den *minimalen Kern („least core")* $\boldsymbol{C}_\ell$.[4]

●

[1] Nach *Maschler/Peleg/Shapley (1977, 7f.)*. Man beachte hierzu die Aussage *Osborne*s (*2004, 243)*: „Note that the core is defined as a set of actions, so it always *exists*; a game cannot fail to have a core, though it may be the empty set, in which case no action of the grand coalition is immune to deviations."
[2] Vgl. *Shapley/Shubik (1966, 812).*
[3] Vgl. *Schmeidler (1969, 1165).*
[4] Vgl. bei *Maschler/Peleg/Shapley (1977, 9)*. Vgl. auch bei *Rapoport (1981, 137).*

Varianten des *strengen ε-Kerns* sind u.a. der *schwache ε-Kern,* der ε/n-Kern oder der *proportional-minimale Kern*.[1]

Der minimale Kern kann dazu benutzt werden, einen leeren Kern so zu vergrößern, dass der Kern nicht mehr leer ist. Erhebt man auf jede mögliche Koalition eine ‚Steuer' mit dem Betrag ε, so wird ab einem bestimmbaren Betrag keine Koalition mehr ein Interesse haben, die ‚große Koalition' zu verlassen.
Das Entscheidungsproblem lautet:

Zf.: $\varepsilon \overset{!}{=} min$ *(D.II.27.)*

u.d.N.: *(D.II.25.), (D.II.26.)*

$\varepsilon \geq 0$ (D.II.28.)

Enthält der Kern dagegen mehrere Auszahlungsvektoren, wie im Fall des Beispiels B.D.II.4., so lässt sich diese Menge (möglicherweise sogar bis auf einziges Element) unter Umkehrung des Entscheidungsproblems einschränken. Die ε-Werte lassen sich in diesem Fall als ‚Subvention'[2] oder ‚Bonus'[3] für die Bildung von ‚kleinen Koalitionen' interpretieren, wobei diese Subventionen niemals soweit gehen, dass die große Koalition aufgelöst wird.

Es gilt dann das Optimierungsproblem:

Zf.: $\varepsilon \overset{!}{=} min$ *(D.II.27.)*

u.d.N.: *(D.II.25.), (D.II.26.)*

$\varepsilon \leq 0$ *(D.II.29.)*

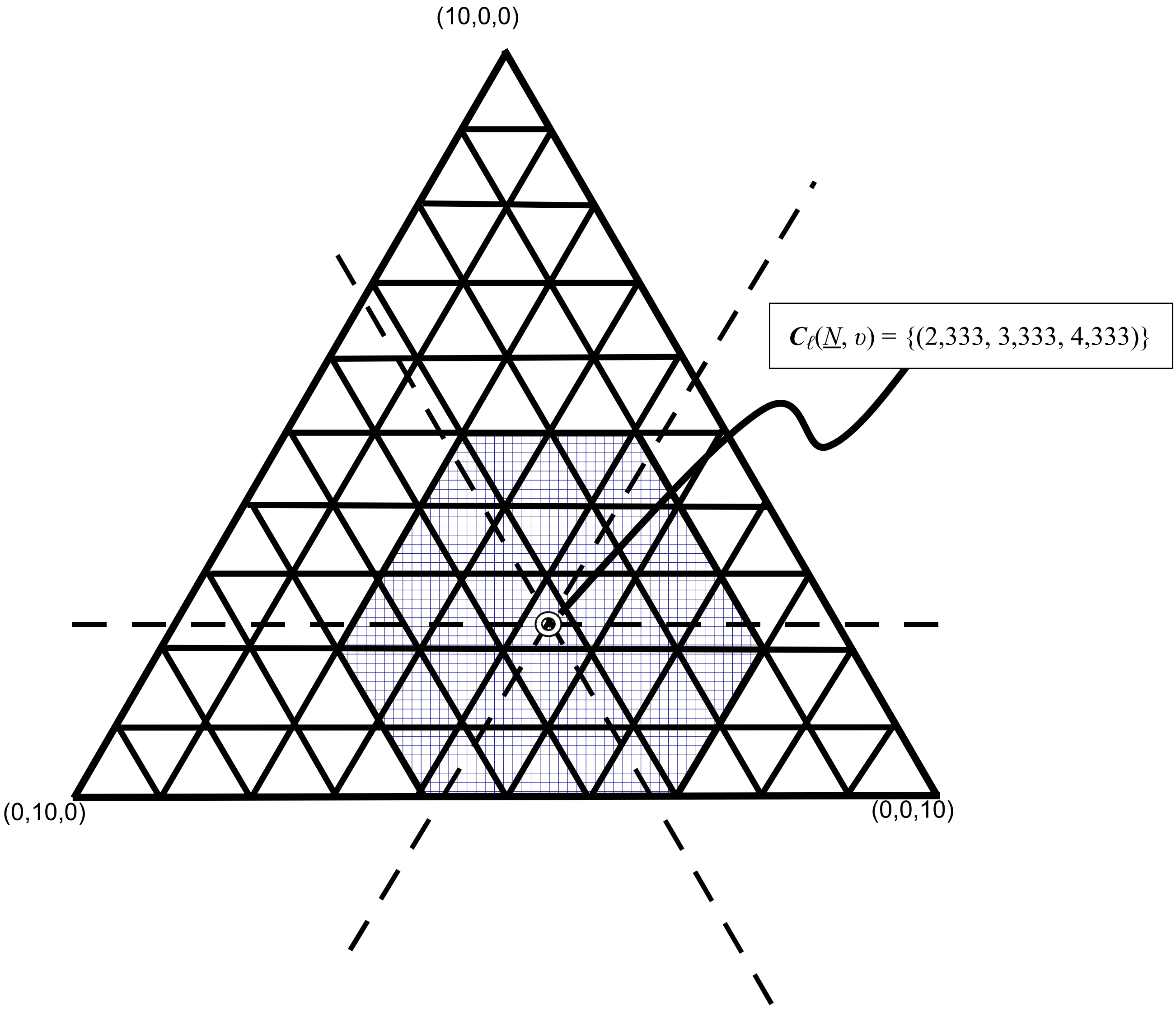
<u>*Beispiel B.D.II.6.*</u>
Im Koalitionsspiel aus Beispiel B.D.II.4. erhält man für eine Subvention in Höhe von 2,333 (ε=-2,333) einen einelementigen minimalen Kern:

$$\boldsymbol{C}_{\ell}(\underline{N}, v) = \{(2{,}333,\ 3{,}333,\ 4{,}333)\}.$$[4]

Er ist in Abbildung A.D.II.6. dargestellt.

[1] Vgl. *Shapley/Shubik (1966, 812f.)*, *Rapoport (1981, 138f.)*. Ausführlich *Maschler/Peleg/Shapley (1977).*
[2] Vgl. *Rapoport (1981, S. 137).*
[3] Vgl. *Maschler/Peleg/Shapley (1977, 9)*.
[4] Zur Berechnung siehe Anhang D.II.1.

Abbildung A.D.II.5.: Kern und minimaler ε-Kern im Beispiel



Zur Stützung des Kerns, wurden auch nichtkooperative Verhandlungsmodelle entwickelt, deren Ergebnisse die Auszahlungen des Kerns repräsentieren.[1]
Der Kern ist Teilmenge weiterer, nachfolgend nicht behandelter Mengenkonzepte. *Banzei/Dimitrov/Tijs (2005, 18)* bezeichnen diese Konzepte daher auch als „core catcher". Dazu gehören der *Lorenz-Kern*[2], *Dominanz-Kern(„d-core")*[3], der *Kern-Mantel* (*„core cover"*)[4], und die *Weber-Menge („Weber set")*[5].
Wie sich zeigen wird, ist der Kern Teilmenge eines weiteren bekannten Lösungskonzepts, nämlich der *„stable sets-solution"* von *von Neumann* und *Morgenstern (1944)*, die im Folgenden vorgestellt wird.

---

[1] Vgl. statt vieler *Perry/Reny (1994)*, *Arnold/Schwalbe (2002)* oder *Izqierdo et al. (2005)*.
[2] Nach *Dutta/Ray (1989)*.
[3] Nach *Branzei/Dimitrov/Tijs (2005)*.
[4] Nach *Tijs/Lipperts (1982)*.
[5] Nach *Weber (1988)*.

2.2.1.2. Die von Neumann/Morgenstern-Lösung

Wie auch in der Individual-Entscheidungstheorie oder der Theorie nicht-kooperativer Spiele ist der Begriff der Dominanz in Koalitionsspielen von Bedeutung. Die von *von Neumann/Morgenstern (1944)* entwickelte Lösung für Koalitionsspiele basiert auf einem Dominanzkriterium als Anforderung an die Stabilität einer Lösung. Sie ist daher auch als *„stable sets solution"* bekannt. Bereits diese Bezeichnung lässt erkennen, dass die *von Neumann/ Morgenstern*-Lösung zu den Mengenansätzen zu rechnen ist, d.h. sie generiert gewöhnlich keine eindeutige Lösung eines Koalitionsspieles, sondern eine Menge in Frage kommender Auszahlungsvektoren als Lösung des Spiels. Die Ursprünge der Lösung lassen sich auf Arbeiten *von Neumanns* Anfang der 1940er Jahre zurückverfolgen.[1] Hier wurden bereits die Bezugnahme auf die charakteristische Funktions-Form, die Definition des (in)essentiellen Spiels, die Idee der Imputationen (dort als „apportionments" bezeichnet) und die im Folgenden erörterten Kriterien der internen und externen Stabilität dargelegt.

Die Argumentation des angesprochenen Dominanzkriteriums lässt sich wie folgt beschreiben:
Betrachtet man zwei unterschiedliche Imputationen $\boldsymbol{u}',\boldsymbol{u}''\in\boldsymbol{I}(\underline{N}, v)$ eines Spieles $\Gamma(\underline{N}, v)$, so werden manche Spieler $\boldsymbol{u}'$, andere Spieler $\boldsymbol{u}''$ bevorzugen, je nachdem, ob $u_n'>u_n''$ oder ob $u_n'<u_n''$ gilt. Angenommen, diejenigen Spieler, die die Imputation $\boldsymbol{u}'$ bevorzugen, bilden eine Koalition $\underline{K}$, die die Realisation aller u_n' mit $n\in\underline{K}$ gegenüber den restlichen Spielern aus $\underline{N}\backslash\underline{K}$ durchsetzen kann, dann ergibt sich folgende Definition.

Definition D.D.II.22.[2]
Man sagt „$\boldsymbol{u}'$ dominiert $\boldsymbol{u}''$ durch $\underline{K}$" (Notation: $\boldsymbol{u}' \succ_{\underline{K}} \boldsymbol{u}''$) wenn:

$$u_n' > u_n'' \quad \text{für alle } n\in\underline{K} \qquad (D.II.30.)$$

$$\sum_{n\in\underline{K}} u_n' \leq v(\underline{K}) \qquad (D.II.21.)$$

Die Koalition $\underline{K}$, die in der Lage ist, die Auszahlungen für ihre Mitglieder gemäß dem Vektor $\boldsymbol{u}'$ durchzusetzen, wird von *von Neumann/Morgenstern* auch als *effektive Menge („effective set")* bezeichnet.

●

Die erste Forderung beschreibt die Dominanz des Auszahlungsvektors $\boldsymbol{u}'$ über $\boldsymbol{u}''$, die zweite Forderung nach dessen Realisierbarkeit.

[1] Vgl. bei *von Neumann (1940/1941a/1941b)*, zitiert bei *Leonard (1992, 53ff.)*, *Rellstab (1992b, 83)* und *Mirowski (1992, 121f.)*.
[2] Vgl. *von Neumann/Morgenstern (1944, 38)*.

<u>*Beispiel B.D.II.6.*</u>
Es gelten die Daten aus Beispiel B.D.II.2.
Betrachtet werden die Auszahlungsvektoren $\boldsymbol{u}'$=(5, 2, 3) und $\boldsymbol{u}''$=(7, 1, 2).

Der Vektor $\boldsymbol{u}'$=(5, 2, 3) dominiert $\boldsymbol{u}''$ durch $\underline{K}=\{2,3\}$, $\boldsymbol{u}' \succ_{\{2,3\}} \boldsymbol{u}''$, da

$$u_2'=2>1=u_2'',\ u_3'=3>2=u_3'' \text{ und } u_2'+u_3' = 2+3 \leq v(2,3) = 5.$$

○

Die Dominanzrelation zwischen Auszahlungsvektoren ist allerdings nicht transitiv, wie das folgende Beispiel zeigt.[1]

<u>*Beispiel B.D.II.7.*</u>
Betrachten wir unter Rückgriff auf die Daten des Beispiel B.D.II.5. eine Koalition aus den Spielern $\underline{N}=\{1,2,3\}$

$$v(\emptyset) = 0$$
$$v(1) = 0,\ v(2) = 0,\ v(3) = 0,$$
$$v(1,2) = 10,\ v(1,3) = 10,\ v(2,3) = 10$$
$$v(1,2,3) = 10$$

Im Vergleich der Auszahlungsvektoren

$$\boldsymbol{u}'=(5, 5, 0),\ \boldsymbol{u}''=(6, 0, 4) \text{ und } \boldsymbol{u}'''=(0, 3, 7)$$

gelten die Dominanzrelationen:

$$\boldsymbol{u}'' \succ_{\{1,3\}} \boldsymbol{u}',\ \boldsymbol{u}''' \succ_{\{2,3\}} \boldsymbol{u}'',\ \boldsymbol{u}' \succ_{\{1,2\}} \boldsymbol{u}'''$$

○

Daneben können sich Auszahlungsvektoren auch wechselseitig dominieren.

<u>*Beispiel B.D.II.8.*</u>
In einem 4-Personen-Spiel mit

$$v(1,2) = 10,\ v(3,4) = 10$$

(andere Koalitionswerte seien ausgeblendet)

gelten für die Auszahlungsvektoren

$$\boldsymbol{u}'=(6, 4, 0, 0),\ \boldsymbol{u}''=(0, 0, 3, 7)$$

die Dominanzrelationen

$$\boldsymbol{u}'' \succ_{\{3,4\}} \boldsymbol{u}',\ \boldsymbol{u}' \succ_{\{1,2\}} \boldsymbol{u}''$$

○

[1] Vgl. ausführlich bei *Rapoport (1970, 28-30 und 93-95)*.

Aufbauend auf dem Dominanzbegriff definieren *von Neumann/Morgenstern (1944, 40)* folgende Lösung eines Koalitionsspieles:

Definition D.D.II.23.
Eine Menge von Imputationen $\boldsymbol{S}(\underline{N}, v) \subseteq \boldsymbol{I}(\underline{N}, v)$ ist eine *Stabile Menge*, wenn

1) keine Imputation aus $\boldsymbol{S}(\underline{N}, v)$ eine andere Imputation aus $\boldsymbol{S}(\underline{N}, v)$ dominiert (Forderung der *internen Stabilität*):
$\nexists\ \boldsymbol{u}', \boldsymbol{u}'' \in \boldsymbol{S}(\underline{N}, v)$: $\quad \boldsymbol{u}'' \succ_{\underline{K}} \boldsymbol{u}'$ für alle $\underline{K} \subset \underline{N}$ *(D.II.31.)*

2) jede Imputation, die nicht zu $\boldsymbol{S}(\underline{N}, v)$ gehört, von (mindestens) einer Imputation aus $\boldsymbol{S}(\underline{N}, v)$ dominiert wird
(Forderung der *externen Stabilität*):
$\exists\ \boldsymbol{u}'' \in \boldsymbol{S}(\underline{N}, v)$: $\quad \boldsymbol{u}'' \succ_{\underline{K}} \boldsymbol{u}'$ mit $\underline{K} \subset \underline{N}$, für alle $\boldsymbol{u}' \in \boldsymbol{I}(\underline{N}, v) \backslash \boldsymbol{S}(\underline{N}, v)$ *(D.II.32.)*

●

Von Neumann/Morgenstern (1944, 41) sahen in diesen Bedingungen einen „*‚standard of behavior‘* connected with a social organization“.
Wie bereits zuvor erwähnt, waren beide Verfasser der Argumentation über soziale Gerechtigkeitsnormen sehr aufgeschlossen, was auch die ausführlichen Diskussionen in der „Theory of Games and Economic Behavior“ belegen.[1] *Schotter (1992, 104)* merkt dazu an: „(…) although the book was entiteled ‚The Theory of Games and Economic Behavior‘, it was clearly conceived as a general theory for all social science.“ Dafür sprechen auch diverse Titelvorschläge *Morgensterns*. So schlug *Morgenstern* am 04. Dezember 1942 den Titel „Theory of Games – and its Application to Economics and Sociology“ für die Veröffentlichung vor.[2]
Auch *Shubik (1992, 155)* hebt diesen oft unterschlagenen Aspekt hervor:
„The von Neumann-Morgenstern stable-set solution is a sophisticated and sociologically oriented concept of stability.“

Folgendes Beispiel möge die Idee der Stabilen Mengen verdeutlichen.

Beispiel B.D.II.9.
Es gelten die Angaben aus Beispiel B.D.II.7.
Der Kern des Spiels ist leer:

$$\boldsymbol{C}(\underline{N}, v) = \varnothing$$

[1] Vgl. beispielsweise die Kapitel „Standards of Behavior“ (S. 40-43) oder „Groups, Symmetry and Fairness“ (S. 255-260).
[2] Vgl. *Rellstab (1992b, 87)*.

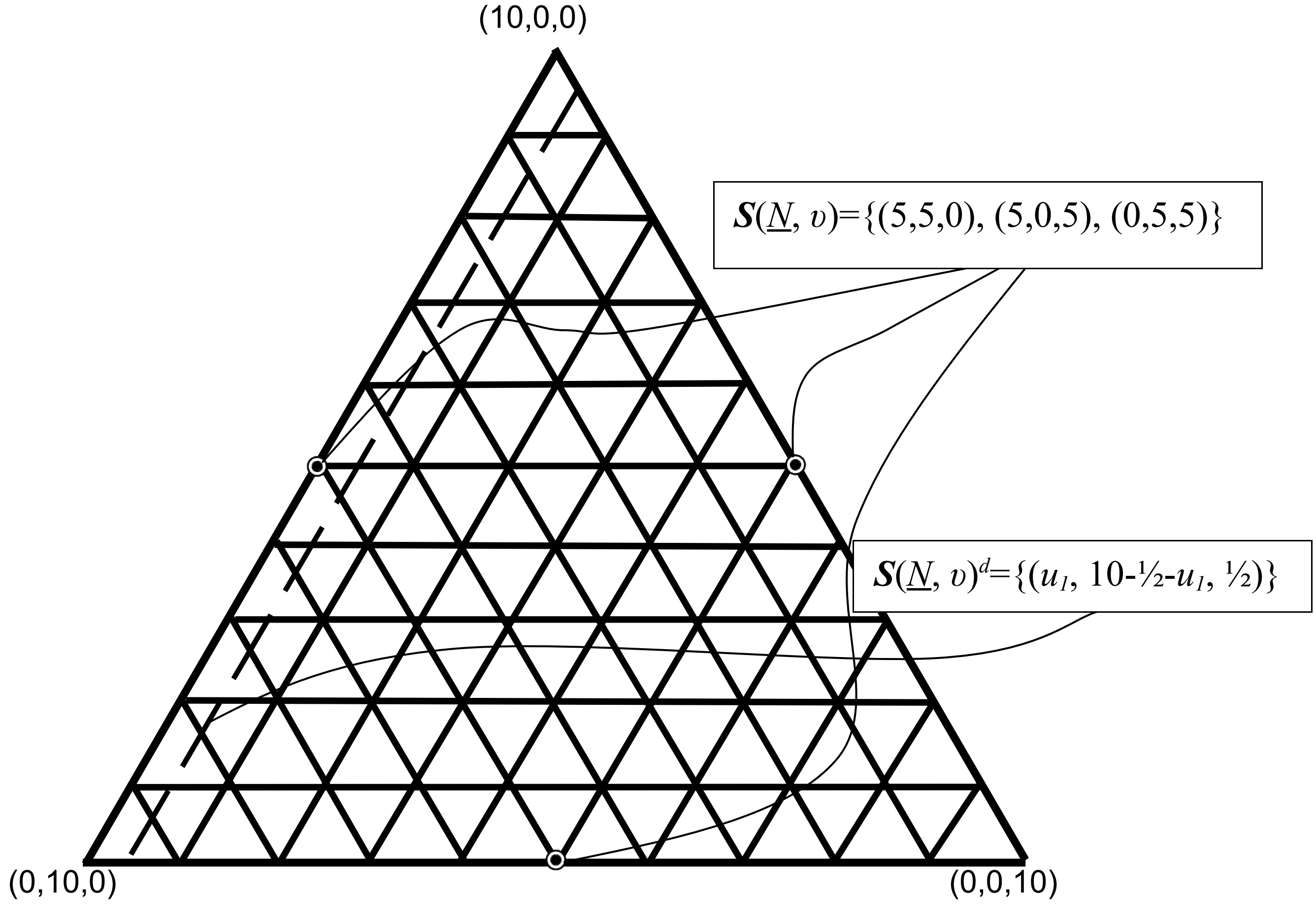
Eine Stabile Menge lautet dagegen (siehe auch Abbildung A.D.II.6.):

$$\boldsymbol{S}(\underline{N}, \upsilon)=\{(5,5,0), (5,0,5), (0,5,5)\}$$

Weitere Stabile Mengen sind sog. „diskriminierende Lösungen“[1].
Zwei der Spieler (z.B. $n=1$ und $n=2$) erklären den dritten Spieler ($n=3$) für „tabu“, weisen ihm einen Auszahlungsbetrag zu (z.B. $u_3^d=½$) und teilen den Rest (10-½) untereinander auf:

$$\boldsymbol{S}(\underline{N}, \upsilon)^d=\{(u_1, 10\text{-}½\text{-}u_1, ½)\}$$

Abbildung A.D.II.6.: Stabile Mengen (von Neumann/Morgenstern-Lösungen) im Beispiel



Durch die Wahl einer entsprechenden diskriminierenden Lösung kann im Beispiel jede Imputation Teil einer stabilen Menge sein.[2]

○

[1] Siehe von *Neumann/Morgenstern (1944, 288ff.)*.
[2] Ausführliche Beispiele finden sich bei *von Neumann/Morgenstern (1944, 282-288)*, *Rapoport (1970, 99-105)*, *Holler (1992, 128-130) Owen (1995, 234-260)*.

Verglichen mit dem Konzept des Kerns stellt dieser einen höheren Anspruch an die Stabilität einer Lösung.[1] Dies liegt darin begründet, dass die *von Neumann/Morgenstern*-Lösung zwar fordert, dass die Auszahlungsvektoren in einer stabilen Mengen nicht von den anderen zur stabilen Menge gehörenden Auszahlungsvektoren dominiert werden dürfen, jedoch nicht ausschließt, dass ein außerhalb einer stabilen Menge liegender Auszahlungsvektor, einen innerhalb der stabilen Menge liegenden Auszahlungsvektor dominiert.

Beispiel B.D.II.10.
Ausgehend von obigem Beispiel B.D.II.8. zur Illustration wechselseitiger Dominanz ist es aufgrund der Definition einer stabilen Menge durchaus denkbar, dass die Auszahlungskombination z.B. $\boldsymbol{u}'$=(6, 4, 0, 0) zu einer stabilen Menge gehört, d.h. sie wird von keiner anderen Auszahlungskombination aus dieser stabilen Menge dominiert, der Auszahlungsvektor $\boldsymbol{u}''$=(0, 0, 3, 7) jedoch nicht, obwohl wechselseitige Dominanz vorliegt. Der Vektor $\boldsymbol{u}'$ könnte daher nicht Element des Kerns sein.

○

Daher ist der Kern auch stets eine Teilmenge der stabilen Menge, d.h. alle Imputationen die im Kern eines Spiels liegen, liegen auch in der stabilen Menge.[2]

$$\boldsymbol{C}(\underline{N}, v) \subseteq \boldsymbol{S}(\underline{N}, v) \quad \text{für alle } \Gamma(\underline{N}, v) \in \vartheta. \qquad (D.II.33.).$$

Dies lässt sich wie folgt begründen:
Die beiden Forderungen (D.II.23.) und (D.II.12.) der Definition D.D.II.20. des Kerns implizieren (a) die Zugehörigkeit der Auszahlungen zur Menge der Imputationen und (b) die Eigenschaft der Nichtdominiertheit der Auszahlungen im Sinne *von Neumanns* und *Morgensterns* (Definition D.D.II.22.).
Der Kern kann daher als die Menge der nichtdominierten Imputationen beschrieben werden:[3]

(a) Für alle $\underline{K}$ mit $\#(\underline{K})=1$ gilt aufgrund (D.II.23.):

$$u_n \geq v(\{n\}) \qquad \text{für alle } n \in \underline{N} \qquad (D.II.14.)$$

Dies entspricht in Verbindung mit (D.II.12.) der Definition D.D.II.15. einer Imputation.

[1] Vgl. *Rapoport (1970, 96)*: „The core has a much stronger claim on stability than a von Neumann-Morgenstern solution." oder *Intrilligator (1971, 127)*: „A stronger criterion of dominance among imputations is the core."
[2] Zum Beweis vgl. *Branzei/Dimitrov/Tijs (2005, 17),* auch *Colman (1982, 148).*
[3] Vgl. *Gillies (1959, 47f.).*

(b) Sei angenommen $\boldsymbol{u}'' \in \boldsymbol{C}(\underline{N}, v)$ ($\boldsymbol{u}''$ erfüllt also (D.II.23.) und (D.II.12.)) und es gelte für den Vektor $\boldsymbol{u}'$ und eine Koalition $\underline{K}$, dass $u_n' > u_n''$ für alle $n \in \underline{K}$.

Damit müsste die Dominanzrelation bestehen: $\boldsymbol{u}' \succ_{\underline{K}} \boldsymbol{u}''$.

Aus der Bedingung (D.II.23.) des Kerns folgt damit: $\sum_{n \in \underline{K}} u'_n > v(\underline{K})$.

Dieses Ergebnis kann jedoch nicht von $\underline{K}$ realisiert werden und widerspricht damit der zweiten Forderung (D.II.19.) der Dominanz.

Daher kann keine Imputation existieren, die einen Auszahlungsvektor im Kern im Sinne *von Neumann*s und *Morgenstern*s dominiert. Dennoch können der Kern und die *von Neumann/Morgenstern*-Lösung identisch sein, wie beispielsweise für die Kontraktkurve in der *Edgeworth*-Box.[1]

Ähnlich wie der Kern weist die *von Neumann/Morgenstern*-Lösung das Problem einer möglichen Nichtexistenz auf.
Erstaunlicherweise erbrachten *von Neumann/Morgenstern* keinen Beweis einer Existenz ihrer Lösung. Ob sie sich dieser Problematik bewusst waren, muss Spekulation bleiben, jedoch findet sich der Hinweis: „If it should turn out that our requirements concerning a solution *S* are, in any special case, unfulfillable,- this would certainly necessitate a fundamental change in the theory."[2] *Shubik (1992, 155)* berichtet, dass in Princeton die Meinung vorherrschte, dass wenn *von Neumann* die Existenz einer Stabilen Menge in allen Koalitionsspielen vermutete, dem wohl auch so sein werde. *Shapley* und *Gillies* arbeiteten an einem solchen Beweis bzw. an der Konstruktion von Gegenbeispielen, konnten jedoch weder das eine noch das andere erbringen.[3] Die aufgrund eines fehlenden Beweises über die Existenz einer stabilen Menge lange Zeit verbreitete Annahme, die stabile Menge sei - anders als der Kern - niemals nichtleer, konnte von *Lucas (1968)* anhand eines 10-Personen-Koalitionsspiels widerlegt werden.

Dass ihre Lösung eine Vielzahl von möglichen Aufteilungsergebnissen zulässt und damit zu Mengenkonzepten zählt, wurde von *von Neumann* und *Morgenstern* eher als Stärke denn als Schwäche des Konzepts gesehen. Laut *Shubik (1992, 155)* entsprach die Tatsache, dass die Stabile Menge häufig eine Vielzahl von Imputationen als Lösung zulässt, sogar noch mehr der Vorstellung *von Neumanns* als der des „Juniorpartners"[4] *Morgensterns* von einer kooperativen Lösung für *N*-Personen-Spiele. Die Idee einer eindeutigen Lösung für kooperative

[1] Vgl. *Shapley/Shubik (1966, 805)*, *Shubik (1992, 156)*.
[2] Siehe *von Neumann/Morgenstern (1944, 42)*.
[3] Vgl. *Shubik (1992, 155)*.
[4] Siehe *Schotter (1992, 96)*.

N-Personen-Spiele empfand *von Neumann* als „premature". Dies korrespondiert mit der Stellungnahme *Morgensterns (1965, 459)*, der gerade in der Offenheit der Lösung einen Vorteil sah, da gesellschaftliche Prozesse gerade durch eine solche Indeterminiertheit ihrer Ergebnisse gekennzeichnet seien.[1]

Der vergleichsweise hohe Ermittlungsaufwand der *von Neumann/ Morgenstern*-Lösung kann als weiterer Grund (neben dem geringeren Stabilitätserfordernis) angeführt werden, warum sie wesentlich seltener als der Kern auf Verteilungsprobleme angewendet wird.[2] Sie kann dennoch als zusätzlich Stützung von Auszahlungsvektoren im Kern herangezogen werden, da diese aufgrund der Inklusion des Kerns durch die Stabilen Mengen eines Verhandlungsspiels sowohl den Stabilitätserfordernissen des Kerns als auch den Stabilitätserfordernissen nach *von Neumann/Morgenstern* genügen.

2.2.1.3. Die Aumann/Maschler-Lösung

Das Konzept der *Verhandlungsmenge* (*„bargaining Set"*) wurde von *Robert Aumann* und *Michael Maschler* 1964 vorgestellt. Es unterscheidet sich in seiner Argumentationsweise und hinsichtlich der Stabilitätserfordernisse von den beiden bereits vorgestellten Lösungskonzepten.

Ziel von *Aumann/Maschler* war es, Elemente des Verhandlungsprozesses über die Aufteilung von Koalitionsgewinne in ihre Auffassung von der Stabilität einer Lösung von *N*-Personen-Koalitionensspielen zu integrieren:

> „Thus, a negotiation quite often takes the form of a sequence of ‚threats' and ‚counterthreats', or ‚objections' against ‚counterobjections'. It is this principle that we shall try to formulate mathematically."[3]

Grundlegend für die Argumentation ist der Begriff der ‚Auszahlungskonfiguration'.

---

[1] Siehe auch die Aussage bei *Schotter (1992, 107)*: „(…) the extent to which refinements focus on choosing a unique outcome for each game is the extent to which that program is inconsistent with the world view expressed in *The Theory*. For Morgenstern indeterminacy was not something to run from but rather to embrace. The world is uncertain and social situations interesting only because they contain indeterminacies that many physical situations do not."

[2] Vgl. *Riker (1992, 219)*.

[3] Siehe *Aumann/Maschler (1964, 446.)*.

<u>*Definition D.D.II.24.*</u>[1]
Eine *Auszahlungskonfiguration* (*„payoff configuration“*) ($\boldsymbol{u}$; $\mathcal{K}$) sei wie folgt definiert:

$$(\boldsymbol{u}; \mathcal{K}) := (u_1, u_2, \ldots, u_n, \ldots, u_N; \underline{K}_1, \underline{K}_2, \ldots, \underline{K}_k, \ldots, \underline{K}_K), \qquad (D.II.34.).$$

$\mathcal{K}$ ist eine *Koalitionsstruktur*, eine K-elementige Partition der Menge der Spieler aus $\underline{N}$ darstellt, d.h. die Koalitionen $\underline{K}_k$ sind disjunkt und jeder Spieler aus $\underline{N}$ ist in genau einer Koalition $\underline{K}$ vertreten:[2]

$$\underline{K}_{k'} \cap \underline{K}_{k''} = \varnothing \quad \text{für alle } k',k'' \in \mathcal{K},\ k' \neq k'' \qquad (D.II.35.),$$

$$\bigcup_{k=1}^{K} \underline{K}_k = \underline{N} \qquad (D.II.36.).$$

●

Zudem wird unterstellt, dass der Wert $v(\underline{K}_k)$ einer Koalition vollständig unter ihren Mitgliedern verteilt wird:

$$\sum_{n \in \underline{K}_k} u_n = v(\underline{K}_k) \quad \text{für alle } k \in \mathcal{K} \qquad (D.II.37.).$$

Letztlich wird angenommen, dass eine Auszahlungskonfiguration ($\boldsymbol{u}$; $\mathcal{K}$) koalitionsrational ist, also dass in $\mathcal{K}$ keine Koalitionen Berücksichtigung finden, von denen ein Teil ihrer Mitglieder bei Verlassen der Koalition eine höhere Auszahlungssumme erzielen kann:

$$\sum_{n \in \underline{K}} u_n \geq v(\underline{K}) \quad \text{für alle } \underline{K} \subset \underline{K}_k,\ k \in \mathcal{K} \qquad (D.II.38.).$$

Des Weiteren werden die ‚Partner‘ einer Koalition definiert.

<u>*Definition D.D.II.25.*</u>[3]
Ein Spieler $n \in \underline{N}$ ist *Partner der Koalition* $\underline{K}$ *in einer Auszahlungskonfiguration* ($\boldsymbol{u}$; $\mathcal{K}$), wenn er Mitglied einer Koalition aus $\mathcal{K}$ ist, die $\underline{K}$ schneidet.
Die Menge $\boldsymbol{P}(\underline{K}; (\boldsymbol{u}; \mathcal{K}))$, ist die Menge aller Partner der Koalition $\underline{K}$ in der Auszahlungskonfiguration ($\boldsymbol{u}$; $\mathcal{K}$):

$$\boldsymbol{P}(\underline{K}; (\boldsymbol{u}; \mathcal{K})) := \{n \mid n \in \underline{K}_k,\ \underline{K}_k \cap \underline{K} \neq \varnothing\} \qquad (D.II.39.).$$

●

[1] Vgl. *Aumann/Maschler (1964, S. 444f.).*
[2] Man vergleiche hierzu auch die Ausführungen zu Beginn des Kapitels C.I.1.
[3] Nach *Aumann/Maschler (1964, 448).*

Nach dieser Definition gilt stets $\underline{K} \subset \boldsymbol{P}(\underline{K}; (\boldsymbol{u}; K))$, d.h. jedes Mitglied der Koalition $\underline{K}$ ist zugleich Partner der Koalition $\underline{K}$.

<u>*Beispiel B.D.II.11.*</u>
Sei $\underline{K}=\{1,2\}$ und $K=\{\{1\}, \{2,3\}, \{4\}\}$, so ist

$$\boldsymbol{P}(\{1,2\}; (\boldsymbol{u}; \{\{1\}, \{2,3\}, \{4\}\})) = \{1,2,3\}$$

○

Wie bereits angedeutet, verwenden *Aumann/Maschler (1964, 448ff.)* als Stabilitätskriterien an eine Lösung von N-Personen-Spielen die *Einwände („objection“)* und *Gegeneinwände* (*„counterobjection“,* Einwand gegen einen Einwand), die Koalition gegen Auszahlungskonfigurationen erheben können.
Diese beiden zentralen Begriffe sind wie folgt definiert.

<u>*Definition D.D.II.26.*</u>[1]
Seien $\underline{K}'$ und $\underline{K}''$ nichtleere disjunkte Teilmengen einer Koalition $\underline{K}_k$ aus K' der Auszahlungskonfiguration $(\boldsymbol{u}'; K')$ mit der Eigenschaft

$$\boldsymbol{P}(\underline{K}''; (\boldsymbol{u}''; K'')) \cap \underline{K}' = \emptyset \qquad \textit{(D.II.40.).}$$

Ein *Einwand der Koalition $\underline{K}''$ gegen die Koalition $\underline{K}'$ in* $(\boldsymbol{u}'; K')$ ist eine koalitionsrationale Auszahlungskonfiguration $(\boldsymbol{u}''; K'')$, für die gilt:

$$u_n'' > u_n' \quad \text{für alle } \underline{n} \in \underline{K}'' \qquad \textit{(D.II.41.),}$$

$$u_n'' \geq u_n' \quad \text{für alle } n \in \boldsymbol{P}(\underline{K}''; (\boldsymbol{u}''; K'')) \qquad \textit{(D.II.42.).}$$

●

Ein Einwand, den eine Koalition $\underline{K}''$ gegen eine Koalition $\underline{K}'$ in der Auszahlungskonfiguration $(\boldsymbol{u}'; K')$ erheben kann, liegt dann vor, wenn die Mitglieder der Koalition $\underline{K}''$ in einer anderen Auszahlungskonfiguration $(\boldsymbol{u}''; K'')$ ohne die Mitwirkung der Mitglieder der Koalition $\underline{K}'$ *(D.II.40.)* eine höhere Auszahlung erhalten können *(D.II.41.)* und ihre neuen Partner zumindest keine geringer Auszahlung erhalten als in der Auszahlungskonfiguration $(\boldsymbol{u}'; K')$ *(D.II.42.).*
Gemäß der Idee von *Aumann/Maschler* haben solche Einwände gegen die Auszahlungskonfigurationen nur dann Bestand, wenn ihnen kein begründeter Gegeneinwand entgegensteht. Ein Gegeneinwand ist dann begründet, wenn er der folgenden Definition genügt:

---

[1] Nach *Aumann/Maschler (1964, 448.).*

<u>*Definition D.D.II.27.*</u>[1]
Sei $\boldsymbol{P}(\underline{K}'; (\boldsymbol{u}'''; \mathcal{K}'''))$ eine Partnermenge von $\underline{K}'$ mit der Eigenschaft

$$\underline{K}'' \not\subset \boldsymbol{P}(\underline{K}'; (\boldsymbol{u}'''; \mathcal{K}''')) \qquad \textit{(D.II.43.).}$$

Ein *Gegeneinwand der Koalition* $\underline{K}'$ *gegen die Koalition* $\underline{K}''$ ist eine koalitionsrationale Auszahlungskonfiguration $(\boldsymbol{u}'''; \mathcal{K}''')$, für die gilt:

$$u_n''' \geq u_n' \quad \text{für alle } n \in \boldsymbol{P}(\underline{K}'; (\boldsymbol{u}'''; \mathcal{K}''')) \qquad \textit{(D.II.44.),}$$

$$u_n''' \geq u_n'' \quad \text{für alle } n \in \boldsymbol{P}(\underline{K}'; (\boldsymbol{u}'''; \mathcal{K}''')) \cap \boldsymbol{P}(\underline{K}''; (\boldsymbol{u}''; \mathcal{K}'')) \quad \textit{(D.II.45.).}$$

●

Ein Gegeneinwand liegt demnach vor, wenn die Spieler der Koalition $\underline{K}'$ und ihre Partner in einer Auszahlungskonfiguration $(\boldsymbol{u}'''; \mathcal{K}''')$ einen mindestens so hohen Nutzen erzielen wie in der ursprünglichen Auszahlungskonfiguration $(\boldsymbol{u}'; \mathcal{K}')$ (D.II.44). Sollte die Koalition $\underline{K}'$ einige, aber nicht alle Mitglieder der Koalition $\underline{K}''$ als Partner zur Realisierung ihres Gegeneinwandes (D.II.43.) gewinnen, so dürfen diese Mitglieder von $\underline{K}''$ sowie ihre Partner nicht schlechter gestellt werden als bei ihrem Einwand (D.II.45.).

Die Quintessenz dieser Überlegungen von *Aumann/Maschler* ist folgende:[2]
Eine koalitionsrationale Auszahlungskonfiguration $(\boldsymbol{u}; \mathcal{K})$ ist *stabil*, wenn für jeden Einwand einer Koalition $\underline{K}''$ gegen eine Koalition $\underline{K}'$ in $(\boldsymbol{u}'; \mathcal{K}')$ ein Gegeneinwand von $\underline{K}'$ gegen $\underline{K}''$ existiert.

<u>*Definition D.D.II.28.*</u>[3]
Die *Verhandlungsmenge* (*„bargaining set"*) $\boldsymbol{V}(\underline{N}, v)$ eine Koalitionsspieles $\Gamma(\underline{N}, v)$ ist die Menge aller im folgenden Sinne ‚stabilen' koalitionsrationalen Auszahlungskonfigurationen.

$$\boldsymbol{V}(\underline{N}, v) := \left\{ \boldsymbol{u} \in \boldsymbol{I}(\underline{N}, v) \left| \begin{array}{l} \text{für alle } n', n'' \in \underline{N} \text{ und } n' \neq n'' \text{ kann jeder Einwand} \\ \text{des } n' \text{ gegen den Vorschlag } \boldsymbol{u} \text{ des } n'' \text{ durch einen} \\ \text{Gegeneinwand gegen den } n' \text{ entkräftet werden} \end{array} \right. \right\} \quad \textit{(D.II.46.)}$$

●

Dies lässt sich gut an einem Verhandlungsspiel mit etwas ungewöhnlicher charakteristischer Funktion verdeutlichen.[4]

[1] Nach *Aumann/Maschler (1964, 449).*
[2] Vgl. *Aumann/Maschler (1964, 449f).*
[3] Formulierung in Anlehnung an *Güth (1999, 230).*
[4] Vgl. ausführlich auch die zahlreichen Beispiele bei *Aumann/Maschler (1964, 451ff.).*

Beispiel B.D.II.12.
Gegeben sei ein Drei-Personen-Spiel $\Gamma(\underline{N}, v)$ mit $\underline{N}=\{1,2,3\}$ und

$$v(1) = v(2) = v(3) = v(1,2,3) = 0$$
$$v(1,2) = v(1,3) = 100,\ v(2,3) = 50$$

Betrachtet man exemplarisch die Auszahlungskonfiguration

$$(\boldsymbol{u}'; K') = (80, 20, 0; \{1,2\}, \{3\}),$$

so ist diese nicht stabil:
Die Einerkoalition $\underline{K}''=\{2\}$ hat gegen die Einerkoalition $\underline{K}'=\{1\}$[1] einen Einwand

$$(\boldsymbol{u}''; K'') = (0, 21, 29; \{1\}, \{2,3\}).$$

Die Bedingungen (D.II.40.), (D.II.41.) und (D.II.42.) sind mit

$\boldsymbol{P}(\{2\}; (\boldsymbol{u}''; K'')) = \{2,3\}$ gemäß Definition D.D.II.24.
$\underline{K}_1''=\{1\}$ und damit $\boldsymbol{P}(\{2\}; (\boldsymbol{u}''; K'')) \cap \underline{K}_1'' = \varnothing$[2]

sowie

$$21 = u_2'' > u_2' = 20$$
$$29 = u_3'' > u_3' = 0$$

erfüllt.
Spieler *1* kann gegen diesen Einwand keinen Gegeneinwand erheben, mit dem er Spieler *3* eine Auszahlung von mindestens 29 garantieren und sich selbst gleichzeitig eine Auszahlung von 80 sichern kann.

Die Auszahlungskonfiguration (75, 25, 0; $\{1,2\}, \{3\}$) ist dagegen stabil.
So kann der Einwand des Spielers *2*

$$(0, 26, 24; \{1\}, \{2,3\})$$
$$(\underline{K}''=\{2\}, \underline{K}'=\{1\}, \boldsymbol{P}(\{2\}; (\boldsymbol{u}''; K''))=\{2,3\})$$

durch den Gegeneinwand des Spielers *1*

$$(\boldsymbol{u}'''; K''')=(75, 0, 25; \{1,3\}, \{2\})$$

zurückgewiesen werden.

Die Bedingungen (D.II.43.), (D.II.44.) und (D.II.45.) sind mit

$$\{2\}=\underline{K}'' \not\subset \boldsymbol{P}(\underline{K}'; (\boldsymbol{u}'''; K'''))=\{1,3\},$$
$$\boldsymbol{P}(\underline{K}'; (\boldsymbol{u}'''; K'''))\cap\boldsymbol{P}(\underline{K}''; (\boldsymbol{u}''; K''))=\{1,3\}\cap\{2,3\} = \{3\}$$

sowie

$$75 = u_1''' \geq u_1' = 75 \text{ (D.II.44.)}$$
$$25 = u_3''' \geq u_3' = 0 \text{ (D.II.44.)}$$
$$25 = u_3''' \geq u_3'' = 24 \text{ (D.II.45.)}$$

erfüllt.

[1] Es handelt sich, wie in der Definition eines Einwandes gefordert, um disjunkte Teilmengen der Koalition $\underline{K}_1'=\{1,2\}\in K'$.
[2] $(\{2,3\} \cap \{1\} = \varnothing)$

Gleichzeitig könnte der Einwand der Koalition $\underline{K}''=\{2\}$ gegen die Koalition $\underline{K}'=\{1\}$ in $(\boldsymbol{u}'; K')$ mit

$$(\boldsymbol{u}''; K'')=(76, 0, 24; \{1,3\}, \{2\})$$

durch den Gegeneinwand von Spieler *2* gegen Spieler *1* mit der Auszahlungs-konfiguration

$$(\boldsymbol{u}'''; K''')=(0, 25, 25; \{1\}, \{2,3\})$$

zurückgewiesen werden.

Jeder Gegeneinwand in diesem Beispiel genügt der Idee von *Aumann/Maschler*, dass der durch den Einwand bedrohte Spieler seine Auszahlung an der stabilen Auszahlungskonfiguration sichert und gleichzeitig seinem Partner zumindest die Auszahlung garantiert, die er in der Auszahlungskonfiguration des Einwandes erhalten hätte.

Insgesamt enthält die Verhandlungsmenge $\boldsymbol{V}$ dieses Spiels die vier im Sinne von *Aumann/Maschler* stabile Auszahlungskonfigurationen

$$\begin{gathered}(0, 0, 0; \{1\}, \{2\}, \{3\}),\\ (75, 25, 0; \{1,2\}, \{3\}),\\ (75, 0, 25; \{1,3\}, \{2\})\\ (0, 25, 25; \{1\}, \{2,3\}).\end{gathered}$$

Man beachte, dass der Kern, also die Menge der nichtdominierten Imputationen, dieses Koalitionsspiels leer ist. Es existiert also kein Auszahlungsvektor $\boldsymbol{u}$ der die Bedingungen

$$\begin{gathered}u_1 + u_2 \geq 100\\ u_1 + u_3 \geq 100\\ u_2 + u_3 \geq 50\end{gathered}$$

erfüllt.

○

Diese letzte Beobachtung des Beispiels korrespondiert mit zwei allgemeinen Aussagen über das Konzept der Verhandlungsmenge:

1) Wie *Davis/Maschler (1967, 47)* und *Peleg (1967, 54f.)* zeigen, ist die Verhandlungsmenge nie leer, sie enthält also stets mindestens eine stabile Auszahlungskonfiguration

$$\boldsymbol{V}(\underline{N}, v) \neq \emptyset \quad \text{für alle } \Gamma(\underline{N}, v) \in \vartheta \qquad (D.II.47.)$$

2) Der Kern ist stets Teilmenge der Verhandlungsmenge, d.h. alle Elemente des Kerns sind auch Element der Verhandlungsmenge, aber nicht umgekehrt:[1]

$$\boldsymbol{C}(\underline{N}, v) \subseteq \boldsymbol{V}(\underline{N}, v) \quad \text{für alle } \Gamma(\underline{N}, v) \in \vartheta \qquad (D.II.48.)$$

[1] Vgl. bei *Schmeidler (1969, 1163f.)*, *Maschler/Peleg/Shapley (1972, 92)*

Dies liegt darin begründet, dass der Kern sämtliche Einwände berücksichtigt, also dominierte Auszahlungen verwirft, ohne mögliche Gegeneinwände zu berücksichtigen, während die Verhandlungsmenge nur solche Einwände gelten lässt, gegen die kein Gegeneinwand erhoben werden kann.
Für konvexe Spiele sind der Kern und die Verhandlungsmenge identisch.[1]

Eine ausführliche Diskussion der *Aumann/Maschler*-Lösung findet sich bei *Davis (1993, 175-184)*. In der Literatur werden zahlreiche Varianten der Verhandlungsmenge diskutiert. Eine Übersicht findet sich u.a. bei *Owen (1995, 315ff.)* oder *Maschler (1992, 597f.)*.
Wie *Güth (1999, 230)* in seiner Kritik am Konzept der Verhandlungsmenge u.E. treffend anmerkt, stellt die Verhandlungsmenge im Grunde genommen den Beginn einer unendlichen Vielzahl von Lösungskonzepten dar, die durch die Länge der möglichen „Verwerfungsketten" charakterisiert sind. So ließe sich ein Lösungskonzept formulieren, das beispielsweise einen „Gegengegeneinwand" zulässt, etc..

Die Verhandlungsmenge existiert nicht nur in zahlreichen Varianten, sie war auch Ausgangspunkt zweier weiterer Lösungskonzepte: des „Kernels" und des „Nucleolus'".[2] Während der Kernel (er wird im nächsten Kapitel vorgestellt) zu den Mengenkonzepten zählt, generiert der Nucleolus eindeutige Aufteilungen und zählt damit zu den Wertansätzen (siehe Kapitel 2.2.2.5.).

2.2.1.4. Der Kernel

Der *„Kernel"* wurde 1965 von *Davis/Maschler* vorgestellt. Er stellt eine Weiterentwicklung der Verhandlungsmenge von *Aumann/Maschler* insofern dar, als der Kernel eines Verhandlungsspiels höhere Stabilitätserfordernisse erfüllt und damit stets eine Teilmenge der Verhandlungsmenge ist:[3]

$$\boldsymbol{K}(\underline{N}, \upsilon)\subseteq \boldsymbol{V}(\underline{N}, \upsilon) \quad \text{für alle } \Gamma(\underline{N}, \upsilon)\in \vartheta \qquad (D.II.49.).$$

Grundlage der Überlegungen ist auch hier die in Definition D.D.II.24. eingeführte *Auszahlungskonfiguration*.

$$(\boldsymbol{u}; K)=(u_1, u_2, \ldots , u_n, \ldots , u_N; \underline{K}_1, \underline{K}_2, \ldots , \underline{K}_k, \ldots , \underline{K}_K) \qquad (D.II.34.).$$

---

[1] Zum Beweis vgl. *Maschler/Peleg/Shapley (1972, 92)*, *Driessen (1988, 36)*.
[2] Siehe *Maschler/Peleg/Shapley (1972, 1)*: „The kernel and the nucleolus of a cooperative game with side payments were originally regarded as auxiliary solution concepts whose main task was to illuminate the porperties of the bargaining set."
[3] Vgl. *Davis/Maschler (1965, 223)*.

Es wird nun angenommen, dass sich mehrere Spieler aus unterschiedlichen Koalitionen $\underline{K}_k \in K$ zu einer neuen Koalition $\underline{K}$ zusammenschließen können. *Davis/ Maschler (1965, 225)* definieren vor diesem Hintergrund den Begriff des ‚Überschusses'.

<u>Definition D.D.II.29.</u>
Der *Überschuss einer Koalition $\underline{K}$ in Bezug auf* ($\boldsymbol{u}$; K) (*„excess of $\underline{K}$ with respect to* ($\boldsymbol{u}$; K)*"*) ist definiert als

$$e(\underline{K}) := \upsilon(\underline{K}) - \sum_{n \in \underline{K}} u_n \qquad \text{(D.II.50.)},$$

mit u_n als Auszahlung des Spielers n in der Auszahlungskonfiguration ($\boldsymbol{u}$; K).

●

Der Überschuss kann positiv oder negativ sein. Er lässt sich als Maß der Stärke des Anreizes für Spieler interpretieren, aus ihren alten Koalitionen $\underline{K}_k \in K$ auszutreten und eine Koalition $\underline{K}$ zu bilden.[1]

<u>Definition D.D.II.30.</u>[2]
Betrachtet werden zwei Spieler n' und n'' aus einer Koalition $\underline{K}_k \in K$.
Sei $\mathfrak{J}_{n',n''}$ die Menge aller möglichen Koalitionen, die n', aber nicht n'' enthalten:

$$\mathfrak{J}_{n',n''} := \{\underline{K} | \underline{K} \subset \underline{N},\ n' \in \underline{K},\ n'' \notin \underline{K}\} \qquad \textit{(D.II.51.)}$$

Der *maximale Überschuss von n' über n''* ist

$$e_{n',n''} := \max_{\underline{K} \in \mathfrak{J}_{n',n''}} e(\underline{K}) \qquad \textit{(D.II.52.)}$$

●

Der maximale Überschuss von n' über n'' beschreibt diejenige Auszahlung, die Spieler n' ohne die Beteiligung von Spieler n'' erhalten kann, indem er sich aus der in der Auszahlungskonfiguration ($\boldsymbol{u}$; K) für ihn vorgesehenen Koalition $\underline{K}_k$ zurückzieht und eine neue Koalition $\underline{K}$ eingeht. Dabei wird unterstellt, dass alle weiteren Mitglieder dieser neuen Koalition $\underline{K}$ dieselbe Auszahlung wie in der Auszahlungskonfiguration ($\boldsymbol{u}$; K) akzeptieren und damit der Überschuss $e(\underline{K})$ in voller Höhe an Spieler n' fällt.
Damit wird klar, weshalb sowohl *Güth (1999, 232)* als auch *Holler/Illing (2000, 293)* den Begriff „Einwandspotential" (im Original *„maximum surplus"*[3]), *Güth* an gleicher Stelle auch den Begriff „Drohpotential" zur Kennzeichnung von (D.II.52.) verwenden. *Davis/Maschler (1965, 236)* sehen im maximalen Überschuss ein Maß für die ‚Stärke' eines Spielers: „the maximum surplus is given as a measure of a player's strength".

[1] Vgl. *Rapoport (1970, 126)*
[2] Nach *Davis/Maschler (1965, 225f.)*
[3] Siehe *Davis/Maschler(1965, 225).*

Der Kernel beruht auf einem Vergleich der maximalen Überschüsse von Spielern einer Koalition.[1]

Definition D.D.II.31.[2]
Seien n' und n'' zwei Mitglieder einer Koalition $\underline{K}_k \in K$.
Man sagt *Spieler n' überwiegt Spieler n'' in Bezug auf* ($\boldsymbol{u}$; K) nur wenn

$$e_{n',n''} > e_{n'',n'} \quad \wedge \quad u_{n''} > v(n'') \qquad \text{(D.II.53.)}$$

Als Notation führen wir hierfür $n' \rhd n''$ ein.

Überwiegt kein Spieler den anderen, gilt also $n' \not\rhd n''$ und $n' \not\lhd n''$, dann sind die Spieler *gleichgewichtig* in Bezug auf ($\boldsymbol{u}$; K) (Notation: $n' \bowtie n''$).

●

Der Fall $n' \bowtie n''$ kann gemäß (D.II.53.) in drei Fällen eintreten:

$$e_{n',n''} = e_{n'',n'} \qquad \text{(D.II.54.)}$$

$$e_{n',n''} > e_{n'',n'} \quad \wedge \quad u_{n''} \not> v(n'') \qquad \text{(D.II.55.)}$$

$$e_{n'',n'} > e_{n',n''} \quad \wedge \quad u_{n'} \not> v(n') \qquad \text{(D.II.56.)}$$

Die Anforderung (D.II.53.), bei der $n' \rhd n''$, lässt sich umformen zu:

$$(e_{n',n''} - e_{n'',n'}) > 0 \quad \wedge \quad u_{n''} - v(n'') > 0 \qquad \text{(D.II.57.).}$$

Beide Forderungen sind erfüllt, wenn

$$(e_{n',n''} - e_{n'',n'}) \cdot (u_{n''} - v(n'')) > 0 \qquad \text{(D.II.58.).}$$

Der Fall $n' \bowtie n''$ tritt ein, wenn

$$(e_{n',n''} - e_{n'',n'}) \cdot (u_{n''} - v(n'')) \leq 0 \qquad \text{(D.II.59.)}$$

Solange die Bedingung (D.II.53.) erfüllt ist, fehlt es dem Spiel nach *Davis/ Maschler* in ihrem Verständnis an Stabilität, da der Spieler n' mit der Drohung, die gemeinsame Koalition $\underline{K}_k$ zu besseren Bedingungen zu verlassen, Druck auf den Spieler n'' ausüben kann. Daher muss der Spieler sein Anspruchsniveau reduzieren, bis einer der Fälle (D.II.54.-56.) eintritt, beispielsweise indem er seinen Reservationsnutzen $v(n'')$ akzeptiert.
Ausgehend von einem Übergewicht des Spielers n' wird Spieler n'' erst dann gleichgewichtig zu Spieler n', wenn sein Nutzen ein Niveau erreicht, das die Relation ($e_{n',n''}$–$e_{n'',n'}$) angleicht bzw. umkehrt oder sein Nutzen u'' dem Reserva-

[1] Wir weichen hier insofern von den Darstellungen von *Davis/Maschler (1965)* ab, als dort vereinfachend unterstellt wurde, dass $v(\underline{K})$=0 für alle Einer-Koalitionen; vgl. *Davis/Maschler (1965, 224)*.
[2] Nach *Davis/Maschler (1965, 225f.)*.

tionsnutzen $v(n'')$ entspricht. Wenn dieser Zustand für alle Spieler einer Koalition $\underline{K}_k$ erreicht ist, herrscht Stabilität im Sinne von *Davis/Maschler.*
Aufgrund der ‚Gewichtigkeit' der Spieler unterteilen *Davis/Maschler* die Koalitionen einer Auszahlungskonfiguration in *„ausgewogene"* (*„balanced"*) und eben nicht ausgewogene.[1]

Definition D.D.II.32.[2]
Eine Koalition $\underline{K}_k \in K$ ist *ausgewogen* in Bezug auf ($\boldsymbol{u}$; K), wenn alle Spieler innerhalb dieser Koalition paarweise gleichgewichtig sind:

$$n' \bowtie n'' \quad \text{für alle } n', n'' \in \underline{K}_k \qquad \textit{(D.II.60.).}$$

●

Die ausgewogenen Koalitionen stellen nun wiederum den Ansatzpunkt der Definition des Kernels dar. Sind alle Koalitionen der Koalitionsstruktur K durch das Stabilitätskriterium gekennzeichnet, dann liegt eine Stabilität des Gesamtsystems vor.

Definition D.D.II.33.[3]
Der *Kernel* $\boldsymbol{K}(\underline{N}, v)$ eines Koalitionsspieles $\Gamma(\underline{N}, v)$ ist die Menge aller individuell rationalen Auszahlungskonfigurationen mit ausschließlich ausgewogenen Koalitionen.

$$\boldsymbol{K}(\underline{N}, v) = \{(\boldsymbol{u}; K) \mid n' \bowtie n'' \quad \text{für alle } n', n'' \in \underline{K}_k;\ \underline{K}_k \in K) \qquad \textit{(D.II.61.).}$$

●

Einen Existenzbeweis für den Kernel liefern nachträglich *Maschler/Peleg (1966)*. Wie *Maschler/Peleg/Shapley (1972, 88f)* zeigen, besteht in konvexen Spielen der Kernel aus lediglich einem einzigen Punkt, der dem noch vorzustellenden Nucleolus entspricht; der Kernel liegt in dieser Klasse von Spielen stets im Kern. Der Kernel ist zugleich stets Teilmenge der Vernünftige Menge:[4]

$$\boldsymbol{K}(\underline{N}, v) \subseteq \boldsymbol{C}(\underline{N}, v) \subseteq \boldsymbol{V}(\underline{N}, v) \quad \text{für alle } \Gamma(\underline{N}, v) \in \vartheta. \qquad \textit{(D.II.62.).}$$

Der Kernel basiert explizit auf interpersonellen Nutzenvergleichen, deren Realitätsnähe *Davis/Maschler (1965, 236)* selbst in Zweifel ziehen, was stark mit der deskriptiven Zielsetzung von *Davis/ Maschler* kontrastiert:[5]

---

[1] Diese Definition ist in Abgrenzung von der Definitionen für eine *ausgewogene Menge* und ein *ausgewogenes Spiel* in Kapitel D.II.2.1. zu sehen.
[2] Nach *Davis/Maschler (1965, 226).*
[3] Ebenda.
[4] Vgl. *Maschler/Peleg/Shapley (1977, 41)*
[5] Siehe auch die Aussage von *Davis/Maschler (1965, S. 226).*: „to what extent and in what context it may serve as a useful tool in ‚predicting' the outcome of a game."

„(...) we consider whether the Kernel is interesting for its own sake, or as a predictor of realistic situations. One way to decide this is to examine the definition of the Kernel in order to judge whether it renders an appropriate ‚translation' of real life situations. If this fails, one may try to examine the outcomes to see if, and in what sense, they are intuitively reasonable. If this turns out to be the case, one may say that the Kernel is justified since it yields reasonable outcomes."[1]

Zur Überprüfung der Plausibilität der Ergebnisse des Kernels werden dessen Vorhersage für den Ausgang eines Spiels mit den Lösungsvorschlägen prominenter Spieltheoretiker[2] für dieses Spiel verglichen. Insgesamt bilanzieren Davis/Maschler (1965, 223) die Ergebnisse dieser Umfrage: „the Kernel prediction seems frustrating".

Wie bereits angemerkt, ist der Kernel eines Koalitionsspiels stets Teilmenge der Verhandlungsmenge,[3] was - trotz der diesbezüglich oben zitierten kritischen Anmerkung der Autoren selbst - eher als eine Stützung des Konzepts zu werten ist. Zudem ist der Kernel in vielen Fällen erheblich einfacher zu berechnen als die sehr aufwendig zu ermittelnde Verhandlungsmenge.[4]

Auf ein Beispiel soll an dieser Stelle verzichten werden,[5] da später der bereits angesprochene Nucleolus vorgestellt wird, der eine ‚Verfeinerung' des Kernels darstellt und ebenfalls auf dem Konzept der Überschüsse und deren Vergleiche beruht, so dass die Vorgehensweise dort illustriert wird.

[1] Vgl. *Davis/Maschler (1965, 235f.).*
[2] H.W. Kuhn, B. Peleg, R.J. Aumann, J.C. Harsanyi, L.S. Shapley, R.D. Luce, R.M. Thrall, M. Shubik.
[3] Vgl. zum Beweis *Davis/Maschler (1965, 233f.).* Einen alternativen Beweis liefert *Owen (1995, 321)*.
[4] Vgl. *Davis/Maschler (1965, 235).*
[5] Ausführliche Beispiele finden sich bei *Rapoport (1970, 128-135)*, siehe auch die Beispiele bei *Güth (1999, 232)*, *Holler/Illing (2006, 298f.)*, *Owen (1995, 320)*.

2.2.2. Wertansätze

2.2.2.1. Egalitäre Lösungen

Im Rahmen der Diskussion über Gerechtigkeitsgrundlagen betrieblicher Anreizsysteme (siehe Kapitel B.II.2.) wurde u.a. auf das Egalitätsprinzip hingewiesen. Es gehört neben utilitaristischen und paretianischen Verteilungsprinzipien zu den grundlegenden Paradigmen der Wohlfahrtstheorie.[1] Solche an Egalitätsprinzipien orientierte Aufteilungen für verschiedene Klassen von Spielen werden von einer Vielzahl von Autoren diskutiert, vgl. z.B. bei *Selten (1972)*, *Kalai (1977)*, *Myerson (1977/1981)*, *Dutta/Ray (1989)*, *Dutta (1990)*, *Klijn et al. (2000)*, *Arin/Kuipers/Vermeulen (2003)*, *Bhattacharya (2004)*, *Branzei/Dimitrov/Tijs (2004)*.
Myerson (1981, 883) beschreibt das egalitäre Grundprinzip wie folgt:

> „The egalitarian principle asserts that ‚you should do something for me if you are better off than I am (or if you have gained more from our cooperation than I have).‘ “

Folgt man diesem Prinzip, dann liegt eine paritätische Aufteilung des Gewinns unter allen Beteiligten nah. Diese Verteilung ist die in der Literatur als „egalitarian rule“ bezeichnete Lösung $f_n(\underline{N}, v)=\epsilon_n(\underline{N}, v)$:[2]

<u>*Definition D.D.II.34.*</u>
Die egalitäre Lösung $\boldsymbol{\epsilon}(\underline{N}, v)$ eines Koalitionsspiels $\Gamma(\underline{N}, v)$ ordnet jedem Spieler den gleichen Anteil am Wert der ‚großen Koalition‘ zu:

$$\epsilon_n(\underline{N}, v)=\frac{v(\underline{N})}{\#(\underline{N})} \qquad \textit{(D.II.63.).}$$

●

Diese Lösung generiert offensichtlich eine pareto-effiziente Verteilung, aber erfüllt nicht die später noch näher diskutierte *„null player property“* (eine Variante der von *Shapley (1953)* eingeführten *„dummy player property“*).
Solche „Null-Spieler“ sind wie folgt definiert:

<u>*Definition D.D.II.35.*</u>
Ein Spieler $n\in\underline{N}$ wird als *Null-Spieler* bezeichnet, wenn gilt:

$$v(\underline{K}) = v(\underline{K}\backslash\{n\}) \quad \text{für alle } \underline{K}\ni n \qquad \textit{(D.II.64.)}$$

●

[1] Zur Übersicht vgl. bei *Sen (1970/1982/1987)*.
[2] Vgl. beispielsweise bei *van den Brink (2001, 315)*.

Beispiel B.D.II.13.
In einem 3-Personen-Koalitionsspiel lautet die charakteristische Funktion

$$\begin{gathered} v(1,2,3) = v(1,2) \\ v(2,3) = v(2) \\ v(1,3) = v(1) \\ v(3) = v(\emptyset) \end{gathered}$$

In diesem Spiel ist der Spieler $n=3$ ein Null-Spieler, der keine Beiträge zum Wert irgendeiner Koalition leistet.

○

In der Literatur wird von Verteilungsergebnissen häufig die Nichtbeteiligung eines solchen Null-Spieler am Ertrag der Koalition gefordert.

Postulat (P.0.): Null-Spieler[1]
Die Lösungsfunktion $f(\underline{N}, v)$ soll einem Null-Spieler eine Auszahlung in Höhe von null zuordnen:

$$\textit{(D.II.64.)} \quad \Rightarrow \quad f_n(\underline{N}, v) = 0 \qquad \textit{(D.II.65.)}$$

♦

Die egalitäre Lösung verstößt gegen diese Forderung und ist daher als Kandidat für eine erfolgsbeitragsgerechte Entlohnungsfunktion nicht zu rechtfertigen. Die Aufteilungsregel nach *Definition D.D.II.34.*, von *Dutta/Ray (1989, 616)* als „extreme egalitarian rule“ bezeichnet, würde die unterschiedlichen Beiträge der einzelnen Koalitionsmitglieder zum Gesamterfolg der großen Koalition negieren und auch die von einzelnen Subkoalitionen erzielbaren Erträge vernachlässigen. Sie ist auch mit keinem der zuvor dargestellten Mengenkonzepte vereinbar.

Wesentlich differenzierter argumentieren die nachfolgend vorgestellten Wertansätze.

[1] In Anlehnung an *Selten (1960, 232)*. *Harsanyi (1977, 216)* bezeichnet dieses Axiom als „zero payoff to a dummy player“.

2.2.2.2. Der Shapley-Wert

Die von *Shapley (1951, 1953)* entwickelte Lösung für *N*-Personen-Koalitionsspiele stellt das wohl mit Abstand populärste Lösungskonzept für diese Klasse von Spielen dar.[1]

Shapleys Ziel war es, für Koalitionsspiele eine (axiomatisch fundierte) Lösungsfunktion zu finden. Neben der Begründung über ein Verhandlungsmodell, das später dargestellt wird, liefert *Shapley (1953, 308ff.)* eine axiomatische Fundierung seiner Lösung. Alternative Axiomsysteme für die *Shapley*-Lösung finden sich u.a. bei *Chun (1989), Hart/Mas-Colell (1989)*, *Derks/Peters (1993)*, *Monderer/Samet/Shapley (1992)*, *Young (1985)*, *Roth (1977)*, *van den Brink/van der Laan (1998)*, *van den Brink (2001)*. *Shapley* formuliert folgende Anforderungen an eine (Punkt-)Lösungsfunktion f($\underline{N}$, v) für $\underline{N}$-Personen-Koalitionsspiele

$\Gamma(\underline{N}, v) \in \vartheta$, wozu einige Begriffe definiert werden.

<u>*Definition D.D.II.36.*</u>

Ein *Träger („carrier“)* $\underline{\mathrm{T}}(\underline{N}, v)$ des Koalitionsspieles $\Gamma(\underline{N}, v)$ ist eine Menge von Spielern, für die gilt

$$v(\underline{K} \cap \underline{\mathrm{T}}) = v(\underline{K}) \quad \text{für alle } \underline{K} \subset \underline{N} \qquad \textit{(D.II.66.)}.$$

●

Spieler, die zu keinem Träger gehören, haben insofern keinen Einfluss auf das Koalitionsspiel, als sie keinerlei Beitrag zum Wert irgendeiner Koalition leisten.[2] Es handelt sich um Null-Spieler (siehe Definition D.D.II.35.).

<u>*Beispiel B.D.II.14.*</u>

In einem 3-Personen-Koalitionsspiel mit der charakteristische Funktion

$$\begin{gathered} v(\{1,2,3\} \cap \{1,2\}) = v(1,2) \\ v(\{2,3\} \cap \{1,2\}) = v(2) \\ v(\{1,3\} \cap \{1,2\}) = v(1) \\ v(\{1,2\} \cap \{1,2\}) = v(1,2) \\ v(\{3\} \cap \{1,2\}) = v(\varnothing) \end{gathered}$$

bildet die Koalition aus den Spielern *1* und *2* einen Träger des Spiels: $\underline{\mathrm{T}}=\{1,2\}$ Spieler $n=3$ leistet keine Beiträge zum Wert irgendeiner Koalition.

○

[1] So *Kreps/Rubinstein (1997, XIV)*: „Along with the Nash Bargaining Solution, the Shapley Value is the premier axiomatic standard of ‚equity‘ in game theory, the subject of intensive reaxiomatization and (more importantly) of enormous use in applications from cost allocation to recent work in corporate finance.“; *van den Brink (2001, 310)* bezeichnet sie als „famous“.

[2] Vgl. *Shapley (1953, 312)*.

Null-Spieler und die sog. *Dummy-Spieler* lassen sich über ihre Grenzbeiträge (D.II.16.) definieren.[1]

Definition D.D.II.37.
Ein *Dummy-Spieler* ist ein Spieler, für dessen Grenzbeiträge $m_n(\underline{K})$ zu jeder Koalition gilt:

$$m_n(\underline{K}) = v(\{n\}) \qquad \text{für alle } \underline{K} \subset \underline{N},\ \underline{K} \ni n \qquad (D.II.68.)$$

●

Definition D.D.II.38.
Ein *Null-Spieler* ist ein Spieler, für dessen Grenzbeiträge $m_n(\underline{K})$ zu jeder Koalition gilt

$$m_n(\underline{K}) = 0 \qquad \text{für alle } \underline{K} \subset \underline{N},\ \underline{K} \ni n \qquad (D.II.69.).$$

●

Beispiel B.D.II.15.
Liegt in einem 3-Personen-Koalitionsspiel die charakteristische Funktion vor:

$$\begin{gathered} v(1,2,3) = v(1,2) + v(3) \\ v(2,3) = v(2) + v(3) \\ v(1,3) = v(1) + v(3) \\ v(3) = v(\emptyset) + v(3) \end{gathered} \quad ,$$

so ist Spieler $n=3$ ein Dummy-Spieler.
Gilt für den Wert der ‚Einerkoalition' $v(3)=0$, so handelt es sich bei Spieler $n=3$ um einen Nullspieler.

○

Als axiomatische Grundlage seiner Lösung für Koalitionsspiele[2] formuliert *Shapley (1953, 308ff.)* lediglich drei grundlegende Axiome.

---

[1] Der Begriff ‚dummy-player' wurde von *von Neumann/Morgenstern (1944 299)* eingeführt. Der Begriff ‚dummy'hat in der Spieltheorie mehrere Bedeutungen. Zu den unterschiedlichen Auslegungen des Begriffs vgl. *Shubik (1982, 18f.)*.
Auch die Übersetzung der Begriffe ist uneinheitlich. *Wiese (2005, 201)* bezeichnet den Dummy-Spieler als ‚unwesentlichen Spieler', *Güth (1999, 243)* verwendet den Begriff ‚unergiebiger Spieler', *Selten (1960, 232)* verwendet die Bezeichnung ‚unwichtiger Spieler', *Rauhut/Schmitz/Zachow (1979, 368)* sprechen vom ‚Strohmann'. *Szép/Forgó (1983, 221)* bezeichnen den Null-Spieler als ‚Statist' oder ‚Strohmann'.
[2] Wobei *Shapley (1953, 307f.)* eine Einschränkung auf konvexe Spiele *(siehe Definition D.D.II.7.)* vornimmt.

Postulat (P.I.): Symmetrie („symmetry“)
Für den dem Spieler n in einer Permutation $\pi(\underline{N})$ der Spielermenge durch die Lösungsfunktion $f(\underline{N}, v)$ zugeordneten Wert $f_{\pi(n)}(\pi(\underline{N}), v)$ soll gelten:

$$f_{\pi(n)}(\pi(\underline{N}), v) = f_n(\underline{N}, v) \qquad (D.II.70.)$$

♦

Shapley (1953, 309) bringt hiermit zum Ausdruck, dass die Lösungsfunktion unabhängig von der Bezeichnung der Spieler sein soll: „The first axiom („symmetry“) states that the value is essentially a property of the abstract game.“
Lediglich die Beiträge der einzelnen Spieler zu den verschiedenen Koalitionen sollen sein Ergebnis gemäß der Lösungsfunktion beeinflussen.

Postulat (P.II.): Effizienz („efficiency“)
Für die den Spielern eines Trägers $\underline{T}$ durch die Lösungsfunktion $f(\underline{N}, v)$ zugeordneten Werte soll gelten:

$$\sum_{n \in \underline{T}} f_n(\underline{N}, v) = v(\underline{T}) \qquad (D.II.71.)$$

♦

Der Wert einer Koalition von Spielern, die den Träger eines Koalitionsspiels repräsentiert, soll vollständig unter diesen aufgeteilt werden. Da definitionsgemäß der Wert eines Trägers $\underline{T}$ dem Wert der ‚großen Koalition‘ $\underline{N}$ entspricht (aufgrund $v(\underline{N} \cap \underline{T}) = v(\underline{N})$, siehe (D.II.66.)) soll laut der Forderung nach Effizienz im Sinne des Axioms der Wert der ‚großen Koalition‘ auf die Spieler des Trägers $\underline{T}$ verteilt werden, Null-Spieler erhalten dagegen keinen Anteil.

Zudem führt *Shapley (1953, 308)* die ‚Summe zweier Spiele‘ ein.

Definition D.D.II.39.
Für die *Summe („superposition“)* $\Gamma(\underline{N}, v', v'')$ zweier unabhängiger Koalitionsspiele $\Gamma(\underline{N}, v')$ und $\Gamma(\underline{N}, v'')$ gilt:

$$v'(\underline{K}) + v''(\underline{K}) = (v' + v'')(\underline{K}) \quad \text{für alle } \underline{K} \subset \underline{N} \qquad (D.II.72.).$$

●

Die Summe zweier Spiele bildet ein neues Spiel, das entsprechend der gewählten Funktion gelöst werden kann. Die Unabhängigkeit der ursprünglichen Spiele bedeutet, dass das Spiel $\Gamma(\underline{N}, v')$ keinen Einfluss auf das Spiel $\Gamma(\underline{N}, v'')$ hat und umgekehrt.

Postulat (P.III.): Additivität[1] („law of aggregation“)
Seien $\Gamma(\underline{N}, \upsilon')$ und $\Gamma(\underline{N}, \upsilon'')$ zwei unabhängige Koalitionsspiele mit der Summe $\Gamma(\underline{N}, \upsilon', \upsilon'')$. Für die Lösungsfunktion soll gelten:

$$f(\underline{N}, \upsilon') + f(\underline{N}, \upsilon'') = f(\underline{N}, \upsilon'+\upsilon'') \qquad \text{(D.II.73.).}$$

♦

Daraus leitet *Shapley (1953, 309ff.)* seine Lösung ab[2] und formuliert das Theorem: Es gibt genau eine Lösungsfunktion $f(\underline{N}, \upsilon)$ für Koalitionsspiele $\Gamma(\underline{N}, \upsilon)$, die die drei Axiome erfüllt. Dies ist der *Shapley*-Wert $\phi(\underline{N}, \upsilon)$.

Definition D.D.II.40.
Der *Shapley*-Wert ϕ_n eines Spieler n in einem Koalitionsspiel $\Gamma(\underline{N}, \upsilon)$ lautet:[3]

$$\begin{aligned}\phi_n = &\sum_{\substack{\underline{K} \subseteq \underline{N} \\ \underline{K} \ni n}} \frac{(\#(\underline{K})-1)! \cdot (\#(\underline{N})-\#(\underline{K}))!}{\#(\underline{N})!} \cdot \upsilon(\underline{K}) \\ - &\sum_{\substack{\underline{K} \subset \underline{N} \\ \underline{K} \not\ni n}} \frac{\#(\underline{K})! \cdot (\#(\underline{N})-\#(\underline{K})-1)!}{\#(\underline{N})!} \cdot \upsilon(\underline{K})\end{aligned} \qquad \text{(D.II.74.)}$$

bzw. zusammengefasst

$$\phi_n = \sum_{\substack{\underline{K} \subseteq \underline{N} \\ \underline{K} \ni n}} \frac{(\#(\underline{K})-1)! \cdot (\#(\underline{N})-\#(\underline{K}))!}{\#(\underline{N})!} \cdot \left(\upsilon(\underline{K}) - \upsilon(\underline{K} \setminus \{n\})\right) \qquad \text{(D.II.75.).}$$

Eine äquivalente Formulierung lautet[4]

$$\phi_n = \sum_{\underline{K} \subseteq \underline{N} \setminus \{n\}} \frac{(\#(\underline{K}))! \cdot (\#(\underline{N})-\#(\underline{K})-1)!}{\#(\underline{N})!} \cdot \left(\upsilon(\underline{K} \cup \{n\}) - \upsilon(\underline{K})\right) \qquad \text{(D.II.76.).}$$

●

Durch den *Shapley*-Wert erfolgt eine Gewichtung der Grenzbeiträge eines Spielers nach (D.II.16.) zu allen Koalitionen, an denen er beteiligt sein kann.

---

[1] Wir verwenden hier die Bezeichnung der „Additivität“ in Anlehnung an *Selten (1960, 234)*. Einer ausführlichen Diskussion dieses Axioms widmet sich *Harsanyi (1977, 236-238)*.
[2] *Shapley (1953, S.312)*. Zum Beweis siehe *Shapley (1953, 309-313*), ausführlich auch bei *Harsanyi (1977, 216-224)*, *Dubey (1975, 132-134)*.
[3] Vgl. *Shapley (1953, 311f.)*.
[4] Vgl. z.B. bei *Myerson (1991, 436ff.)*.

Desweiteren formuliert *Shapley* zusätzliche Eigenschaften seines Wertkonzeptes, die nach seiner eigenen Aussage auch als axiomatische Anforderungen an die Lösung gelten können und die ebenfalls vom *Shapley*-Wert erfüllt werden.[1]
Zwei dieser Eigenschaften werden aufgrund ihrer Bedeutung für die später zu ermittelnde Lösung vorgestellt.
Die erste betrifft die der individuellen Rationalität de Lösung.

Postulat (P.IV.): individuelle Rationalität
Aufgrund der Lösungsfunktion $\mathrm{f}(\underline{N}, v)$ soll für alle Spieler gelten:

$$\mathrm{f}(\underline{N}, v) \geq v(n) \quad \text{für alle } n \in \underline{N} \qquad (D.II.77.),$$

wobei die Identität $\mathrm{f}(\underline{N}, v) = v(n)$ nur für die Dummy-Spieler gelten soll.[2]

♦

Der *Shapley-Wert* erfüllt diese Forderung und stellt somit alle Spieler besser als ihr Wert in der ‚Einerkoalition', mit Ausnahme der unwichtigen Spieler, die, wie zuvor besprochen, einen Auszahlung von null zugewiesen bekommen.

Desweiteren sind die gemeinsamen Nutzenfunktionen der Spieler nicht eindeutig determiniert und können Transformationen unterliegen. Auf die Lösung soll dies nach *Shapley* keinen Einfluss haben.

Definition D.D.II.41.
Zwei Spiele $\Gamma(\underline{N}, v')$ und $\Gamma(\underline{N}, v'')$ sind *strategisch äquivalent*, wenn gilt:

$$v''=\boldsymbol{\alpha}\cdot v'+\boldsymbol{\beta} \quad \text{mit } \boldsymbol{\alpha}\in \mathrm{IR}_{+}, \boldsymbol{\beta}\in \mathrm{IR}^{N} \qquad (D.II.78.).$$

●

Daraus folgt die Forderung

Postulat (P.V.): strategische Äquivalenz[3]
Gemäß der Lösungsfunktion $\mathrm{f}_n(\underline{N}, v)$ soll bei strategisch äquivalenten Spielen gelten:

$$\mathrm{f}_n(\underline{N}, v'') = \boldsymbol{\alpha}\cdot \mathrm{f}_n(\underline{N}, v')+\boldsymbol{\beta} \qquad (D.II.79.)$$

♦

[1] Vgl. *Shapley (1953, 309, Fn.5)*: „Three further properties of the value which might suggest themselves as suitable axioms (...)." Zu den Forderungen vgl. *Shapley (1953, 312f.)*.
[2] *Selten (1960, 232)* nennt dies *Axiom des unwichtigen Spielers*. *Harsanyi (1977, 216)* bezeichnet dieses Axiom als „zero payoff to a dummy player". Es wird in der Literatur auch vielfach als „dummy player property" bzw. „null player property" bezeichnet.
[3] Die Bezeichnung dieses Axioms bei *Selten (1960, 232)* lautet „lineare Äquivalenz".

Das Kalkül bei der Bestimmung des Wertes lässt sich nach *Shapley (1953, 316f./1967b, 2f./1968, 9)* über folgendes Verhandlungsmodell des *„random coalition-building"* beschreiben:
Eine ‚große Koalition', deren Wert $v(\underline{N})$ es in essentiellen Spielen zu verteilen gilt, bildet sich durch den sukzessiven Beitritt von Spielern. Ausgehend von der ‚Null-Koalition' $\underline{K}=\varnothing$ entstehen zunächst ‚Einerkoalitionen', dann ‚kleine Koalitionen' mit steigender Teilnehmerzahl, bis schließlich die ‚große Koalition' erreicht ist.
Es existieren $N!$ Möglichkeiten, auf diesem Weg eine große Koalition zu bilden. Schließt sich der Spieler n einer bereits bestehenden Koalition $\underline{K}\backslash\{n\}$ (einschließlich der leeren Menge, mit $v(\varnothing)=0$) an, so dass eine neue Koalition $\underline{K}$ entsteht, dann ist sein Grenzbeitrag zu dieser Koalition gleich der Differenz, den die anderen Spieler der Koalition mit ihm und ohne ihn erreichen können (siehe Definition D.D.II.16.).
Dieser Grenzbeitrag des Spielers n zur Koalition $\underline{K}$ ist der Betrag, den der Spieler n vom Wert der Koalition $\underline{K}$ verlangen kann, ohne diese Koalition bzw. ihre Mitglieder durch seinen Beitritt und damit verbundene Forderung schlechter zu stellen.
Die Anzahl der Möglichkeiten, durch die sich Spieler n als $\#(\underline{K})$-ter Spieler der Koalition $\underline{K}$ anschließen kann, ist bestimmt über die Anzahl der $(\#(\underline{\mathrm{K}})-1)!$ möglichen Permutationen, aus denen sich die Koalition $\underline{\mathrm{K}}\backslash\{\mathrm{n}\}$ durch sukzessive Beitritte gebildet haben kann, multipliziert mit den $(\#(\underline{N})-\#(\underline{K}))!$ Möglichkeiten, auf denen sich die restlichen Spieler danach dieser Koalition sukzessive anschließen können. Nun ist nach *Shapley*, die Wahrscheinlichkeit, dass die große Koalition durch eine bestimmte Bildungssequenz zustande kommt, für alle möglichen $\#(\underline{N})!$ Koalitionsbildungsprozesse gleich wahrscheinlich. Damit ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler n seinen Grenzbeitrag in der Koalition $\underline{K}$ zugeschrieben bekommt gleich $(\#(\underline{\mathrm{K}})-1)!\cdot(\#(\underline{\mathrm{N}})-\#(\underline{\mathrm{K}}))!/\#(\underline{\mathrm{N}})!$.

Diese Herleitung zeigt, dass sich der *Shapley*-Wert auch als der Erwartungswert der Auszahlungen eines Spielers in einem *N*-Personen Koalitionsspiel interpretieren lässt.[1] *Harsanyi (1977, 226)* beschreibt daher den *Shapley*-Wert als „a priori assessments of the players' average payoff prospects". *Shubik (1982, 181)* bezeichnet den *Shapley*-Wert eines Spielers als dessen „average marginal worth to all the coaltions in which he might participate." *Rapoport (1981, 136)* setzt den *Shapley*-Wert mit dem „Durchschnittsanspruch" eines Spielers in einem *N*-Personen Koalitionsspiel gleich; bei *Rapoport (1970, 133)* heißt es: „(...) the Shapley Value is based on the players' *hopes* before they try to realize these hopes in bargaining procedures." *Shubik (1992, 158)* interpretiert den Shapley-Wert als „sociologically neutral expected combinatoric averaging over the marginal worth of an individual in all possible employments."

[1] Vgl. *Shapley (1953, 317/1968, 9),* ausführlich bei *Harsanyi (1977, 226/238f.).* Vgl. auch bei *Coleman (1973, 94).*

Diese Argumentation lässt sich auch formal veranschaulichen.
Sei $\Pi(\underline{N})$ die Menge aller möglichen Permutationen der Elemente der Spielermenge $\underline{N}$ und $\pi\in\Pi(\underline{N})$ eine Permutation der Spieler. Mit $\pi(n'')<\pi(n')$ ist die Anordnung eines Spielers n'' vor dem Spieler n' in einer Permutation π bezeichnet.
Die Grenzbeiträge des Spielers n' in der Permutation $\pi(\underline{N})$ ergeben sich wie folgt:

$$m_{n'}(\pi) = \upsilon(\{n''\in \underline{N} \mid \pi(n'')\leq\pi(n')\}) - \upsilon(\{n''\in \mathrm{N} \mid \pi(n'')<\pi(n')\}) \quad \textit{(D.II.80.)}.$$

Der *Shapley-Wert* eines Spielers n' ist dann

$$\phi_{n'} = \frac{1}{\#(\Pi(\underline{N}))}\cdot \sum_{\pi\in\Pi(\underline{N})} m_{n'}(\pi) \quad \textit{(D.II.81.)}.$$

Desweiteren lässt sich der *Shapley-Wert* eines Spielers über die Summe der von ihm erzielbaren „Dividenden" im Rahmen der oben beschriebenen sukzessiven Koalitionsbildung berechnen.[1] Dabei wird der von der Koalition $\underline{K}$ erzielbare Betrag nach Abzug der aus den möglichen ‚Unterkoalitionen' von $\underline{K}$ einforderbaren Ansprüche unter den Teilnehmern paritätisch aufgeteilt.
Die „Dividende" eines Spielers aus der Teilnahme an einer Koalition' ist wie folgt definiert

<u>Definition D.D.II.42.</u>
Für die *Dividende ω des Spielers n aus der Teilnahme an der Koalition* $\underline{K}$ gilt

$$\omega_n^{\underline{K}} = \frac{1}{\#(\underline{K})} \sum_{\underline{K}'\subseteq \underline{N}} (-1)^{\#(\underline{K})-\#(\underline{K}')}\cdot\upsilon(\underline{K}') \quad \textit{(D.II.82.)}.$$

●

Der *Shapley-Wert* auf Basis der Dividenden berechnet sich über (D.II.83.).[2]

<u>Definition D.D.II.43.</u>
Der *Shapley-Wert* des Spielers *n* auf Basis seiner Dividenden ist definiert als

$$\phi_n = \sum_{\substack{\underline{K}\subseteq\underline{N}:\\ \underline{K}\ni n}} \omega_n^{\underline{K}} = \sum_{\substack{\underline{K}\subseteq\underline{N}:\\ \underline{K}\ni n}} \frac{1}{\#(\underline{K})} \sum_{\underline{K}'\subseteq \underline{N}} (-1)^{\#(\underline{K})-\#(\underline{K}')}\cdot\upsilon(\underline{K}') \quad \textit{(D.II.83.)}.$$

●

[1] Vgl. *Shapley (1953, 310f.)*, *Derks/Peters (1993, 353-355)*. Der Begriff der Dividende geht nicht auf *Shapley* zurück, sondern ist von *Harsanyi* entliehen. In der Literatur findet sich daher auch der Begriff der *Harsanyi*-Dividenden.
[2] Zur Formulierung und zum Beweis der Identität vgl. *Harsanyi (1977, 221f.)*. Vgl. ausführlich auch bei *Harsanyi (1953, 348-354)*.

Die unterschiedlichen Möglichkeiten zur Berechnung des *Shapley*-Wertes sowie einige geometrische Eigenschaften werden im folgenden Beispiel illustriert.

Beispiel B.D.II.16.
Gegeben sei ein 3-Personen Koalitionsspiel mit der charakterisierenden Funktion aus Beispiel B.D.II.2.[1]

Die *Shapley*-Werte der einzelnen Spieler berechnen sich nach (D.II.75.) wie folgt:

$$\begin{aligned}\phi_1 &= \frac{(1-1)!\cdot(3-1)!}{3!}\cdot(0-0)+\frac{(2-1)!\cdot(3-2)!}{3!}\cdot(3-1)\\ &+\frac{(2-1)!\cdot(3-2)!}{3!}\cdot(4-2)+\frac{(3-1)!\cdot(3-3)!}{3!}\cdot(10-5)\\ &=\frac{2\cdot 0+1\cdot 2+1\cdot 2+2\cdot 5}{6}=\frac{14}{6}=2{,}3\overline{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\phi_2 &= \frac{(1-1)!\cdot(3-1)!}{3!}\cdot(1-0)+\frac{(2-1)!\cdot(3-2)!}{3!}\cdot(3-0)\\ &+\frac{(2-1)!\cdot(3-2)!}{3!}\cdot(5-2)+\frac{(3-1)!\cdot(3-3)!}{3!}\cdot(10-4)\\ &=\frac{2\cdot 1+1\cdot 3+1\cdot 3+2\cdot 6}{6}=\frac{20}{6}=3{,}3\overline{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\phi_3 &= \frac{(1-1)!\cdot(3-1)!}{3!}\cdot(2-0)+\frac{(2-1)!\cdot(3-2)!}{3!}\cdot(4-0)\\ &+\frac{(2-1)!\cdot(3-2)!}{3!}\cdot(5-1)+\frac{(3-1)!\cdot(3-3)!}{3!}\cdot(10-3)\\ &=\frac{2\cdot 2+1\cdot 4+1\cdot 4+2\cdot 7}{6}=\frac{26}{6}=4{,}3\overline{3}\end{aligned}$$

Der *Shapley*-Wert stimmt in diesem Beispiel und in vielen anderen Koalitionsspielen mit dem minimalen ε-Kern überein.
Zudem ergeben sich einige weitere prägnante Eigenschaften des Shapley-Wertes, die auch seine Verwandtschaft zum *„least-core“* in streng konvexen Spielen erklären.

---

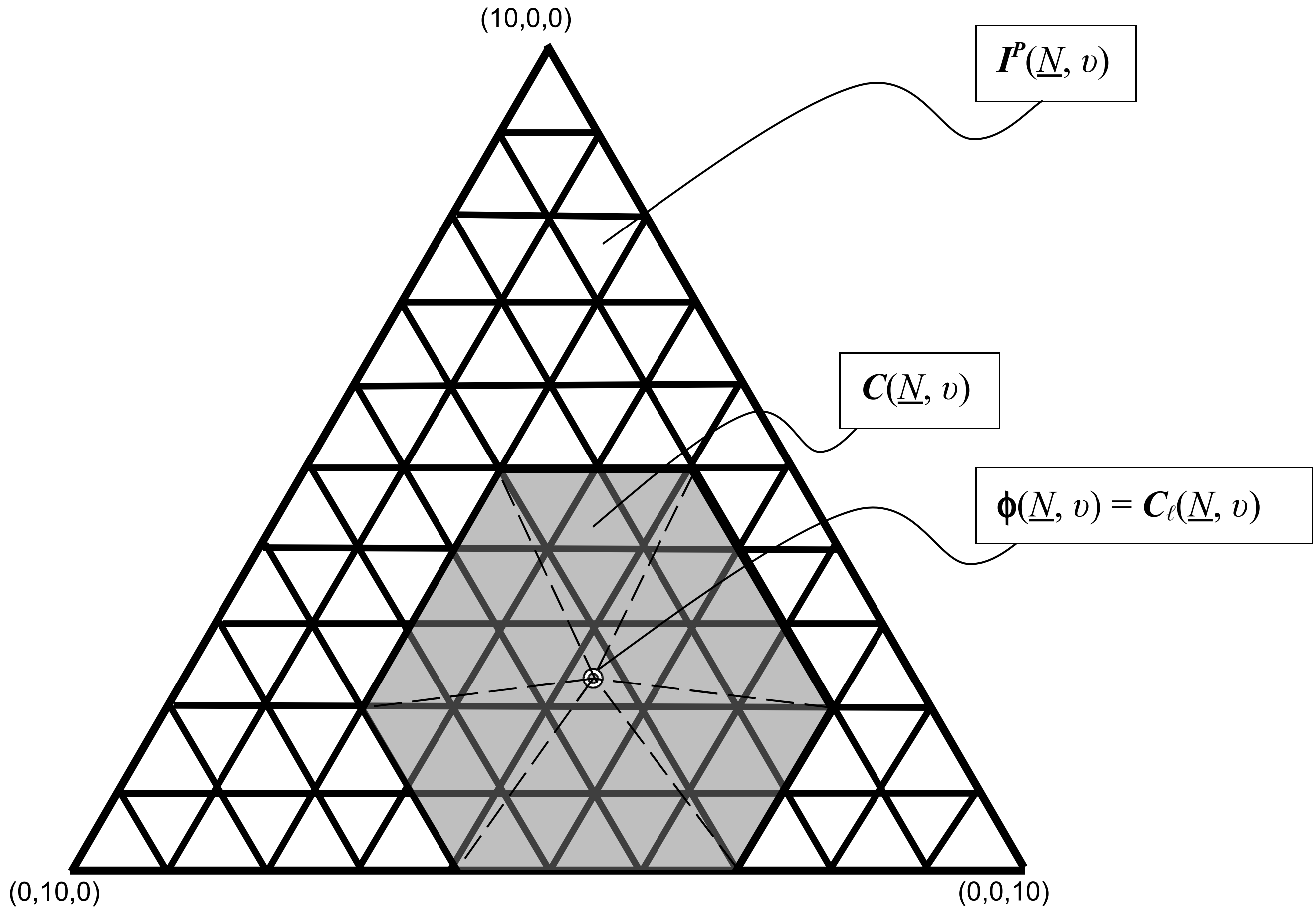
[1] Zur Vereinfachung wird im Folgenden wieder $\upsilon(n)$ anstatt des formal korrekten $\upsilon(\{n\})$, ebenso $\upsilon(n_1, n_2)$ anstatt $\upsilon(\{n_1, n_2\})$ usw. für alle Koalitionen beliebiger Größe geschrieben.

Die *Shapley*-Werte lassen sich auch über eine Tabellendarstellung ermitteln, aus der bestimmte Eigenschaften dieses Konzepts hervorgehen.

Tabelle T.D.II.2.: Berechnung der Shapley-Werte über Grenzbeiträge

	$m_n(\underline{K})$		
Spieler / *Permutation*	*1*	*2*	*3*
(1) *1 2 3*	0	3	7
(2) *1 3 2*	0	6	4
(3) *2 1 3*	2	1	7
(4) *2 3 1*	5	1	4
(5) *3 1 2*	2	6	2
(6) *3 2 1*	5	3	2
Σ	14	20	26
ϕ_n	14/6	20/6	26/6

Abbildung A.D.II.7.: Shapley-Wert als Element der Pre-Imputationsmenge und des Kerns



Liest man die Werte in der Berechnungstabelle T.D.II.2. zeilenweise, so erkennt man, dass diese die Koordinaten der Eckpunkte des Kerns in Abbildung A.D.II.7. beschreiben. Der *Shapley*-Wert ist hier folglich das gewichtete arithmetische Mittel der Eckpunkte des Kerns, sprich dessen Baryzentrum. Diese geometrische Interpretation des *Shapley*-Wertes trifft bei vielen Anwendungen, insbesondere in konvexen Spielen zu. Wie *Shapley (1971, 23f.)* nachweist, liegt bei konvexen Koalitionsspielen der *Shapley*-Wert immer im Baryzentrum (Massenmittelpunkt) des Kerns.

Berechnet man die *Shapley*-Werte der Spieler über deren Dividenden gemäß (D.II.82.), so erhält man identische Ergebnisse.

<u>*Beispiel B.D.II.17.*</u>
Datengrundlage ist erneut die charakteristische Funktion aus Beispiel B.D.II.2.

Die Berechnung der Dividenden und für den ersten Spieler ergibt folgende Werte:

$$\omega_{1}^{\{1\}} = \frac{1}{1}\cdot\left((-1)^{1-1}\cdot 0\right) = 0$$

$$\omega_{1}^{\{1,2\}} = \frac{1}{2}\cdot\left((-1)^{2-2}\cdot 3 + (-1)^{2-1}\cdot 0 + (-1)^{2-1}\cdot 1\right) = 1$$

$$\omega_{1}^{\{1,3\}} = \frac{1}{2}\cdot\left((-1)^{2-2}\cdot 4 + (-1)^{2-1}\cdot 0 + (-1)^{2-1}\cdot 2\right) = 1$$

$$\omega_{1}^{\{1,2,3\}} = \frac{1}{3}\cdot\left(\begin{array}{l}(-1)^{3-3}\cdot 10 + \\ (-1)^{3-2}\cdot 3 + (-1)^{3-2}\cdot 4 + (-1)^{3-2}\cdot 5 + \\ (-1)^{3-1}\cdot 0 + (-1)^{3-1}\cdot 1 + (-1)^{3-1}\cdot 2\end{array}\right) = \frac{1}{3}$$

Durch die Addition der Dividenden erhält man den *Shapley*-Wert des Spielers *n=1*:

$$\phi_1 = 0 + 1 + 1 + 1/3 = 2{,}33$$

Für Spieler *n=2* ergeben sich folgende Dividenden:

$$\omega_{2}^{\{2\}} = \frac{1}{1}\cdot\left((-1)^{1-1}\cdot 1\right) = 1$$

$$\omega_{2}^{\{1,2\}} = \frac{1}{2}\cdot\left((-1)^{2-2}\cdot 3 + (-1)^{2-1}\cdot 0 + (-1)^{2-1}\cdot 1\right) = 1$$

$$\omega_{2}^{\{2,3\}} = \frac{1}{2}\cdot\left((-1)^{2-2}\cdot 5 + (-1)^{2-1}\cdot 1 + (-1)^{2-1}\cdot 2\right) = 1$$

$$\omega_2^{\{1,2,3\}} = \frac{1}{3}\cdot\begin{pmatrix} (-1)^{3-3}\cdot 10 + \\ (-1)^{3-2}\cdot 3 + (-1)^{3-2}\cdot 4 + (-1)^{3-2}\cdot 5 + \\ (-1)^{3-1}\cdot 0 + (-1)^{3-1}\cdot 1 + (-1)^{3-1}\cdot 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3}$$

Der daraus resultierende *Shapley*-Wert für den Spieler $n=2$ lautet:

$$\phi_2 = 1 + 1 + 1 + 1/3 = 3{,}33$$

Für Spieler $n=3$ lauten die Dividenden:

$$\omega_3^{\{3\}} = \frac{1}{1}\cdot\left((-1)^{1-1}\cdot 2\right) = 2$$

$$\omega_3^{\{1,3\}} = \frac{1}{2}\cdot\left((-1)^{2-2}\cdot 4 + (-1)^{2-1}\cdot 0 + (-1)^{2-1}\cdot 2\right) = 1$$

$$\omega_3^{\{2,3\}} = \frac{1}{2}\cdot\left((-1)^{2-2}\cdot 5 + (-1)^{2-1}\cdot 1 + (-1)^{2-1}\cdot 2\right) = 1$$

$$\omega_3^{\{1,2,3\}} = \frac{1}{3}\cdot\begin{pmatrix} (-1)^{3-3}\cdot 10 + \\ (-1)^{3-2}\cdot 3 + (-1)^{3-2}\cdot 4 + (-1)^{3-2}\cdot 5 + \\ (-1)^{3-1}\cdot 0 + (-1)^{3-1}\cdot 1 + (-1)^{3-1}\cdot 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3}$$

Daraus ergibt sich ein Shapley-Wert dieses Spielers in Höhe von:

$$\phi_3 = 2 + 1 + 1 + 1/3 = 4{,}33$$

○

Anwendungen des *Shapley*-Wertes (aber auch anderer Wert- und Mengenansätze) auf auf unterschiedliche ökonomische Fragestellungen finden sich bei *Conklin/Lipovetsky (2000)*, *Friedman/Moulin (1999)*, *Hart/Moore (1990)*, *Littlechild/Thomson (1977)*, *Moulin (1995, 2002)*, *Moulin/Vohra (2003)*, *Shapley/ Shubik (1962)*, *Sprumont (2000)*, *van den Nouweland (2005)*, *Wang (1999)* u.v.a.m.
Eine Interpretation des *Shapley*-Wertes im Rahmen eines nichtkooperativen Spiels findet sich u.a. bei *Gul (1989)*, *Harsanyi (1959)* und *Osborne/Rubinstein (1990)*.

2.2.2.3. Die Nowak/Radzik-Lösung

Eine Abwandlung des *Shapley-Wertes* präsentieren *Nowak/Radzik (1994)* mit ihrer *Solidaritätslösung*. Ziel der Verfasser war eine Berücksichtigung von in der Realität beobachtbarem solidarischen Handeln in Verteilungssituationen,[1] die nicht über die ökonomische Beschreibung des Spiels (die charakteristische Funktion) zum Ausdruck kommen und daher über die Lösungsfunktion berücksichtigt werden müssen.
Zur axiomatischen Begründung ihrer Lösung verwerfen *Nowak/Radzik* die in *Shapleys* Postulat (P.II.) implizierte Forderung nach der Nichtentlohnung eines Nullspielers,[2] weisen aber nach, dass ihre Lösung *Shapleys* Axiome (P.I.&III.) sowie das Kriterium der Pareto-Effizienz erfüllt.[3] Wie der *Shapley*-Wert auch, liegt der Solidaritätswert nur bei konvexen Spielen stets im Kern eines Koalitionsspiels.

Merkmal des *Solidaritätswertes* Ψ ist es, die ‚schwächeren' Partner einer Koalition stärker an den Koalitionswerten partizipieren zu lassen als dies im *Shapley-Wert* geschieht.[4] Dazu substituieren *Nowak/Radzik* in der Grundformel des *Shapley-Wertes* die Grenzbeiträge eines Spielers n gemäß (D.II.16.) durch die durchschnittlichen Grenzbeiträge nach (D.II.84.).

Definition D.D.II.44.
Der durchschnittliche Grenzbeitrag des Spielers n zur Koalition $\underline{K}$ ist

$$a_n(\underline{K}) := \frac{\sum_{n \in \underline{K}} \left(v(\underline{K}) - v(\underline{K} \setminus \{n\}) \right)}{\#(\underline{K})} \qquad (D.II.84).$$

○

Der *Shapley*-Wert des Spielers n

$$\phi_n = \sum_{\substack{\underline{K} \subseteq \underline{N} \\ \underline{K} \ni n}} \frac{\left(\#(\underline{K}) - 1\right)! \cdot \left(\#(\underline{N}) - \#(\underline{K})\right)!}{\#(\underline{N})!} \cdot m_n(\underline{K}) \qquad (D.II.85).$$

[1] „to take into account some (unusually subjective and very difficult to measure) social and psychological aspects in a cooperative game"
[2] Vgl. *Nowak/Radzik (1994, 45).*
[3] Vgl. *Nowak/Radzik (1994, 45).* Zum Beweis vgl. *Nowak/Radzik (1994, 46f.)*. Man konstrastiere dies mit der Aussage *Shapleys (1953, 309)*, dass sich der *Shapley*-Wert eindeutig aus diesen drei Axiomen ableiten lasse: „It is remarkable that no further conditions are required to determine the value uniquely."
[4] Vgl. *Nowak/Radzik (1994, 43)*, zu einem Beispiel *Nowak/Radzik (1994, 44)*.

verändert sich durch die Substitution der Grenzbeiträge $m_n(\underline{K})$ durch $a_n(\underline{K})$ zum Solidaritätswert.

Definition D.D.II.45.

Der Solidaritätswert eines Spieler n in einem Koalitionsspiel $\Gamma(\underline{N}, v)$ lautet

$$\psi_n = \sum_{\substack{\underline{K} \subseteq \underline{N} \\ \underline{K} \ni n}} \frac{(\#(\underline{K}) - 1)! \cdot (\#(\underline{N}) - \#(\underline{K}))!}{\#(\underline{N})!} \cdot a_n(\underline{K})$$

$$= \sum_{\substack{\underline{K} \subseteq \underline{N} \\ \underline{K} \ni n}} \frac{(\#(\underline{K}) - 1)! \cdot (\#(\underline{N}) - \#(\underline{K}))!}{\#(\underline{N})!} \cdot \frac{\sum_{n \in \underline{K}} (v(\underline{K}) - v(\underline{K} \setminus \{n\}))}{\#(\underline{K})} \quad \textit{(D.II.86.)}$$

●

Wendet man die *Nowak/Radzik*-Lösung exemplarisch an, so erhält man folgende Solidaritätswerte.

Beispiel B.D.II.18.

Es wird auf die Daten des Beispiels B.D.II.2. zurückgegriffen.
Die Solidaritätswerte der Spieler lauten:

$$\psi_1 = \frac{(1-1)! (3-1)!}{3!} \cdot \frac{(0-0)}{1} + \frac{(2-1)! (3-2)!}{3!} \cdot \frac{(3-1)+(3-0)}{2}$$
$$+ \frac{(2-1)! (3-2)!}{3!} \cdot \frac{(4-2)+(4-0)}{2}$$
$$+ \frac{(3-1)! (3-3)!}{3!} \cdot \frac{(10-5)+(10-4)+(10-3)}{3}$$
$$= \frac{2}{6} \cdot 0 + \frac{1}{6} \cdot 2{,}5 + \frac{1}{6} \cdot 3 + \frac{2}{6} \cdot 6 = \frac{19{,}5}{6} = 2{,}9167$$

$$\psi_2 = \frac{(1-1)! \cdot (3-1)!}{3!} \cdot \frac{(1-0)}{1} + \frac{(2-1)! \cdot (3-2)!}{3!} \cdot \frac{(3-1)+(3-0)}{2}$$
$$+ \frac{(2-1)! \cdot (3-2)!}{3!} \cdot \frac{(5-2)+(5-1)}{2}$$
$$+ \frac{(3-1)! \cdot (3-3)!}{3!} \cdot \frac{(10-5)+(10-4)+(10-3)}{3}$$
$$= \frac{2}{6} \cdot 1 + \frac{1}{6} \cdot 2{,}5 + \frac{1}{6} \cdot 3{,}5 + \frac{2}{6} \cdot 6 = \frac{20}{6} = 3{,}3333$$

$$\psi_3 = \frac{(1-1)!\cdot(3-1)!}{3!}\cdot\frac{(2-0)}{1}+\frac{(2-1)!\cdot(3-2)!}{3!}\cdot\frac{(4-2)+(4-0)}{2}$$
$$+\frac{(2-1)!\cdot(3-2)!}{3!}\cdot\frac{(5-2)+(5-1)}{2}$$
$$+\frac{(3-1)!\cdot(3-3)!}{3!}\cdot\frac{(10-5)+(10-4)+(10-3)}{3}$$
$$=\frac{2}{6}\cdot 2+\frac{1}{6}\cdot 3+\frac{1}{6}\cdot 3{,}5+\frac{2}{6}\cdot 6=\frac{22{,}5}{6}=3{,}75$$

Das Beispiel zeigt den ‚Solidaritätseffekt' der *Nowak/Radzik*-Lösung recht anschaulich.
Während im Vergleich zur *Shapley*-Lösung die Solidaritätslösung für den ‚mittlerstarken' Spieler *n=2* einen unveränderten Wert aufweist, fällt der Solidaritätswert des ‚schwachen' Spielers *n=1* höher aus als sein *Shapley*-Wert. Dies geht zu Lasten des ‚starken' Spielers *n=3*, der aus Solidarität mit Spieler *n=1* gegenüber dem *Shapley*-Wert eine geringere Auszahlung erhält.

○

Aufgrund seiner Konzeption kann der Solidaritätswert als eine Art Synthese aus Egalitätslösung und *Shapley*-Wert verstanden werden. Während das egalitäre Moment in den durchschnittlichen Grenzbeiträgen zum Ausdruck kommt, wird die Gewichtung dieser Grenzbeiträge gemäß der Argumentation des *Shapley*-Wertes vorgenommen. Verdeutlicht man die Vorgehensweise der *Nowak/ Radzik*-Lösung anhand *Shapleys* Argumentation des „random coalition building", so würden im Rahmen des Beitritts neuer Spieler zu einer bereits bestehenden Koalition nicht die Grenzbeiträge von dem neu hinzukommenden Spieler vereinnahmt, sondern der Koalitionswert paritätisch unter den Mitgliedern der Koalition aufgeteilt.

Von allen in dieser Arbeit vorgestellten Wertkonzepten hat die *Nowak/ Radzik*-Lösung wohl die geringste Beachtung gefunden. In Hinblick auf die von dieser Lösung erfüllten Gerechtigkeitspostulate sowie die Anwendungsbeispiele, die von *Nowak/Radzik* zur Rechtfertigung ihrer Lösung angeführt werden, halten wir diese ‚Außenseiterrolle' für nicht nachvollziehbar. Wie sich zeigen wird, kann aber auch diese Lösung nicht die später vorzustellenden Postulate an eine flexibilitätsortientierte Lohnstruktur erfüllen.

2.2.2.4. Der Banzhaf-Wert

Der *Banzhaf*-Wert ist eine Ableitung des *Banzhaf*-Machtindex für Abstimmungsspiele. Er wurde von dem US-amerikanischen Anwalt *Banzhaf (1965, 1968)* zur Analyse von Wahlmännergremien entwickelt.
Wie *Brams/Affuso (1976)* zeigen konnten, stimmt er mit dem von *Coleman (1973)* entwickelten Machtindex überein, so dass er gelegentlich in der Literatur auch als *Banzhaf-Coleman*-Index betitelt wird.
Der *Banzhaf*-Machtindex wurde nachträglich von *Dubey/Shapley (1979)* axiomatisiert, der *Banzhaf*-Wert in seiner Anwendung auf Verteilungsprobleme von *Lehrer (1988)*, *Haller (1994)* und *van den Brink/van der Laan (1998)*.

Der *Banzhaf*-Wert gewichtet die Grenzbeiträge eines Spielers *n* zur Koalition $\underline{K}$ nach (D.II.16.) anders als der *Shapley*-Wert mit dem Faktor $1/2^{N-1}$.
Der Divisor beschreibt die Anzahl der möglichen Koalitionen $\underline{K}\subset\underline{N}$, in denen ein Spieler $n\in\underline{N}$ Mitglied sein kann, was $\#(\wp(\underline{N}\backslash\{n\}))=2^{N-1}$ ergibt.

Der *Banzhaf*-Wert lässt sich wie folgt darstellen.[1]

<u>Definition D.D.II.46.:</u>
Der *Banzhaf*-Wert des Spielers *n* berechnet sich über:

$$\beta_n = \frac{1}{2^{N-1}} \cdot \sum_{\substack{\underline{K}\subseteq\underline{N}\\ \underline{K}\ni n}} \left(v(\underline{K}) - v(\underline{K}\setminus\{n\})\right) \qquad (D.II.87.)$$

●

Eine ausführliche axiomatische Erörterung des *Banzhaf*-Wertes findet sich auch bei *van der Laan (2001)*. So erfüllt der *Banzhaf*-Wert einige grundlegende Forderungen wie die „null player property“, er generiert aber entweder nicht zulässige (die Auszahlungssumme übersteigt den Wert der ‚großen Koalition‘) oder pareto-ineffiziente (die Auszahlungssumme unterschreitet den Wert der ‚großen Koalition‘) Ergebnisse.[2]

<u>Beispiel B.D.II.19.</u>
Es gelten erneut die Daten aus Beispiel B.D.II.2.

Die *Banzhaf*-Werte der einzelnen Spieler berechnen sich wie folgt:

[1] Vgl. statt vieler bei *van den Brink/van der Laan (1998, 569)*.
[2] Vgl. *van den Brink (2001, 315)*.

$$\beta_1 = \frac{1}{4} \cdot \left((0-0) + (3-1) + (4-2) + (10-5) \right)$$

$$= \frac{1}{4} \cdot (0+2+2+5) = \frac{9}{4} = 2{,}25$$

$$\beta_2 = \frac{1}{4} \cdot \left((1-0) + (3-0) + (5-2) + (10-4) \right)$$

$$= \frac{1}{4} \cdot (1+3+3+6) = \frac{13}{4} = 3{,}25$$

$$\beta_3 = \frac{1}{4} \cdot \left((2-0) + (4-0) + (5-1) + (10-3) \right)$$

$$= \frac{1}{4} \cdot (2+4+4+7) = \frac{17}{4} = 4{,}25$$

Auch die *Banzhaf*-Werte lassen sich über eine Tabellendarstellung ermitteln, die das unterschiedliche Vorgehen dieser Lösung im Vergleich zum *Shapley*-Wert verdeutlicht (siehe Tabelle T.D.II.3.).

Tabelle T.D.II.3.: Berechnung der Banhaf-Werte über Grenzbeiträge

	$m_n(\underline{K})$		
Spieler / *Kombination*	*1*	*2*	*3*
(1) *1*	0	-	-
(2) *2*	-	1	-
(3) *3*	-	-	2
(4) *1 2*	2	3	-
(5) *1 3*	2	-	4
(6) *2 3*	-	3	4
(7) *1 2 3*	5	6	7
Σ	9	13	17
β_n	9/4	13/4	17/4

Die Auszahlungen sind nicht pareto-effizient, da $\sum\beta_n = 9{,}75$.

○

Während der *Shapley*-Wert auf Permutationen der Spielermenge $\underline{N}$ beruht, ist der *Banzhaf*-Wert auf der Grundlage von Kombinationen der Elemente von $\underline{N}$ konzipiert.

Aufgrund der durch den *Banzhaf*-Wert generierten unzulässigen bzw. ineffizienten Auszahlungssummen wurde ein normalisierter *Banzhaf*-Wert eingeführt.[1]

Definition D.D.II.47.:
Der normalisiert *Banzhaf*-Wert des Spielers *n* berechnet sich über:

$$\beta_n^{\circ} = g \cdot \beta_n \qquad (D.II.88.)$$

mit

$$g := \frac{v(\underline{N})}{\sum_{n \in \underline{N}} \beta_n} \qquad (D.II.89.)$$

●

Im zuvor erörterten Beispiel wirkt sich die Normalisierung der *Banzhaf*-Werte wie folgt aus.

Beispiel B.D.II.20..
Die normalisierten *Banzhaf*-Werte aus Beispiel B.D.II.19. lauten mit einem Gewichungsfaktor

$$g = \frac{10}{2{,}25 + 3{,}25 + 4{,}25} = \frac{10}{9{,}75}$$

$$\beta_1^{\circ} = g \cdot \beta_1 = 1{,}025 \cdot 2{,}25 = 2{,}30625$$
$$\beta_2^{\circ} = g \cdot \beta_2 = 1{,}025 \cdot 3{,}25 = 3{,}33125$$
$$\beta_3^{\circ} = g \cdot \beta_3 = 1{,}025 \cdot 4{,}25 = 4{,}35625$$

Die Auszahlungssumme ist nun pareto-effizient, da $\sum_n \beta_n^{\circ} \approx 10$.

○

Der *Banzhaf*-Wert hat als Lösungskonzept für Verteilungsprobleme nicht die Verbreitung des *Shapley*-Wertes erreichen können, obwohl er genau jenen Kritikpunkt am *Shapley*-Wert umgeht, wonach das eigentliche Zustandekommen einer Koalition bedeutsamer ist als ihre ‚Entstehungsgeschichte'.[2]

---

[1] Vgl. bei *van den Brink/van der Laan (1998, 569).*
[2] Vgl. *Holler/Illing (2006, 314f.).*

2.2.2.5. Der Nucleolus

Der Nucleolus stellt sowohl im zeitlichen Ablauf der Entwicklung als auch hinsichtlich der Menge der in einem Verhandlungsspiel als ‚instabil' ausgeschlossenen Ergebnisse gleichsam die dritte Stufe in der auf *Aumann/ Maschler* basierenden Verhandlungstheorie dar.[1]
Während die Verhandlungsmenge und der Kernel für viele Verhandlungsspiele aus mehreren Elementen bestehen und als Lösungskonzepte die möglichen Auszahlungen für eine Vielzahl in Frage kommender Koalitionen zu bestimmen versuchen, stellt der Nucleolus gezielt auf die Aufteilung des Wertes der ‚großen Koalition' ab.[2]

Wie auch das Konzept des Kernels beruht der Nucleolus auf den Überschüssen einer Koalition, wobei sich diese hier nicht auf Auszahlungskonfigurationen (die ja wiederum selbst auf unterschiedlichen Partitionen der Menge $\underline{N}$ basieren) beziehen, sondern auf zulässigen Auszahlungsvektoren, die mit den Werten aller möglichen Koalitionen $\underline{K}\subset\underline{N}$ verglichen werden.[3]

Definition D.D.II.48.[4]
Sei u eine Imputation gemäß Definition D.D.II.15.
Der *Überschuss der Koalition* $\underline{K}$ *in Bezug auf* u („*excess of* $\underline{K}$ *with respect to* u") ist definiert als

$$E(\underline{K}) = \upsilon(\underline{K}) - \sum_{n\in\underline{K}} u_n \qquad \text{(D.II.90.).}$$

●

Nach *Schmeidler (1969, S. 1163)* repräsentiert der Überschuss einer Koalition deren *Einstellung* („*attitude*") zu einem Auszahlungsvektor: Je größer der Überschuss, desto größer die Ablehnung eines Auszahlungsvektors durch eine Koalition, je kleiner der Überschuss, desto größer die Zustimmung zu diesem Auszahlungsvektor.

Schmeidler definiert einen Vektor der Überschüsse aller möglichen 2^N Koalitionen in Bezug auf einen Auszahlungsvektor, wobei die Komponenten dieses Vektors nach der Höhe der Überschüsse absteigend angeordnet sind.

---

[1] So *Schmeidler (1969, 1164)*: „(...) the nucleolus is the third stage in the development of the bargaining theory of Aumann and Maschler, coming after ***V*** and ***K***." (Symbolik angepasst, MK)
[2] *Schmeidler (1969, 1163)*: „(...) we suggest an additional answer to the question of how the players of $\underline{N}$ divide the value of $\underline{N}$ among themselves".
[3] Vgl. zu folgenden Definitionen und Interpretationen *Schmeidler (1969, 1163f.)*.
[4] Vgl. *Schmeidler (1969, 1163)*.

Definition D.D.II.49.

Für ein Koalitionsspiel $\Gamma(\underline{N}, v)$ und eine Imputation $\boldsymbol{u} \in \mathrm{IR}^N$ sei

$$\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{u}) = (\theta_1, \theta_2, ..., \theta_l, ..., \theta_{2^N}) \in \mathrm{IR}^{2^N} \qquad (D.II.91.)$$

der Vektor der Überschüsse $E(\underline{K})$ für alle $\underline{K \subset N}$ derart, dass die Komponenten

$$\theta_l = E(\underline{K}) \qquad \text{für } l=1,2,...,2^N, \underline{K \subset N} \qquad (D.II.92.)$$

des Vektors $\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{u})$ *lexikographisch* nach ihrer Höhe absteigend geordnet sind, d.h.

$$\theta_l \geq \theta_{l+1} \qquad \text{für alle } l=1,2, ...,2^N-1 \qquad (D.II.93.).$$

●

Definition D.II.50.

Ein Vektor $\boldsymbol{u}'$ heißt *akzeptabler* oder *lexikographisch kleiner* als ein Vektor $\boldsymbol{u}''$, falls ein Index $ł \in \{1,2,...,2^N-1\}$ existiert, für den gilt:

$$\theta_l(\boldsymbol{u}') = \theta_l(\boldsymbol{u}'') \qquad \text{für alle } l=1, 2, ..., ł-1 \qquad (D.II.94.),$$
$$\theta_ł(\boldsymbol{u}') < \theta_ł(\boldsymbol{u}'') \qquad (D.II.95.).$$

Hierfür wird die Notation eingeführt:

$$\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{u}') \prec \boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{u}'') \qquad (D.II.96.).$$

Gilt

$$\theta_l(\boldsymbol{u}') = \theta_l(\boldsymbol{u}'') \qquad \text{für alle } l=1,2, ...,2^N-1 \qquad (D.II.97.),$$

so sind die Vektoren $\boldsymbol{u}'$ und $\boldsymbol{u}''$ *gleich akzeptabel*.

●

Der Nucleolus selbst besteht aus der Menge derjenigen Überschussvektoren, die nicht inakzeptabel sind.

Definition D.D.II.51.[1]

Der *Nucleolus* eines Koalitionsspiels $\Gamma(\underline{N}, v)$ ist die Menge aller lexikographisch minimalen Imputationen[2]

$$\boldsymbol{N}(\underline{N}, v) = \{\boldsymbol{u}' \mid \boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{u}') \preccurlyeq \boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{u}''), \text{ für alle } \boldsymbol{u}', \boldsymbol{u}'' \in \boldsymbol{I}(\underline{N}, v)\} \qquad (D.II.98.).$$

●

---

[1] Vgl. zu folgenden Definitionen und Interpretationen *Schmeidler (1969, S. 1163-1164).*

[2] Da *Schmeidler* $v(\underline{K})=0$ für alle ‚Einerkoalitionen' unterstellt, bezieht er sich nicht ausdrücklich auf die Menge der Imputationen, sondern fordert lediglich $u_n \geq 0$.

Wie *Schmeidler* zeigt, ist der Nucleolus wie folgt charakterisiert.
1) Im Gegensatz zu anderen Lösungskonzepten, wie etwa dem Kern, ist der Nucleolus niemals leer:[1]

$$\boldsymbol{N}(\underline{N}, \upsilon)\neq\emptyset \qquad \text{(D.II.99.).}$$

2) Im Unterschied zu den Konzepten der Verhandlungsmenge und des Kernels ist die Lösung aufgrund des Konzeptes des Nucleolus eindeutig, d.h. der Nucleolus besteht aus genau einem Auszahlungsvektor:[2]

$$\#(\boldsymbol{N}(\underline{N}, \upsilon))=1 \qquad \text{(D.II.100.).}$$

Er ist daher zu den Wertansätzen zu zählen. *Kohlberg (1971, 62)* bezeichnet den Nucleolus auch als den „akzeptabelsten" („most acceptable") Auszahlungsvektor.
3) So wie der Kernel von *Davis/Maschler* eine Teilmenge der Verhandlungsmenge nach *Aumann/Maschler* bildet, ist der Nucleolus Teilmenge des Kernels.[3]

$$\boldsymbol{N}(\underline{N}, \upsilon)\subseteq\boldsymbol{K}(\underline{N}, \upsilon)\subseteq\boldsymbol{V}(\underline{N}, \upsilon) \quad \text{für alle } \Gamma(\underline{N}, \upsilon)\in \vartheta \qquad \text{(D.II.101.).}$$

Der Nucleolus eines Verhandlungsspiels also stets Teil des Kernels.[4] In konvexen Spielen fällt er mit dem Kernel des Spiels zusammen und liegt im Mittelpunkt des Kerns.[5]

Beispiel B.D.II.21.
Vergleich der *Shapley*- und der *Nowak/Radzik*-Lösung für die Daten des Beispiels B.D.II.2. (Beispiele B.D.II.16.& 18.) mit den beiden Auszahlungsvektoren $\boldsymbol{\phi}$=(2,33; 3,33; 4,33) und $\boldsymbol{\Psi}$=(2,9167; 3,33; 3,75).

Tabelle T.D.II.4.: Überschüsse der Koalitionen in Bezug auf die Shapley- und Nowak/Radzik-Lösung

Vektor / *Koalition*	$E(\underline{K})$ $\boldsymbol{\phi}$	$E(\underline{K})$ $\boldsymbol{\Psi}$
(1) *1*	-2,33	-2,9167
(2) *2*	-2,33	-2,33
(3) *3*	-2,33	-1,75
(4) *1 2*	-2,66	-3,25
(5) *1 3*	-2,66	-2,66
(6) *2 3*	-2,66	-2,0833
(7) *1 2 3*	0	0

Daraus resultieren die lexikographisch geordneten Vektoren der Überschüsse

[1] Vgl. *Schmeidler (1969, 1164)*, zum Beweis *Schmeidler (1969, 1165f.)*
[2] Vgl. *Schmeidler (1969, 1164)*, zum Beweis *Schmeidler (1969, 1166f.)*, *Kohlberg (1971, 63).*
[3] Vgl. *Schmeidler (1969, 1163f.).*
[4] Vgl. *Schmeidler (1969, 1165)*, zum Beweis *Schmeidler (1969, 1167)*
[5] Vgl: *Maschler/Peleg/Shapley (1972, 73)*, zum Beweis *Maschler/Peleg/Shapley (1972, 89f.).*

$$\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{\phi}) = (0, -2{,}33, -2{,}33, -2{,}33, -2{,}66, -2{,}66, -2{,}66)$$
$$\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{\Psi}) = (0, -1{,}75, -2{,}0833, -2{,}33, -2{,}66, -2{,}9167, -3{,}25)$$

Der Vektor $\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{\phi})$ ist lexikographisch kleiner als der Vektor $\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{\Psi})$, es gilt:

$$\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{\phi}) \preccurlyeq \boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{\Psi})$$

Prüft man alle Imputationen auf diese Weise, so erkennt man, dass in diesem Beispiel der *Shapley-Wert* identisch mit dem Nucleolus ist: $\boldsymbol{N}(\underline{N}, v)=\boldsymbol{\phi}(\underline{N}, v)$ Gleichzeitig stimmt er mit dem minimalen ε-Kern überein (siehe Beispiel B.D.II.6.).

○

Letztere Eigenschaft des Nucleolus im Beispiel lässt bereits ein besonderes Verhältnis dieses Wertansatzes zum Kern erkennen.
Der Kern eines Verhandlungsspieles lässt sich auch über die Überschüsse $E(\underline{K})$ nach (D.II.90.) definieren.

Definition D.D.II.52.[1]
Der Kern $\boldsymbol{C}(\underline{N}, v)$ eines N-Personen-Spiels $\Gamma(\underline{N}, v)$ ist die Menge aller Auszahlungsvektoren $\boldsymbol{u}$, für die gilt

$$E(\underline{K}) \leq 0 \quad \text{für alle } \underline{K} \subset \underline{N},\ \underline{K} \neq \varnothing \qquad \textit{(D.II.102.),}$$
$$E(\varnothing)=0,\ E(\underline{N})=0 \qquad \textit{(D.II.103.).}$$

●

Folgt man *Schmeidlers* Interpretation der Überschüsse als die Einstellung der Koalitionen zu Auszahlungsvektoren und deutet man einen positiven Überschuss als Maß für die Ablehnung eines Auszahlungsvektors durch eine Koalition, so lässt sich der Kern als die Menge aller nicht abgelehnten Auszahlungsvektoren beschreiben.
Dies lässt auch erkennen, warum der Nucleolus stets Element des Kerns ist.[2]

Axiomatische Fundierungen des Nucleolus wurden nachträglich u.a. von *Kohlberg (1971)* und *Potters (1991)* vorgenommen.
Derivate Konzepte des Nucleolus sind u.a. der Pre-Nucleolus[3] der ‚per capita'-Nucleolus[4], der Nucleon[5], der ‚disruption'-Nucleolus[6] oder der ‚least square'-Nucleolus,[7] die hier jedoch nicht weiter vorgestellt werden sollen.

---

[1] Vgl. *Schmeidler (1969, 1165).*
[2] Vgl. ausführlich bei *Maschler/Peleg/Shapley (1977).*
[3] Vgl. *Sobolev (1975a).*
[4] Vgl. *Maschler (1992).*
[5] Vgl., *Faigle/Kern/Kuipers (1998).*
[6] Vgl. *Littlechild/Vaidya (1976).*
[7] Vgl. *Ruiz/Valenciano/Zarzuelo (1996).*

Ein gravierendes Problem dieser Lösung ist ihre häufig sehr aufwendige Berechnung.
Tabelle T.D.II.5. enthält eine Übersicht über in der Literatur vorgestellte Berechnungsansätze für den Nucleolus.

Tabelle T.D.II.5.: Komplexität von Berechnungsmodellen für den Nucleolus

Autor(en)	Anzahl der LP-Probleme	Nebenbedingungen	Variablen
Kopelowitz (1967)[1]	$< 2^{\#(\underline{N})-1}$		
Kohlberg (1972)[2]	1	$(2^{\#(\underline{N})})!$	$O(\#(\underline{N}))$
Owen (1974)[3]	1	$4^{\#(\underline{N})}+1$	$2^{\#(\underline{N})+1}+\#(\underline{N})$
Mashler/Peleg/ Shapley (1977)	$O(4^{\#(\underline{N})})$	$O(2^{\#(\underline{N})})$ Zeilen und Spalten	
Dragan (1981)[4]	$\#(\underline{N})-1$	$\#(\underline{N})$ Zeilen, $O(2^{\#(\underline{N})})$ und Spalten	
Sankaran (1991)[5]	$O(2^{\#(\underline{N})})$	siehe oben bei *Maschler/Peleg/Shapley*	
Solymosi (1993)	$< \#(\underline{N})-1$	$O(\#(\underline{N}))$ Zeilen, $O(2^{\#(\underline{N})})$ Spalten	
Potters/Reijnierse/ Ansing (1996)	$< \#(\underline{N})-1$	$< 2^{\#(\underline{N})} + \#(\underline{N}) - 1$ Zeilen, $< 2^{\#(\underline{N})} - 1$ Spalten, $< \#(\underline{N})+1$ Nonzeros	

(*O* := „big O" als Approximation des exakten Polynoms zur Komplexitätsbeschreibung)[6]

Ein Verfahren zur Berechnung des Nucleolus über ausgewogene Mengen findsich bei *Bruyneel (1978, 104-107)*. Andere Verfahren bei *Maschler/Potters/Tijs (1992)*, *Faigle/Kern/Kuipers (2001)*, *Solymosi/Aarts/Driessen (1995)* oder *Fromen (2004)*.

[1] Die Angaben zu *Kopelowitz (1967)* beziehen sich auf die Darstellung des Algorithmus bei *Dragan (1981, 130f.)* und die Ausführungen von *Potters/Reijnierse/Ansing (1996, 757)*.
[2] Der Algorithmus von *Kohlberg (1972)* setzt voraus, daß der Auszahlungsraum des *N*-Personen-Spiels ein Polytop ist. Vgl. hierzu bei *Kohlberg (1972, 34)* und das Beispiel bei *Kohlberg (1972, 36f.)*.
[3] Die hier angegebenen Zahlen ergeben sich eindeutig aus dem von *Owen (1974, 103)* vorgestellten LP-Ansatz.
[4] Die Angabe von *Dragan (1981, 127)*, dass der von ihm vorgeschlagene Algorithmus nach $\#(\underline{N})$-1-maliger Durchführung des entsprechenden LP-Programms zum Nucleolus eines Koalitionsspieles führt, wird von *Potters/Reijnierse/Ansing (1996, 757)* ohne nähere Begründung angezweifelt.
[5] Eine Modifikation des Algorithmus von *Maschler/Peleg/Shapley (1977)*.
[6] Vgl. statt vieler bei *Nemhauser/Wolsey (1988, 57)*.

2.2.2.6. Der *τ*-Wert

Der ***τ***-Wert wurde von *Tijs (1981)* vorgestellt und nachträglich von *Tijs (1987)* axiomatisch fundiert.
Er lässt sich als Kompromiss zwischen einem Idealvektor (*„utopia vector"*) und einem Mindestanspruchsvektor, einer Art Reservationsnutzen bzw. Maximinauszahlung, charakterisieren.[1]

<u>Definition D.D.II.53.</u>[2]
Der Idealvektor $\boldsymbol{m}^*(\underline{N}, v) \in \mathrm{IR}^N$ eines Koalitionsspieles $\Gamma(\underline{N}, v)$ wird über die Grenzbeiträge der Spieler zur großen Koalition beschrieben:[3]

$$m_n^*(\underline{N}, v) := v(\underline{N}) - v(\underline{N}\backslash\{n\}) \qquad \text{für alle } n \in \underline{N} \qquad (D.II.104.)$$

●

Der Idealvektor liegt gewöhnlich nicht im Kern eines Koalitionsspieles.

Die Komponenten des Mindestanspruchsvektors *(„minimal rights vector")* ergeben sich nach *Tijs (1987, 178)* wie folgt:
Angenommen, es bildet sich eine Koalition $\underline{K} \subset \underline{N}$ und alle Spieler $n' \in \underline{K}\backslash\{n\}$ erhalten die Idealauszahlungen $m_{n'}^*(\underline{N}, v)$, so dass der Spieler n das *Residuum („remainder")* $Я_n(\underline{K})$ erhält. Spieler n könnte sich die größte Minimumauszahlung sichern, indem er versucht, diejenige Koalition $\underline{K}$ zu bilden (und dabei seinen Koalitionspartnern deren Idealauszahlungen garantiert), die ihm das höchste Mindestanspruchsniveau verspricht:

<u>Definition D.D.II.54.</u>[4]
Über die Residua des Spielers n

$$Я_n(\underline{K}) := v(\underline{K}) - \sum_{n' \in \underline{K}\backslash\{n\}} m_{n'}^*(\underline{N}, v) \qquad \text{für alle } \underline{K} \subset \underline{N} \qquad (D.II.105.)$$

über alle Koalitionen bestimmt sich dessen Mindestanspruchsniveau

$$\underline{m}_n(\underline{N}, v) := \max_{\substack{\underline{K} \subseteq \underline{N}: \\ \underline{K} \ni n}} \{ Я_n((\underline{N}, v), \underline{K}) \} \qquad (D.II.106.).$$

●

[1] Vgl. *Tijs (1987, 177).*
[2] Vgl. *Tijs (1987, 177).*
[3] Vgl. *Driessen/Tijs (1985, 230).*
[4] Vfl. *Tijs (1987, 178).*

In einem ausgewogenem Spiel gilt stets:[5]

$$\underline{m}_n(\underline{N}, \upsilon) \leq m_n{}^*(\underline{N}, \upsilon) \qquad \text{für alle } n \in \underline{N} \qquad (D.II.107.)$$

und

$$\sum_{n\in \underline{N}} \underline{m}_n(\underline{N}, \upsilon) \leq \upsilon(\underline{N}) \leq \sum_{n\in \underline{N}} m_n{}^*(\underline{N}, \upsilon) \qquad (D.II.108).$$

Definition D.D.II.55.
Der $\boldsymbol{\tau}$-Wert eines Koalitionsspieles $\Gamma(\underline{N}, \upsilon)$ ist derjenige Auszahlungsvektor, für den gilt:

$$\boldsymbol{\tau}(\underline{N}, \upsilon) = \tau \cdot \underline{\boldsymbol{m}}(\underline{N}, \upsilon) + (1-\tau) \cdot \boldsymbol{m}^*(\underline{N}, \upsilon) \qquad (D.II.109.),$$

mit

$$\sum_{n\in \underline{N}} \tau_n = \upsilon(\underline{N}) \qquad (D.II.110.),$$

$$\tau \in [0, 1] \qquad (D.II.111.).$$

●

Wie *Driessen/Tijs (1985, 231)* zeigen, gilt in einem Koalitionsspiel $\Gamma(\underline{N}, \upsilon)$ stets

$$\underline{m}_n(\underline{N}, \upsilon) \leq u_n \leq m_n{}^*(\underline{N}, \upsilon) \qquad \text{für alle } n \in \underline{N},\ u_n \in \boldsymbol{C}(\underline{N}, \upsilon) \qquad (D.II.112.),$$

d.h. die Mindestanspruchsniveau- bzw. die Idealauszahlung eines Spielers sind nie größer bzw. nie kleiner als eine beliebige im Kern des Koalitionsspiels liegende Auszahlung an diesen Spieler.

Der $\boldsymbol{\tau}$-Wert liegt jedoch nicht notwendigerweise im Kern eines Koalitionsspiels (selbst wenn der Kern eines Spieles nicht leer ist). *Driessen/Tijs (1985, 234ff.)* formulieren eine Reihe von Voraussetzungen, unter denen der $\boldsymbol{\tau}$-Wert im Kern eines Koalitionsspieles liegt. Wie *Núñez/Rafels (2002, 414)* zeigen, liegt beispielsweise in Zuordnungsspielen der $\boldsymbol{\tau}$-Wert stets innerhalb des Kerns. Zudem definieren *Driessen/Tijs (1985, 233)* eine Klasse von Spielen, in denen der $\boldsymbol{\tau}$-Wert, der Nucleolus als lexikographisches Zentrum und das Baryzentrum des Kerns übereinstimmen.
Das folgende Beispiel möge das Vorgehen des $\boldsymbol{\tau}$-Wertes illustrieren.

Beispiel B.D.II.22.
Unter Rückgriff auf das Beispiel B.D.II.2. berechnet sich der $\boldsymbol{\tau}$-Wert wie folgt.

$$\boldsymbol{m}^*(\underline{N}, \upsilon) = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}$$

[5] Vgl. *Tijs (1987, 178)*, *Núñez/Rafels (2002, 414)*.

Tabelle T.D.II.6.: Residua und Mindestanspruchsniveaus der Spieler zur Berechnung des $\boldsymbol{\tau}$*-Werts im Beispiel*

1	*2*	*3*
$\text{Я}_1(\{1\})=0\text{-}0=0$	$\text{Я}_2(\{2\})=1\text{-}0=1$	$\text{Я}_3(\{3\})=2\text{-}0=2$
$\text{Я}_1(\{1,2\})=3\text{-}6=\text{-}3$	$\text{Я}_2(\{1,2\})=3\text{-}5=\text{-}2$	$\text{Я}_3(\{1,3\})=4\text{-}5=\text{-}1$
$\text{Я}_1(\{1,3\})=4\text{-}7=\text{-}3$	$\text{Я}_2(\{2,3\})=5\text{-}7=\text{-}2$	$\text{Я}_3(\{2,3\})=5\text{-}6=\text{-}1$
$\text{Я}_1(\{1,2,3\})=$ 10-6-7=-3	$\text{Я}_2(\{1,2,3\})=$ 10-5-7=-2	$\text{Я}_3(\{1,2,3\})=$ 10-6-7=-1
$\underline{m}_1(\underline{N}, v)=0$	$\underline{m}_2(\underline{N}, v)=1$	$m_3(\underline{N}, v)=2$

und damit

$$\underline{\boldsymbol{m}}\left(\underline{N},v\right)=\begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}$$

Für den τ-Wert ergibt sich unter den Bedingungen

$$\tau_1+\tau_2+\tau_3=10 \text{ und } \tau\in[0,1]$$

$$\boldsymbol{\tau}\left(\underline{N},v\right)=\begin{pmatrix}2{,}33\\3{,}33\\4{,}33\end{pmatrix}$$

aufgrund $\tau=0{,}533$.

Er stimmt damit in diesem Beispiel mit dem *Shapley*-Wert, dem Nucleolus und dem minimalen ε-Kern überein.

○

III. Flexibilitätsorientierte Entlohnung im „Linear Production Game“

1. Owens „Linear Production Game“

1.1. Einführung in die spezifische Problemstellung

Die eben vorgestellten spieltheoretischen Lösungskonzepte können auf eine Vielzahl von koalitionstheoretischen Verteilungsproblemen angewendet werden. Dies liegt darin begründet, dass die Entscheidungssituation über die charakteristische Funktion auf die einzelnen Koalitionswerte ‚verdichtet‘ wird, die dann die Grundlage der einzelnen Mengen- oder Wertkonzepte bilden. Wie sich zeigen wird, sind die bekannten Konzepte jedoch nicht geeignet, einer flexibilitätsorientierten Entlohnung gerecht zu werden. Die Gerechtigkeitsvorstellungen, die mit einer solchen Flexibilitätsorientierung assoziiert werden sollten, werden später in Postulaten an eine Entlohnungsfunktion festgehalten. Anschließend wird eine Entlohnungsfunktion vorgestellt, die auf einer qualifikatorisch differenzierten Personalausstattung, wie sie in Teil C. der Arbeit eingeführt wurde, eine Lohnstruktur etabliert, die die in den Postulaten geforderten Eigenschaften aufweist. Schließlich wird gezeigt, dass die bekannten Lösungskonzepte für Koalitionsspiele diesen Anforderungen nicht in allen Fällen genügen.

In diesem Kapitel wird eine Ökonomie mit ausschließlich linearen Produktionsprozessen, d.h. linear-homogene Produktionsfunktionen mit konstanten Skalenerträgen und festen Produktionskoeffizienten, betrachtet.[1] Das Entscheidungskalkül manifestiert sich in einem linearen Optimierungsproblem, das über die zu optimierende Zielfunktion (*Zf.*), die Nebenbedingungen (*Nb.*)sowie die Nichtnegativitätsbedingungen für die Entscheidungsvariablen (*Nnb.*) beschrieben ist.

Es gelten folgende Symbole

$\boldsymbol{I} = \{i \mid i = 1, 2, ..., I\}$	Menge der Inputfaktoren
$\boldsymbol{J}: = \{j \mid j = 1, 2, ..., J\}$	Menge der Endprodukte
x_j	Herstellungsmenge des Produktes j
x_j^*	optimale Herstellungsmenge des Produktes *j*
b_i	Ressourcenausstattung des Faktors *i*
$a_{i,j}$	Produktionskoeffizient
c_j	Zielfunktionskoeffizient des Produktes *j*

[1] Vgl. statt vieler z.B. bei *Fandel (2005, 43ff./51ff.)*, *Nicholson (2005, 195ff.)*.

Damit lautet das Entscheidungsmodell[1]

Zf.:	$Z_P = \sum_{j\in \boldsymbol{J}} c_j \cdot x_j \overset{!}{=} max$	*(D.III.1.)*
Nb.:	$\sum_{j\in \boldsymbol{J}} a_{i,j} \cdot x_j \leq b_i \quad \text{für alle } i \in \boldsymbol{I}$	*(D.III.2.)*
Nnb.:	$x_j \geq 0 \quad \text{für alle } j \in \boldsymbol{J}$	*(D.III.3.)*

bzw. in der Matrix-Form:

Zf.:	$Z_P = \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{x} \overset{!}{=} max$	*(D.III.4.)*
Nb.:	$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b}$	*(D.III.5.)*
Nnb.:	$\boldsymbol{x} \in \mathrm{IR}^{J}_{+}$	*(D.III.6.)*

(mit $\boldsymbol{A}$ als $[I \times J]$-Matrix, $\boldsymbol{c}$ und $\boldsymbol{x}$ als $[J \times 1]$-Vektoren und $\boldsymbol{b}$ als $[I \times 1]$-Vektor).

Den nachfolgenden Ausführungen liegen folgende Konventionen zugrunde:

Die Dimensionen der „rechten Hand“-Seite lauten
für Repetierfaktoren:

$$dim\ (b_i) = \left[\frac{\text{Mengeneinheiten des Faktors } i}{\text{Periode}}\right] \qquad (D.III.7.)$$

,

für Potentialfaktoren:

$$dim\ (b_i) = \left[\frac{\text{Mengeneinheiten} \times \text{Zeiteinheiten des Faktors } i}{\text{Periode}}\right] \qquad (D.III.8.)$$

.

Die Variablen x_j beschreiben die Anzahl der herzustellenden Güter der Art $j \in \boldsymbol{J}$:

$$dim\ (x_j) = \left[\frac{\text{Mengeneinheiten des Outputs } j}{\text{Periode}}\right] \qquad (D.III.9.)$$

.

Die der Produkttechnologiematrix $\boldsymbol{A}$ entnommenen Produktionskoeffizienten $a_{i,j}$ geben den Verbrauch des Repetier- respektive die Nutzung des Potentialfaktors i bei der Herstellung einer Einheit des Produktes j an.

---

[1] Lineare Optimierungsprobleme mit zu minimierender Zielfunktion, „≥“ oder „=“ Bedingungen lassen sich in die hier dargestellte Form überführen. Ggf. kann die Zielfunktion um ein Additiv z_0 (beispielsweise einen Fixkostenblock) ergänzt werden, das jedoch keinen Einfluss auf die optimale Lösung hat. Vgl. *Hillier/Lieberman (1988, 30f.)*.

Die Dimensionen von $\boldsymbol{A}$ lauten
für Repetierfaktoren:

$$dim\ (a_{i,j}) = \left[\frac{\text{Mengeneinheiten des Faktors } i}{\text{Mengeneinheiten des Outputs } j}\right] \qquad (D.III.10.),$$

für Potentialfaktoren:

$$dim\ (a_{i,j}) = \left[\frac{\text{Mengeneinheiten} \times \text{ Zeiteinheiten des Faktors } i}{\text{Mengeneinheiten des Outputs } j}\right] \qquad (D.III.11.).$$

Bezüglich des Potentialfaktors ‚Arbeitskräfte' beschreibt $a_{i,j}$ beispielsweise die für die Herstellung einer Einheit des Produktes j benötigte Zeit (z.B. „Arbeitskräfteminuten pro Endprodukteinheit") der Tätigkeit i (z.B. „Löten", „Dateneingabe" etc.).

In der Zielfunktion wird die Maximierung des mit Erlösen c_j bewerteten Outputs angestrebt:

$$dim\ (c_j) = \left[\frac{\text{Geldeinheiten}}{\text{Mengeneinheiten des Outputs } j}\right]. \qquad (D.III.12.).$$

Auf der Basis solcher Überlegungen formuliert *Owen (1975)* ein besondere Klasse von Koalitionsspielen, das sog. „Linear Production Game", kurz *LPG*. Nachdem im Folgenden das Grundmodell des *LPG* erläutert worden ist, kann anschließend eine Erweiterung des Modells vorgenommen werden, indem die funktionale Flexibilität von Arbeitskräften integriert wird.

1.2. Das Grundmodell des „Linear Production Game"

Owen (1975, 358) interpretiert ein lineares Optimierungsproblem in folgender Weise. Betrachtet wird ein N-Personen-Koalitionsspiel $\Gamma(\underline{N}, \upsilon)$. Der Ressourcenvektor $\boldsymbol{b}^n=(b_1^n,b_2^n,\ldots,b_I^n)^{\mathsf{T}}$ eines Spielers $n \in \underline{N}$ gibt den Umfang der Ressourcen i an, über die ein Spieler verfügt und die er in eine Koalition einzubringen vermag.[1] Die Komponenten b_i des ‚rechte Hand'-Vektors $\boldsymbol{b}(\underline{K})$ stellen die Ausstattung einer Koalition $\underline{K} \subset \underline{N}$ mit Ressourcen dar:[2]

$$b_i(\underline{K}) = \sum_{n \in \underline{K}} b_i^n \qquad (D.III.13.).$$

[1] In Anlehnung an *van Gellekom et al. (2000, 140)* kann auch vom *„Ressourcenbündel"* eines Spielers bzw. einer Koalition gesprochen werden.

[2] Für ein ausführliches Beispiel vgl. bei *Curiel (1997, 19-22)*. Dort entsprechen die eingebrachten Ressourcen Arbeitskräften und Räumlichkeiten zur Kinderbetreuung.

So wird beispielsweise der Arbeitszeitbedarf für eine Tätigkeit i der Summe $b_i(\underline{K})$ als der von einer Koalition $\underline{K}$ bereitgestellten Kapazität zur Erledigung dieser Tätigkeit gegenübergestellt.
Granot (1986, 212) bezeichnet die Annahme (D.III.13.) auch als „additivity assumption“, *van Gellekom et al. (2000, 140)* sprechen von der „pooling“-Eigenschaft der Ressourcen. Koalitionsspiele, die auf derartigen Ressourcenzusammenlegungen beruhen, fasst *Granot (1986, 214)* unter der Bezeichnung „resource games“ zusammen.

Definition D.D.III.1.
Das *„Linear Production Game“ (LPG)* $\Gamma(\underline{N}, \upsilon(\boldsymbol{A},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}))$ nach *Owen(1975)* ist definiert als ein Koalitionsspiel, dessen Werte über die Ausprägungen der Zielfunktionswerte des folgenden linearen Optimierungsproblems bestimmt sind:

Zf.: $$\upsilon(\underline{K}) := \sum_{j\in \boldsymbol{J}} c_j \cdot x_j \overset{!}{=} max \qquad (D.III.14.)$$

Nb.: $$\sum_{j\in \boldsymbol{J}} a_{i,j} \cdot x_j \leq b_i(\underline{K}) = \sum_{n\in \underline{K}} b_i^n \quad \text{für alle } i\in \boldsymbol{I} \qquad (D.III.15.)$$

Nnb.: $$x_j \geq 0 \quad \text{für alle } j\in \boldsymbol{J} \qquad (D.III.16.)$$

bzw. in Matrixschreibweise

$$\upsilon(\underline{K}) := \max\{\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{x}\leq\boldsymbol{b}(\underline{K}), \boldsymbol{x}\in \mathrm{IR}^{J}_{+}\}. \qquad (D.III.17.).$$

Ein *LPG* $\Gamma(\underline{N}, \upsilon(\boldsymbol{A},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}))$ ist damit über die Technologie $\boldsymbol{A}$, die Ressourcenbündel $\boldsymbol{b}$ und den Vektor der Absatzpreise der Produkte $\boldsymbol{c}$ beschrieben, weshalb die Bezeichnung gewählt wird:

$$\Gamma(\underline{N}; \boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}) \equiv \Gamma(\underline{N}, \upsilon(\boldsymbol{A},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c})) \qquad (D.III.18.).$$

Die Menge aller so definierten Spiele wird mit ***£*** bezeichnet.

●

Das Modell beruht auf folgenden Annahmen

- Es wird unterstellt, dass eine zur Koalition $\underline{K}$ gehörende Arbeitskraft n bereit und aufgrund ihrer Qualifikation und ihrer Ressourcenausstattung sowie den raum-zeitlichen Bedingungen in der Lage ist, b_i^n Zeiteinheiten zur Erledigung von Tätigkeit i anzubieten.[1]

[1] *Kossbiel (1994, 77)* nennt dies „Können 1. und 2. Art“. Fragestellungen betreffend die Instruiertheit und motivationale Einflüsse (vgl. dort) seien hier annahmegemäß ausgeblendet. Siehe hierzu die Anmerkungen in den Kapiteln A.I. und B.I.

- Die der Matrix ***A*** zugrunde liegenden Technologien stehen allen möglichen Koalitionen zur Verfügung.
- Die Erlöse c_j sind gegeben.
- Es bestehen keine Beschränkungen auf der Absatzseite, d.h. die produzierten Güter können vollständig abgesetzt werden.[1]

Folgendes Beispiel soll dazu dienen, *Owens* Idee eines *LPG* zu verdeutlichen, indem die Koalitionswerte unmittelbar aus der Ressourcenausstattung der Spieler resultieren.

Beispiel B.D.III.1.
In einem Unternehmen können zwei Produkte ($j=1,2$) hergestellt werden, deren Verkaufserlöse 30€ bzw. 50€ pro Outputeinheit betragen. Das Leistungsprogramm in der Betrachtungsperiode wird mit $\boldsymbol{x}=(x_1, x_2)$ Outputeinheiten bezeichnet.
Der Arbeitszeitbedarf zur Herstellung einer Mengeneinheit des Produktes $j=1$ beträgt eine Arbeitsstunde der Tätigkeit $i=1$; der Arbeitszeitbedarf zur Herstellung einer Mengeneinheit des Produktes $j=2$ beträgt zwei Arbeitsstunden der Tätigkeit $i=2$.
Bei einer Betriebszeit von 40 Stunden pro Woche stehen zwei einfachqualifizierte Teilzeitarbeitskräfte, deren Wochenarbeitszeit 20 Stunden beträgt, zur Verfügung: eine Arbeitskraft mit der Qualifikation $r=1$, die ausschließlich Tätigkeit $i=1$ erledigen kann, und eine Arbeitskraft mit der Qualifikation $r=2$, die ausschließlich Tätigkeit $i=2$ erledigen kann. Daneben steht eine Vollzeitkraft $r=3$ zur Verfügung, die jeweils bis zu 20 Stunden in einer der beiden Tätigkeiten eingesetzt werden kann.

Das Entscheidungsproblem zur Ermittlung der Koalitionswerte lautet:

$$\begin{gathered} v(\underline{K}) = 30 \cdot x_1 + 50 \cdot x_2 \overset{!}{=} max \\ 1 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 \leq b_1(\underline{K}) \\ 0 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 \leq b_2(\underline{K}) \\ x_1, \cdot x_2 \geq 0 \end{gathered}$$

Die charakteristischen Funktionswerte sind der folgenden Tabelle zu entnehmen.

[1] *van Gellekom et al. (2000, 141f.)* ergänzen, dass erst die folgende Bedingung die Beschränktheit des Programms sicherstellt: Wenn $c_j>0$, dann existiert mindestens eine Ressource i, so dass gilt $a_{i,j}>0$. Diese Bedingung ist jedoch durch die grundsätzlichen Charakteristika von Technologien erfüllt. Vgl. hierzu ausführlich statt vieler bei *Kreps (1994, 206ff., insb. 208). Fandel (2005, 39)* nennt dies „Nichtexistenz eines Schlaraffenlandes“.

Tabelle T.D.III.1.: Koalitionswerte des LPG im Beispiel

$\underline{K}$	$\boldsymbol{b}(\underline{K})^{\mathsf{T}}$	x_1	x_2	$v(\underline{K})$
{1}	(20, 0)	20	0	600
{2}	(0, 20)	0	10	500
{3}	(20, 20)	20	10	1100
{1,2}	(20, 20)	20	10	1100
{1,3}	(40, 20)	40	10	1700
{2,3}	(20, 40)	20	20	1600
{1,2,3}	(40, 40)	40	20	2200

○

Auf Grundlage dieser Koalitionswerte können die in Kapitel D.II. vorgestellten Mengen- und Wertansätze angewendet werden. *Owen* stellt zudem eine eigene Lösung für das *LPG* vor, die in Kapitel 1.4. vorgestellt wird. Zunächst erfolgen einige Hinweise auf in der Literatur diskutierte Varianten der eben skizzierten Problemstellung.

1.3. Modellvarianten des „Linear Production Game"

Fernández/Fiestras/García-Jurado/Puerto (2002/2005) diskutieren in zwei Beiträgen ‚dezentralisierte' *LPG*, in denen die Spieler über unterschiedliche Technologien verfügen und der Beitritt zu einer größeren Koalition eine strategische Entscheidung darstellt. Die Variante wird dort als nichtkooperatives Spiel und als Koalitionsspiel ohne transferierbaren Nutzen („NTU-game") erörtert.

Granot (1986) erweitert *Owens LPG* unter Aufhebung der ‚additivity assumption' (D.III.13.) zu einem „Generalized Linear Production Model" und zeigt unter Rückgriff auf die Graphentheorie die Gemeinsamkeiten zu ‚Matching'-Spielen[1] und Netzwerk-Spielen[2] (z.B. „minimum cost spanning tree games").
Rosenmüller (1980), *Billera/Raanan (1981)*, *Rosenmüller/Shitovitz (1998), Timmer/Tijs/Llorca (2000)* und *Flåm/Owen/Saboyá (2005)* untersuchen Eigenschaften von *LPG* in Ökonomien mit einer sehr großen Anzahl von Spielern, *Tijs/Timmer/Llorca/Sánchez-Soriano (2001)* analysieren *LPG* mit einer sehr großen Anzahl von Produktionsprozessen. *Timmer/Borm/Suijs (2000)* betrachten Produktionsprozesse mit Kuppelprodukten.
Eine u.a. bei *Granot (1986)* und *Curiel/Pederzoli/Tijs (1988)* diskutierte Variante des *LPG* besteht darin, dass ein Teil der Ressourcen von Koalitionen (dort

[1] Vgl. bei *Shapley/Shubik (1971/1972)*. Vgl. auch die Literaturhinweise in der Fußnote 5 auf Seite 46.
[2] Vgl. z.B. bei *Markakis/Saberi (2005), Kalai/Zemel (1982)*, *Bird (1976)*, *Granot/Huberman (1981/1984)*.

auch als Netzwerke oder Komitees bezeichnet) kontrolliert wird, die über die Verwendung der betreffenden Ressource abstimmen, wobei von *Curiel/Derks/ Tijs (1989)* auch Spieler betrachtet werden, die innerhalb dieser Komitees ein Vetorecht besitzen. Die von *Sandsmark (1999)* oder *Suijs (1999)* diskutierten Varianten berücksichtigen unsichere Absatzpreise. *Fukuda et al. (2004)* betrachten ein fuzzy-*LPG* mit unscharfen Ressourcenausstattungen.
Darüber hinaus existieren in der Literatur weitere Klassen von Spielen, die aus einer Anwendung von Verhandlungslösungen der Spieltheorie auf Situationen des Ressourcenpoolings mehrerer Akteure vor dem Hintergrund bestimmter Produktionstechnologien betrachtet werden. Beispielhaft seien die Ansätze von *Meinhard (1999, 2002)*, *Funaki/Yamato (1999)* oder *Roemer (1988)* genannt.

1.4. Die Ermittlung koalitionsrationaler Gleichgewichtspreise im „Linear Production Game“

Wie *Owen (1975, 359f.)* beweist, ist ein *LPG* ein ausgewogenes Spiel (siehe Definition D.D.II.9.):

- es ist damit zugleich ein wesentliches und properes Koalitionsspiel,
- der höchste Wert aller Koalitionen wird von der ‚großen Koalition‘ $\underline{N}$ erzielt,
- der Kern eines *LPG* ist niemals leer.

Ein *LPG* ist sogar völlig ausgewogen, da jedes Teilspiel im Sinne der Betrachtung einer Untermenge von $\underline{N}$ ausgewogen ist.[1] Diese Koalitionsspiele gehören ebenso wie die „Assignment Games“ zur Klasse der sogenannten *Marktspiele*.[2]
Die Eigenschaft der Superadditivität (D:II.4.) eines *LPG* folgt aus der Linearität der Produktionsprozesse. Der ökonomische Erfolg aus dem Pooling der Ressourcen zweier Koalitionen ist nämlich mindestens so hoch wie die Summe deren Werte $v(\underline{K})$, da im ungünstigsten Fall deren Produktionsprogramme aufrechterhalten werden, möglicherweise jedoch ökonomisch effizientere Produktionsverfahren gewählt werden können.[3]

---

[1] Vgl. *Owen (1975, 360)*. Ein Beweis dieser Aussage findet sich auch bei *Granot (1986, 215)* und *Curiel (1997, 23f.)*.
[2] Vgl. hierzu *Samet/Zemel (1984, 309)*. Diese sind u.a. durch identische Nutzenfunktionen aller beteiligten Spieler gekennzeichnet. Diese Klasse von Spielen geht auf *Shapley/Shubik (1969)* zurück. Vgl. dort auch zu den Eigenschaften von Marktspielen. Wie bereits *Shapley/Shubik (1969)* gezeigt hatten, sind Marktspiele nicht nur ausgewogen, sondern sogar vollständig ausgewogen.
[3] Vgl. bei *van Gellekom et al. (2000, 140)*.

Da ein *LPG* stets einen nichtleeren Kern aufweist, ist es aufgrund von dessen fundamentalen Stabilitätseigenschaften naheliegend, für die Verteilung der Koalitionsgewinne eine Lösung im Kern zu des *LPG* generieren.

Definition D.D.III.2.
Eine (Mengen-)Lösung Φ auf $\boldsymbol{\pounds}$ ist eine Funktion, die jedem „Linear Production Game“ $\Gamma(\underline{N}; \boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}) \in \boldsymbol{\pounds}$ einen (oder mehrere) N-dimensionale(n) Auszahlungsvektor(en) zuordnet.[1]

●

Zur Ermittlung einer solchen Lösung schlägt *Owen (1975, 360f.)* vor, den dualen Planungsansatz des *LPG* für die große Koalition zu lösen. Dieses Vorgehen hat im Rahmen koalitionstheoretischer Verteilungsprobleme eine lange Tradition und geht auf die Theoreme von *Bondareva (1963)* und *Shapley (1967)* zurück. In bestimmten Klassen von Spielen, wie beispielsweise dem bekannten „Assignment Games“ von *Shapley/Shubik (1971/1972)*, lässt sich der Kern eines Koalitionsspieles sogar vollständig über das duale Programm des Zuordnungsproblems für die große Koalition beschreiben.[2]
Zu jedem *primalen* linearen Optimierungsproblem existiert ein *duales* lineares Optimierungsproblem, beschrieben über die zu optimierende Zielfunktion unter den Nebenbedingungen bei Beachtung der Nichtnegativitätsbedingungen:[3]

	primales Problem	*duales Problem*	
Zf.:	$Z_P = \sum_{j=1}^{n} c_j \cdot x_j \overset{!}{=} max$	$Z_D = \sum_{i=1}^{m} b_i \cdot y_i \overset{!}{=} min$	*(D.III.19a,b)*
Nb.:	$\sum_{j=1}^{n} a_{i,j} \cdot x_j \le b_i \quad \forall\ i = 1, 2, \ldots, m$	$\sum_{i=1}^{m} a_{i,j} \cdot y_i \ge c_j \quad \forall\ j = 1, 2, \ldots, n$	*(D.III.20a,b)*
Nnb.:	$x_j \ge 0 \quad \forall\ j = 1, 2, \ldots, n$	$y_i \ge 0 \quad \forall\ i = 1, 2, \ldots, m$	*(D.III.21a,b)*

bzw. in der Matrix-Form:

Zf.:	$Z_P = \boldsymbol{c}^T \cdot \boldsymbol{x} \overset{!}{=} max$	$Z_D = \boldsymbol{b}^T \cdot \boldsymbol{y} \overset{!}{=} min$	*(D.III.22a,b.)*
u.d.N.:	$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{x} \le \boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{A}^T \cdot \boldsymbol{y} \ge \boldsymbol{c}$	*(D.III.23a,b.)*
NNB.:	$\boldsymbol{x} \ge \boldsymbol{0}$	$\boldsymbol{y} \ge \boldsymbol{0}$	*(D.III.24a,b.)*

[1] Siehe auch Definition D.D.II.18.
[2] Vgl. *Shapley/Shubik (1971, 14-16/1972, 117f.)*.
[3] Vgl. statt vieler ausführlich bei *Gale (1960, 74-96)*.

(mit $\boldsymbol{A}$ als [m×n]-Matrix, $\boldsymbol{c}$ und $\boldsymbol{x}$ als [n×1]-Vektoren, $\boldsymbol{b}$ und $\boldsymbol{y}$ als [m×1]-Vektoren sowie $\boldsymbol{0}$ als „Nullvektoren" der Dimension [n×1] bzw. [m×1]).
Der duale Ansatz für das *„Linear Production Game"* lautet:

Zf.: $$Z_D = \sum_{i \in \boldsymbol{I}} b_i(\underline{K}) \cdot y_i \overset{!}{=} min \qquad (D.III.25.)$$

Nb.: $$\sum_{i \in \boldsymbol{I}} a_{i,j} \cdot y_i \geq c_j \quad \text{für alle } j \in \boldsymbol{J} \qquad (D.III.26.)$$

Nnb.: $$y_i \geq 0 \quad \text{für alle } i \in \boldsymbol{I} \qquad (D.III.27.)$$

bzw. in Matrix-Form

Zf.: $$Z_D = \boldsymbol{b}(\underline{K})^\mathsf{T} \cdot \boldsymbol{y} \overset{!}{=} min \qquad (D.III.28.)$$

Nb.: $$\boldsymbol{A}^\mathsf{T} \cdot \boldsymbol{y} \geq \boldsymbol{c} \qquad (D.III.29.)$$

Nnb.: $$\boldsymbol{y} \geq \boldsymbol{0} \qquad (D.III.30.)$$

mit $\boldsymbol{y}$ als [I×1]-Vektor.

Die Dimension der Variablen lautet gemäß den zugrunde gelegten Konventionen

$$dim\ (y_i) = \left[\frac{\text{Geldeinheiten}}{\text{Mengeneinheiten} \times \text{Zeiteinheiten des Faktors } i}\right].$$

Die Menge der zulässigen Lösungen des Problems (D.III.29./30.) sei

$$\mathbf{Y} = \{\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{A}^\mathsf{T} \cdot \boldsymbol{y} \geq \boldsymbol{c}, \boldsymbol{y} \in \mathrm{IR}^I_+\} \qquad (D.III.31.).$$

Wie an späterer Stelle nochmals ausführlich erörtert wird, stimmen die optimalen Zielfunktionswerte des primalen und des dualen Problems überein. Es gilt:

$$v(\underline{K}) = \min\{\boldsymbol{b}(\underline{K})^\mathsf{T} \cdot \boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{y} \in \mathbf{Y}\} \qquad (D.III.32.).$$

Die Menge der optimalen Lösungen des Problems (D.III.28.-30.) sei

$$\mathbf{Y}^*(\underline{K}) = \{\boldsymbol{y} \in \mathbf{Y} \mid \boldsymbol{b}(\underline{K})^\mathsf{T} \cdot \boldsymbol{y} = v(\underline{K})\} \qquad (D.III.33.).$$

Für den Wert der ‚großen Koalition' $\underline{N}$ erhält man beispielsweise

$$v(\underline{N}) = b_1(\underline{N}) \cdot y_1^* + b_2(\underline{N}) \cdot y_2^* + \ldots + b_I(\underline{N}) \cdot y_I^* \qquad (D.III.34.),$$

mit $b_i(\underline{N})$ wie in (D.III.13.) definiert und $\boldsymbol{y}^* \in \mathbf{Y}^*(\underline{N}) =(y_1^*, y_2^*, ..., y_i^*, ..., y_I^*)^\mathsf{T}$ als ein die Zielfunktion des Duals minimierender Lösungsvektor.
Die Ausprägungen der Variablen y_i^* werden im Rahmen der Dualitätstheorie häufig als „Schattenpreise", „Knappheitspreise", „monetäre Grenzproduktivität" oder „Opportunitätskosten" für jeweils eine Mengeneinheit bzw. Mengenzeiteinheit des Inputfaktors *i* interpretiert.[1] *Owen (1975, 362)* deutet diese Variablen als *„Gleichgewichtspreise"* (*„equilibrium prices"*). Danach wird die Faktorausstattung eines Spielers mit den Gleichgewichtspreisen bewertet.

<u>*Definition D.D.III.3.*</u>[2]
Sei Φ_n^{O} die Auszahlung an Spieler *n* in Abhängigkeit von seiner Ressourcenausstattung $\boldsymbol{b}^n$ und eines Vektors von Gleichgewichtspreisen $\boldsymbol{y}^* \in \mathbf{Y}^*(\underline{N})$.

$$\Phi_n^{\mathrm{O}} = b_1^n \cdot y_1^* + b_2^n \cdot y_2^* + \ldots + b_I^n \cdot y_I^* \qquad \textit{(D.III.35.)}.$$

Sei $\boldsymbol{\Phi}^O = (\Phi_I^{\mathrm{O}}, \Phi_2^{\mathrm{O}}, ..., \Phi_N^{\mathrm{O}})$ ein *N*-dimensionalen Auszahlungsvektor.

Die *Owen*-Lösung $\Phi^O(\underline{N}; \boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$ ist die Menge dieser Auszahlungsvektoren

$$\Phi^O(\underline{N}; \boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}) = \{\boldsymbol{\Phi}^O \mid \Phi_n^{\mathrm{O}} = \boldsymbol{b}^n \cdot \boldsymbol{y}^* \quad \text{für alle } n \in \underline{N}, \boldsymbol{y}^* \in \mathbf{Y}^*(\underline{N})\} \qquad \textit{(D.III.36.)}.$$

●

Aufgrund ihrer Zugehörigkeit zu den Mengenlösungen wird die *Owen-Lö*sung in der Literatur auch als *„Owen Set"*[3] bezeichnet.

Die „Gleichgewichtseigenschaft" dieser aus dem dualen Problem abgeleiteten Faktorbewertungen lässt sich wie folgt erklären:
Wie *Owen (1975, 361f.)* zeigt, sind die Auszahlungsvektoren $\boldsymbol{\Phi}^O$ im Kern des betreffenden *LPG*:[4]

$$\Phi^O(\underline{N}; \boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}) \subseteq \boldsymbol{C}(\underline{N}; \boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}) \quad \text{für alle } \Gamma(\underline{N}; \boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}) \in \pounds \qquad \textit{(D.III.37.)}.$$

Die Auszahlungsvektoren der *Owen*-Lösung repräsentieren somit individuell- und koalitionsrationale Auszahlungskonstellationen, die von keiner anderen Auszahlungskonstellation dominiert werden und somit von keinem Spieler oder einer Gruppe von Spielern verworfen werden können. Dies begründet die

[1] Vgl. statt vieler ausführlich bei *Hillier/Lieberman (1988, 80-83 u.130-133)*. Vgl. zu dieser Interpretation im Rahmen von LP-Spielen auch *Markakis/Saberi (2005 4)*, *van Gellekom et al. (2000, 143)*, *Samet/Zemel (1984, 309f.)*, *Fukuda et al. (2004, 4)*.
[2] Vgl. *Owen (1975, 361f.)*
[3] Vgl. *van Gellekom et al. (2000)*.
[4] Vgl. auch den Beweis bei *Granot (1986, 216)* oder *Fukuda et al. (2004, 5)*

„Gleichgewichtseigenschaft“ des aus den Gleichgewichtspreisen abgeleiteten Auszahlungsvektors (siehe Kapitel D.II.2.2.1.).

Beispiel B.D.III.2
(Fortsetzung des Beispiels B.D.III.1.)
Für die ‚große Koalition‘ $\underline{N}=\{1,2,3\}$ lautet das dual Problem:

$$\begin{gathered} v(\underline{N}) = 40\cdot y_1 + 40\cdot y_2 \overset{!}{=} min \\ 1\cdot y_1 + 0\cdot y_2 \geq 30 \\ 0\cdot y_1 + 2\cdot y_2 \geq 50 \\ y_1, y_2 \geq 0 \end{gathered}$$

Für dieses duale Problem existiert genau eine Lösung und zwar die Gleichgewichtspreise

$$y_1^{*}=30 \text{ und } y_2^{*}=25,$$

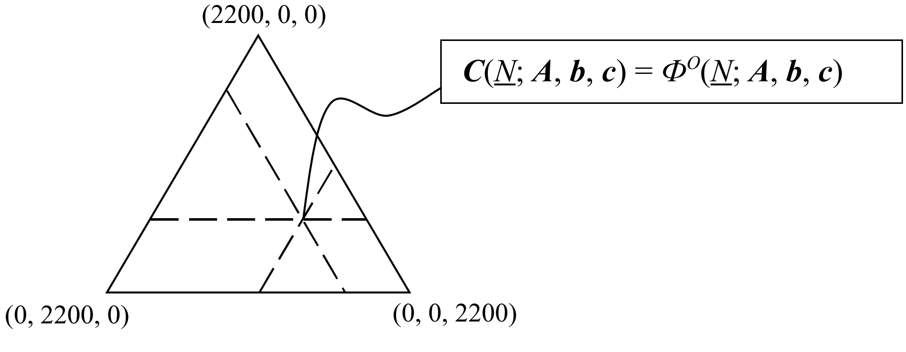
was bei einem Zielfunktionswert von 2200 dem Wert der ‚großen Koalition‘ $\underline{N}$ entspricht. Die *Owen*-Lösung ist im Beispiel einelementig und somit eindeutig.

Daraus resultieren folgende Auszahlungen an die drei Spieler:

$$\begin{gathered} \Phi^{O}{}_{1} = 20\cdot 30 + \ \ 0\cdot 25 = 600 \\ \Phi^{O}{}_{2} = \ \ 0\cdot 30 + 20\cdot 25 = 500 \\ \Phi^{O}{}_{3} = 20\cdot 30 + 20\cdot 25 = 1100 \end{gathered}$$

Wie sich überprüfen lässt, liegt diese Auszahlung im Kern des *LPG*. Im Beispiel wurde die Entscheidungssituation so gewählt, dass der Kern des betreffenden Koalitionsspiels lediglich aus einer Auszahlungskombination besteht, nämlich $\boldsymbol{C}$=(600, 500, 1100), was genau dem Auszahlungsvektor $\boldsymbol{\Phi}^{O}$ nach Owen entspricht.

Abbildung A.D.III.1: Kern und Owen-Lösung des „Linear Production Game“ im Beispiel



○

1.5. Anmerkungen zum Kern des „Linear Production Game"

Wie *Owen (1975, 361f.)* zeigen konnte, lässt sich durch die von ihm über das Dual des *„Linear Production Game"* konstruierte Auszahlungsfunktion ein Vektor im Kern des Koalitionsspiels ermitteln. Andererseits kann von der *Owen*-Lösung nicht auf Lage und Größe des Kerns zurückgeschlossen werden. Während beispielsweise im „Assignment Game" *von Shapley/Subik (1971/1972)* alle Auszahlungen des Kerns über die Restriktionen des dualen Problems beschrieben werden und entsprechend leicht der Kern eines solchen Koalitionsspieles über sämtliche zulässigen und optimalen Lösungen des Duals bestimmt werden kann, lässt sich der Kern eines „Linear Production Game" nicht so einfach feststellen,[1] was folgendes Beispiel illustrieren möge.

Beispiel B.D.III.3
In einem Einproduktunternehmen fallen zur Herstellung eines Produktes zwei Tätigkeiten ($i = 1,2$) an; der Verkaufserlös beträgt 10 € pro Outputeinheit. Der Arbeitszeitbedarf für die Herstellung einer Mengeneinheit des Produktes beträgt jeweils einen halbe Arbeitsstunde an jeder Tätigkeit.
Es stehen dem Unternehmen mit einer Betriebszeit von 40 Stunden in der Betrachtungsperiode zwei einfachqualifizierte Arbeitskräfte zur Verfügung, und zwar eine Teilzeitkraft mit der Qualifikation $r=1$, die ausschließlich zur Erledigung des $i=1$ herangezogen werden kann, und eine Vollzeitkraft mit der Qualifikation $r=2$, die ausschließlich Tätigkeit $i=2$ erledigen kann. Andere Faktorbedarfe kommen nicht vor.
Zusammengefasst gilt:

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0{,}5 \\ 0{,}5 \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 20 \\ 40 \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 10 \end{pmatrix}$$

Der (primale) Ansatz zur Bestimmung des maximalen Koalitionswerte lautet:

$$\begin{gathered} v(\underline{K}) = 10 \cdot x \overset{!}{=} max \\ 0{,}5 \cdot x \leq b_1(\underline{K}) = 20 \\ 0{,}5 \cdot x \leq b_2(\underline{K}) = 40 \\ x \geq 0 \end{gathered}$$

Die charakteristische Funktion des Koalitionsspieles lautet:
$v(1)=0$ (mit $b_1(1)=20$ und $b_2(1)=0$)
$v(2)=0$ (mit $b_1(2)=0$ und $b_2(2)=40$)
$v(1,2)=400$ (mit $b_1(1,2)=20$ und $b_2(1,2)=40$) aufgrund eines Outputs von 40.

[1] Vgl. *Owen (1975, 362)*.

Der Kern des Spieles besteht aus den Auszahlungen

$$\boldsymbol{C}(\underline{N}, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})=\{\boldsymbol{u}|u_1, u_2 \geq 0, u_1+u_2=400\}.$$

Für die ‚große Koalition' $\underline{N}=\{1, 2\}$ lautet das Dual:

$$\upsilon(\underline{N}) = 20 \cdot y_1 + 40 \cdot y_2 \overset{!}{=} min$$
$$0{,}5 \cdot y_1 + 0{,}5 \cdot y_2 \geq 10$$
$$y_1, y_2 \geq 0$$

Für dieses duale Problem existiert *genau eine* Lösung, und zwar $y_1^*=20$ und $y_2^*=0$. Daraus resultiert der Auszahlungsvektor $\boldsymbol{\Phi}^O=(400, 0)$, d.h. die Arbeitskraft $r=2$ erhält in diesem Fall nichts. Alle anderen Auszahlungsvektoren des Kerns stellen keine optimale Lösung des Duals dar.

○

Anders als im Beispiel *B.D.III.2.* ist der Kern hier nicht einelementig, die Lösung nach *Owen* stellt also nur eine von unendlich vielen (reellwertigen) Ergebnissen im Kern des Koalitionsspieles dar.
In Beispiel *B.D.III.3* existiert lediglich ein Vektor von Gleichgewichtspreisen, es können jedoch auch degenerierte Fälle vorliegen, in denen mehrere optimale Lösungen existieren. Auch dann gilt: Grundsätzlich liegen *alle* aus der Menge der optimalen Lösungen des dualen Problems abgeleiteten Auszahlungsvektoren stets im Kern des *„Linear Production Game"*,[1] dennoch müssen beide Mengen nicht identisch sein,[2] wie obiges Beispiel zeigt.

Zur Ermittlung des Kerns des *„Linear Production Game"* wäre die Berechnung der Werte aller 2^N-1 nichtleeren Elemente der Potenzmenge $\wp(\underline{N})$ über die Menge aller Spieler der ‚großen Koalition' notwendig. Ungeachtet der guten Lösbarkeit auch großer linearer Modelle, wäre für die Bestimmung der Werte $\upsilon(\underline{K})$ ein hoher Formulierungs- und Rechenaufwand notwendig.
Bjørndal/Jørnsten (2002, 6) schlagen vor, zur Abschätzung von Ober- und Untergrenzen des Kerns eines *„Linear Production Game"* folgendes, auf einem Verfahren der Zeilen- und Spaltenaggregation für LP-Probleme von *Zipkin (1980a,b)* beruhendes Vorgehen anzuwenden:

Sei $\boldsymbol{x}^*$ der den Wert der ‚großen Koalition'

$$\upsilon(\underline{N}) = \boldsymbol{c}^{\mathsf{T}} \cdot \boldsymbol{x}^* = \max\{\boldsymbol{c}^{\mathsf{T}} \cdot \boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b}(\underline{N}), \boldsymbol{x} \in \mathrm{IR}^J_+\} \qquad \textit{(D.III.38.)}$$

---

[1] Vgl. ausführlich auch bei *Samet/Zemel (1984)*.
[2] Vgl. auch bei *van Gellekom et al. (2000, 140)*.

generierende zulässige Outputvektor, so lässt sich der kleinstmögliche Wert der Koalition $\underline{K}$ im betreffenden Spiel $\Gamma(\underline{N}, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$ wie folgt abschätzen:

$$\upsilon(\underline{K})_u = \max\{\boldsymbol{c}^{\mathsf{T}}\cdot\boldsymbol{x}^*\cdot\varsigma \mid \boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{x}^*\cdot\varsigma \leq \boldsymbol{b}(\underline{K}),\ \varsigma\in \mathrm{IR}^1_+\} \qquad (D.III.39.).$$

Beispiel B.D.III.4

In einem 3-Personen-Spiel lauten die Ressourcenausstattungen der Spieler in Zeiteinheiten pro Periode für die beiden Tätigkeit $i=1,2$:

$$\boldsymbol{b}_1 = \begin{pmatrix} 20 \\ 20 \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{b}_2 = \begin{pmatrix} 10 \\ 30 \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{b}_3 = \begin{pmatrix} 15 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Die Mengenzeiteinheiten der Tätigkeit $q=1,2$ für die Herstellung eines der drei Endprodukte $j=1,2,3$ sind der Technologiematrix $\boldsymbol{A}$ festgelegt, andere Faktoren sind nicht zu berücksichtigen:

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 10 \end{pmatrix}$$

Der Vektor der Absatzpreise pro Einheit sei

$$\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Die nachfolgende Tabelle gibt Auskunft über die Ressourcenausstattungen der Koalitionen sowie die optimalen Outputeinheiten in der Betrachtungsperiode.

Tabelle T.D.III.2.: Koalitionswerte des LPG im Beispiel

$\underline{K}$	$\boldsymbol{b}(\underline{K})^{\mathsf{T}}$	x_1	x_2	x_3	$\upsilon(\underline{K})$
$\{1\}$	(20, 20)	3,333	6,667	0	36,667
$\{2\}$	(10, 30)	0	10	1	38
$\{3\}$	(15, 5)	2,5	0	0	12,5
$\{1,2\}$	(30, 50)	1,667	23,333	0	78,333
$\{1,3\}$	(35, 25)	7,5	5	0	52,5
$\{2,3\}$	(25, 35)	2,5	15	0	57,5
$\{1,2,3\}$	(45, 55)	5,833	21,667	0	94,167

Wie oben beschrieben, sei $\boldsymbol{x}^*$ der den Wert der großen Koalition bestimmende Outputvektor:

$$\boldsymbol{x}^* = \begin{pmatrix} 5\frac{5}{6} \\ 21\frac{2}{3} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Um gemäß (D.III.38.) die Untergrenzen der Werte der Koalitionen abzuschätzen, erhält man für

$$\boldsymbol{c}^{\mathsf{T}}\cdot\boldsymbol{x}^*\colon \begin{pmatrix} 5 & 3 & 8 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 5\frac{5}{6} \\ 21\frac{2}{3} \\ 0 \end{pmatrix} = 94\frac{1}{6}$$

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{x}^*\colon \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 10 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 5\frac{5}{6} \\ 21\frac{2}{3} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 45 \\ 55 \end{pmatrix}$$

Die beiden Vektoren beschreiben den ökonomischen Erfolg, sprich den Wert der großen Koalition, und den Faktorbedarf zu dessen Erzielung.

Nach *Bjørndal/Jørnsten (2002, 6ff.)* lassen sich über das kontinuierliche Knapsack-Problem (D.III.39.) die Untergrenzen für die Werte der einzelnen Koalitionen abschätzen.[1]

$$\begin{aligned}
\upsilon(1)_u &= \max\{94{,}167\cdot\varsigma\colon 45\cdot\varsigma\leq 20,\ 55\cdot\varsigma\leq 20,\ \varsigma\in \mathrm{IR}^1{}_+\} \\
&= 94{,}167\cdot\min\{20/45,\ 20/55\} = 94{,}167\cdot(20/55) = 34{,}242 \\
\upsilon(2)_u &= \max\{94{,}167\cdot\varsigma\colon 45\cdot\varsigma\leq 10,\ 55\cdot\varsigma\leq 30,\ \varsigma\in \mathrm{IR}^1{}_+\} \\
&= 94{,}167\cdot\min\{10/45,\ 30/55\} = 94{,}167\cdot(10/45) = 20{,}926 \\
\upsilon(3)_u &= \max\{94{,}167\cdot\varsigma\colon 45\cdot\varsigma\leq 15,\ 55\cdot\varsigma\leq 5,\ \varsigma\in \mathrm{IR}^1{}_+\} \\
&= 94{,}167\cdot\min\{15/45,\ 5/55\} = 94{,}167\cdot(5/55) = 8{,}56 \\
\upsilon(1,2)_u &= \max\{94{,}167\cdot\varsigma\colon 45\cdot\varsigma\leq 30,\ 55\cdot\varsigma\leq 50,\ \varsigma\in \mathrm{IR}^1{}_+\} \\
&= 94{,}167\cdot\min\{30/45,\ 50/55\} = 94{,}167\cdot(30/45) = 62{,}778 \\
\upsilon(1,3)_u &= \max\{94{,}167\cdot\varsigma\colon 45\cdot\varsigma\leq 35,\ 55\cdot\varsigma\leq 25,\ \varsigma\in \mathrm{IR}^1{}_+\} \\
&= 94{,}167\cdot\min\{35/45,\ 25/55\} = 94{,}167\cdot(25/55) = 42{,}803 \\
\upsilon(2,3)_u &= \max\{94{,}167\cdot\varsigma\colon 45\cdot\varsigma\leq 25,\ 55\cdot\varsigma\leq 35,\ \varsigma\in \mathrm{IR}^1{}_+\} \\
&= 94{,}167\cdot\min\{25/45,\ 35/55\} = 94{,}167\cdot(25/45) = 52{,}315 \\
\upsilon(1,2,3)_u &= \max\{94{,}167\cdot\varsigma\colon 45\cdot\varsigma\leq 45,\ 55\cdot\varsigma\leq 55,\ \varsigma\in \mathrm{IR}^1{}_+\} \\
&= 94{,}167\cdot\min\{45/45,\ 55/55\} = 94{,}167\cdot 1 = 94{,}167
\end{aligned}$$

○

[1] Zu Knapsack-Problemen vgl. statt vieler sehr ausführlich bei *Nemhauser/Wolsey (1988)* oder *Kellerer et al. (2004)*.

Der Vergleich der mit (D.III.39.) abgeschätzten Untergrenzen der Koalitionswerte $\upsilon(\underline{K})_u$ mit den tatsächlichen Koalitionswerten $\upsilon(\underline{K})$ zeigt, dass die Untergrenzen im Beispiel tatsächlich nicht unterschritten werden.

Wie *Bjørndal/Jørnsten (2002, 9f.)* allgemein nachweisen, gilt für die Werte $\upsilon(\underline{K})_u$ und $\upsilon(\underline{K})$ stets

$$\upsilon(\underline{K})_u \leq \upsilon(\underline{K}) \quad \text{für alle } \underline{K \subset N} \qquad \textit{(D.III.40.).}$$

Dagegen gilt

$$\upsilon(\underline{K})_u = \upsilon(\underline{K}) \qquad \textit{(D.III.41.)}$$

dann und nur dann, wenn $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^*\cdot\boldsymbol{\varsigma}$ die optimale Lösung von (D.III.17.) ist.

Die Obergrenzen $\upsilon(\underline{K})^o$ der Koalitionswerte im „Linear Production Game" lassen sich nach *Bjørndal/Jørnsten (2002, 11ff.)* über die Lösung des Problems

$$\upsilon(\underline{K})_o = \min\{\boldsymbol{b}(\underline{K})^\mathsf{T}\cdot\boldsymbol{y}^*\cdot\boldsymbol{\eta} \mid \boldsymbol{A}^\mathsf{T}\cdot\boldsymbol{y}^*\cdot\boldsymbol{\eta}\geq\boldsymbol{c},\, \boldsymbol{\eta}\in \mathrm{IR}^I_+\} \qquad \textit{(D.III.42.)}$$

ermitteln, wobei $\boldsymbol{y}^*$ den Vektor der optimalen Lösung des dualen Problems

$$\upsilon(\underline{N}) = \boldsymbol{b}(\underline{N})^\mathsf{T}\boldsymbol{\cdot y}^* = \min\{\boldsymbol{b}(\underline{N})^\mathsf{T}\boldsymbol{\cdot y}\ \boldsymbol{\eta} \mid \boldsymbol{A}^\mathsf{T}\cdot\boldsymbol{y}\geq\boldsymbol{c},\, \boldsymbol{y}\in \mathrm{IR}^I_+\} \qquad \textit{(D.III.43.)}$$

angibt.

<u>Beispiel B.D.III.5</u>

Für die große Koaliton $\underline{N}$ erhält man im Beispiel B.D.III.4. den Lösungsvektor des Duals

$$\boldsymbol{y}^* = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ 1\frac{1}{6} \end{pmatrix},$$

der zum maximalen Koalitionswert führt

$$\boldsymbol{b}(\underline{N})^\mathsf{T}\boldsymbol{\cdot y}^* = \begin{pmatrix} 45 & 55 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ 1\frac{1}{6} \end{pmatrix} = 94\tfrac{1}{6},$$

und aus dem folgt

$$\boldsymbol{A}^\mathsf{T}\cdot\boldsymbol{y}^* = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ 1\frac{1}{6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 11\frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

Für die Obergrenzen der Koalitionswerte gilt dann

$$
\begin{aligned}
\upsilon(1)_o &= \min\{36{,}667\cdot\boldsymbol{\eta}\text{: } 5\cdot\boldsymbol{\eta}\geq 5,\ 3\cdot\boldsymbol{\eta}\geq 3,\ 11{,}667\cdot\boldsymbol{\eta}\geq 8,\ \boldsymbol{\eta}\in \mathrm{IR}^1_+\}\\
&= 36{,}667\cdot\max\{5/5,\ 3/3,\ 24/35\}= 36{,}667\cdot 1 = 36{,}667\\
\upsilon(2)_o &= \min\{41{,}667\cdot\boldsymbol{\eta}\text{: } 5\cdot\boldsymbol{\eta}\geq 5,\ 3\cdot\boldsymbol{\eta}\geq 3,\ 11{,}667\cdot\boldsymbol{\eta}\geq 8,\ \boldsymbol{\eta}\in \mathrm{IR}^1_+\}\\
&= 41{,}667\cdot\max\{5/5,\ 3/3,\ 24/35\} = 41{,}667\cdot 1 = 41{,}667\\
\upsilon(3)_o &= \min\{15{,}833\cdot\boldsymbol{\eta}\text{: } 5\cdot\boldsymbol{\eta}\geq 5,\ 3\cdot\boldsymbol{\eta}\geq 3,\ 11{,}667\cdot\boldsymbol{\eta}\geq 8,\ \boldsymbol{\eta}\in \mathrm{IR}^1_+\}\\
&= 15{,}833\cdot\max\{5/5,\ 3/3,\ 24/35\} = 15{,}833\cdot 1 = 15{,}833\\
\upsilon(1,2)_o &= \min\{94{,}167\cdot\ \boldsymbol{\eta}\text{: } 45\cdot\ \boldsymbol{\eta}\leq 30,\ 55\cdot\ \boldsymbol{\eta}\leq 50,\ \boldsymbol{\eta}\in \mathrm{IR}^1_+\}\\
&= 78{,}333\ \max\{5/5,\ 3/3,\ 24/35\} = 78{,}333\cdot 1 = 78{,}333\\
\upsilon(1,3)_o &= \min\{94{,}167\cdot\ \boldsymbol{\eta}\text{: } 45\cdot\ \boldsymbol{\eta}\leq 35,\ 55\cdot\ \boldsymbol{\eta}\leq 25,\ \boldsymbol{\eta}\in \mathrm{IR}^1_+\}\\
&= 52{,}5\ \max\{5/5,\ 3/3,\ 24/35\} = 52{,}5\cdot 1 = 52{,}5\\
\upsilon(2,3)_o &= \min\{94{,}167\cdot\ \boldsymbol{\eta}\text{: } 45\cdot\leq 25,\ 55\cdot\ \boldsymbol{\eta}\leq 35,\ \boldsymbol{\eta}\in \mathrm{IR}^1_+\}\\
&= 57{,}5\cdot\max\{5/5,\ 3/3,\ 24/35\} = 57{,}5\cdot 1 = 57{,}5\\
\upsilon(1,2,3)_o &= \min\{94{,}167\cdot\varsigma\text{: } 5\cdot\boldsymbol{\eta}\geq 5,\ 3\cdot\boldsymbol{\eta}\geq 3,\ 11{,}667\cdot\boldsymbol{\eta}\geq 8,\ \boldsymbol{\eta}\in \mathrm{IR}^1_+\}\\
&= 94{,}167\cdot\max\{5/5,\ 3/3,\ 24/35\} = 94{,}167\cdot 1 = 94{,}167
\end{aligned}
$$

○

Mit dem Verfahren von *Bjørndal/Jørnsten* ist es also möglich, vergleichsweise einfach Abschätzungen über die Unter- und Obergrenzen der einzelnen Koalitionswerte und damit über die Gestalt des Kerns zu erhalten. *Fang et al. (2002, 44)* zeigen, dass das Problem der Überprüfung der Zugehörigkeit eines Auszahlungsvektors zum Kern eines *LPG* NP-vollständig ist.

Neben dem Kern, der für unsere weiteren Ausführungen im nächsten Kapitel von zentraler Bedeutung sein wird, lassen sich für auch andere Mengenkonzepte auf ein „Linear Production Game“ anwenden. So analysieren etwa *Rosenmüller/ Shitovitz (1998)* die *von Neumann/Morgenstern*-Lösung für diese Klasse von Spielen. Ihr Ansatzpunkt zur Ermittlung der internalen und externalen stabilen Mengen ist das auf *Hart (1974)* zurückgehende Konzept des Zusammenschlusses von Spielern zu ‚Kartellen‘, wovon insbesondere diejenigen Spieler profitieren, die sonst überschüssige Ressourcen zur Verfügung stellen, und damit im Verfahren von *Owen* für diese Ressourcen Gleichgewichtspreise von Null zugeordnet bekommen.

1.6. Zusammenfassung und kritische Würdigungen des „Linear Production Game" und der Owen-Lösung

Die *Owen*-Lösung stellt eine individual- und gruppenrationale sowie pareto-effiziente Teilungsregel für ein „Linear Production Game" vor, die sich zudem durch eine einfache Ermittlung auszeichnet, nämlich über die Ausprägung der Dualvariablen in der optimalen Lösung des dualen Problems zum maximalen Koalitionswert der ‚großen Koalition'. Man vergleiche dies mit dem Ermittlungsaufwand des *Shapley*-Wertes (N! Permutationen), des *Banzhaf*-Wertes (2^N-1 Kombinationen), des Nucleolus (siehe die Anmerkungen zum Ende des Kapitels D.II.2.2.2.5.) oder des τ-Wertes. Die von *Owen* propagierten Lösung des Aufteilungsproblems auf Grundlage der *„Gleichgewichtspreise"* ist auch ohne nähere Kenntnis des Kerns durchaus zufriedenstellend, da sie sich durch eine plausible ökonomische Interpretation (Knappheitspreise der von den Koalitionsmitgliedern eingebrachten Ressourcen) auszeichnet. Aufgrund der den Gleichgewichtspreisen zugrunde liegenden Knappheitseigenschaften sprechen *Samet/Zemel (1984, 310)* auch von „competitive payoffs (…) where each player is paid an amount which corresponds to the value of his resources." Ähnlich argumentieren auch *Engelbrecht-Wiggans/Granot (1985, 367ff.)*.
Owen (1975) selbst lieferte keinerlei axiomatische Fundierung seiner Lösung für das *LPG*. Statt einer Begründung über Gerechtigkeitspostulate rechtfertigte er den resultierenden Auszahlungsvektor über die Gleichgewichtseigenschaft seiner Lösung.[1] *Van Gellekom et al. (2000, 193 u. 141)* sehen dagegen *Owens* Lösung als „faire" Aufteilung der Koalitionsgewinne an, und begründen dies über sieben Gerechtigkeitspostulate, die von der *Owen*-Lösung erfüllt werden.[2] Der Ansatz von *van Gellekom et al.* stellt unseres Wissens nach bisher die einzige axiomatische Fundierung der *Owen*-Lösung dar.

Dem „Linear Production Game" liegt die Annahme zugrunde, dass die Ressourcenbeiträge der Spieler eindeutig determiniert sind. Dies wirft im hier vorgestellten Fall der Interpretation dieser Ressourcen als Arbeitszeiten zur Erledigung bestimmter Tätigkeiten die Frage auf, ob im Beispiel B.D.III.1. die ex ante Entscheidung, die Arbeitszeit der Arbeitskraft $r=3$ paritätisch auf die zwei in Frage kommenden Tätigkeiten aufzuteilen, eine aus Sicht der Koalition ‚vernünftige' Entscheidung war. Durch diese Festlegung ist sie ihrer funktionalen Flexibilität beraubt: Anstatt als eine funktional flexible Arbeitskraft geht sie quasi als zwei inflexible Teilzeitkräfte in das Entscheidungskalkül ein.

[1] Vgl. *Owen (1975, 362)*.
[2] Vgl. bei *van Gellekom et al. (2000, 144ff.)*.

<u>*Beispiel B.D.III.6.*</u>
(Ergänzung des Beispiels B.D.III.1.)
Wie sich zeigt, könnte der Wert sämtlicher Koalitionen, an denen die Arbeitskraft $r=3$ beteiligt ist, um jeweils 100 erhöht werden, wenn diese Arbeitskraft ihre gesamte Arbeitszeit zur Herstellung des Produktes $j=1$ verwenden würde, anstatt sie auf beide Tätigkeiten zu verteilen.
Dann ist der Ressourcenvektor dieser Arbeitskraft $\boldsymbol{b}^3$=(40, 0).

Tabelle T.D.III.3.: Koalitionswerte des LPG im Beispiel

$\underline{K}$	$\boldsymbol{b}(\underline{K})^{\mathsf{T}}$	x_1	x_2	$v(\underline{K})$
$\{1\}$	(20, 0)	20	0	600
$\{2\}$	(0, 20)	0	10	500
$\{3\}$	(40, 0)	40	0	1200
$\{1,2\}$	(20, 20)	20	10	1100
$\{1,3\}$	(60, 0)	60	0	1800
$\{2,3\}$	(40, 20)	40	10	1700
$\{1,2,3\}$	(60, 20)	60	10	2300

○

Die auszahlungserhöhende Wirkung einer vermehrten Bereitstellung von Arbeitszeit zur Erledigung der Tätigkeit $i=1$ lässt sich unmittelbar aus den Gleichgewichtspreisen y_i^* pro Mengenzeiteinheit des Faktors i in Beispiel B.D.III.2. ablesen (y_1^*=30 und y_2^*=25,). Durch Verlagerung ihrer Arbeitszeit hin zur Tätigkeit $i=1$, könnte die Arbeitskraft r=3 ihre Auszahlung gemäß Definition D.D.III.3. (D.III.35.) erhöhen.

2. Das erweiterte „Linear Production Game“

2.1. Vorbemerkungen

Obwohl die folgenden Darstellungen eine substantielle Erweiterung des „Linear Production Game“ beinhalten, nämlich die Erweiterung um funktional flexible Potentialfaktoren, steht zu Beginn dieses Abschnitts eine Einschränkung der betrachteten Entscheidungssituation. Während im Ansatz von Owen die Ressourcenbündel der Spieler Verbrauchs- und Potentialfaktoren, bei letzteren Kapitalausstattung, Betriebsmittel und ‚Arbeitskraft‘ umfassen konnten, findet im Folgenden eine Beschränkung auf die Humanressourcen statt. Daher wird aus Gründen der Einheitlichkeit mit den in Kapitel C.I.2. eingeführten Symbolen nicht wie bei *Owen* allgemein von Ressourcenbedarfen i, sondern ausschließlich von Tätigkeiten q gesprochen.

Im Rahmen der Personalbereitstellung wird $\boldsymbol{A}$ nicht nur wie in Kapitel D.III.1. beschrieben als Produkttechnologiematrix, sondern auch als Prozesstechnologiematrix interpretiert,[1] was in folgenden Ausführungen zugrunde gelegt wird. Dadurch erfahren die Symbole in diesem Kapitel folgende Deutung:

$\boldsymbol{J}: = \{j \mid j = 1, 2, ..., J\}$	Menge der Produktionsprozesse
x_j	Niveau des Prozesses j
x_j^*	optimales Niveau des Prozesses j
$a_{q,j}$	Personalbedarfskoeffizient
c_j	Zielfunktionskoeffizient des Prozesses j

Bezogen auf den Arbeitskräftebedarf geben die Koeffizienten $a_{q,j}$ den Bedarf an Arbeitskräfteperioden für Tätigkeit q pro Prozessdurchführung des Produktionsprozesses j an. Repetierfaktoren und Betriebsmittel bleiben in den nachfolgenden Betrachtungen ausgeblendet, so dass die Arbeitskoeffizienten der Matrix $\boldsymbol{A}$ nun $a_{q,j}$ lauten:

$$dim\ (a_{q,j}) = \left[\frac{\text{Arbeitskräfte} \times \text{Perioden}}{\text{Prozessdurchführung}}\right] \qquad (D.III.44.).$$

Die Zielfunktionskoeffizienten geben den ökonomischen Erfolg, d.h. die Deckungsbeiträge pro Prozessdurchführung an:

$$dim\ (c_j) = \left[\frac{\text{Geldeinheiten}}{\text{Prozessdurchführung}}\right] \qquad (D.III.45.).$$

Die Entscheidungsvariablen x_j geben das Prozessniveau, also die Anzahl der Durchführungen eines Produktionsprozesses j in einer Betrachtungsperiode an:

$$dim\ (x_j) = \left[\frac{\text{Prozessdurchführungen}}{\text{Periode}}\right] \qquad (D.III.46.).$$

Für die Ressourcenkapazitäten gilt:

$$dim\ (b_q) = [\text{Arbeitskräfte}] \qquad (D.III.47.).$$

Der Personalbedarf der Kategorie q ergibt sich als:

$$PB_q = \sum_{j \in \boldsymbol{J}} a_{q,j} \cdot x_j \qquad (D.III.48.)$$

[1] Vgl. beispielsweise *Kossbiel (1988, 1128ff.), Muche (1989, 70ff.), Kossbiel (2006, 564ff.).*

$$\left[\text{Arbeitskräfte} = \frac{\text{Arbeitskräfte} \times \text{Perioden}}{\text{Prozessdurchführung}} \times \frac{\text{Prozessdurchführungen}}{\text{Periode}}\right] \qquad (D.III.49.).$$

Ein weiterer bedeutender Unterschied zum Ansatz von *Owen* ist die Betrachtung von Personalsegmenten, nicht einzelnen Arbeitskräften, die hinsichtlich ihrer ‚Ressourcenausstattung' homogen sind und entsprechend den Bedingungen der Bildung von Personalstrukturen (siehe Kapitel B.II.1.2. und C.I.1.) aufgestellt wurden. Die Ressourcenausstattung orientiert sich an der Qualifikation, die die Arbeitkräfte befähigt, verschiedene im Rahmen der Produktionsprozesse anfallende Tätigkeiten auszuführen und damit letztlich am Verwendungsspektrum, in dem wiederum die funktionale Flexibilität der Arbeitskräfte zum Ausdruck kommt. Wie *Owen (1995, 231)* betont, wird unterstellt, dass die Humanressourcen an sich wertlos sind,[1] also keinen ‚Eigenwert' besitzen. Zudem wird unterstellt, dass die Humanressourcen außerhalb der Unternehmung keinen Wert besitzen. Diese (heroische) Annahme könnte über eine hohe Betriebsspezifität der Humanressourcen gerechtfertigt werden, die wie in Kapitel A.I. und B.I. ausführlich erörtert, ein typisches Merkmal interner Arbeitsmärkte, insbesondere eines *„obligational market"* im Sinne Williamsons (siehe Seite 12) bildet. Diese Annahme ist wichtig, um die Koalitionswerte ausschließlich über das Leistungsprogramm des Betriebes und nicht über ‚outside options' zu begründen.

Die gesamte, nach Qualifikationskategorien differenzierte Personalausstattung[2] ***PA*** eines Unternehmens wird als ‚große Koalition' $\underline{N}$ betrachtet (was der Vollständigkeitsbedingung (C.I.1.) von Personalstrukturen entspricht):

$$\underline{N} = \bigcup_{r \in \boldsymbol{R}} \boldsymbol{PA}_r = \boldsymbol{PA} \qquad (D.III.50.).$$

Dabei wird davon ausgegangen, dass jede Arbeitskraft *genau einem* Personalsegment $r \in \boldsymbol{R}$ (siehe die Bedingung der Überschneidungsfreiheit (C.I.2.) von Personalstrukturen) zugeordnet ist, was auch als Eindeutigkeitsbedingung bezeichnet wird:

$$\bigcap_{r \in \boldsymbol{R}} \boldsymbol{PA}_r = \emptyset \qquad (D.III.51.).$$

Somit gilt

$$\begin{aligned} \#(\underline{N}) &= \sum_{r \in \underline{R}} \#(\boldsymbol{PA}_r) = \#(\boldsymbol{PA}) \\ &= \sum_{r \in \underline{R}} PA_r = PA \end{aligned} \qquad (D.III.52.).$$

Der Umfang der Teilpersonalausstattungen wird in ‚Vollzeitkräften' angegeben.

---

[1] „The commodities are worthless in themselves, except that they can be used to produce goods."

[2] Siehe Kapitel C.I.1. und die dort angegebene Literatur.

Wie sich zeigen wird, hat die Zusammenfassung der Arbeitskräfte in Segmente und deren identisches Verwendungsspektrum innerhalb eines Segments wesentlichen Einfluss auf die nachfolgende Argumentation. Der Ansatz von *Owen*, in dem ausdrücklich einzelne Arbeitskräfte betrachtet werden, kann insofern als Grenzfall der hier vorgenommen Kategorienbildung interpretiert werden, in dem sämtliche Personalsegmente einfach besetzt sind.
Eine zentrale Annahme der folgenden Überlegungen ist, dass alle Arbeitskräften der Personalsegmente, die sich im Bereitstellungsspektrum einer Tätigkeitskategorie befinden, unabhängig von ihrer Qualifikationskategorie einheitliche Leistungsgrade – z.B. die Normalleistung - bei der Aufgabenerledigung erbringen.

2.2. Zur Berücksichtigung funktionaler Flexibilität im erweiterten „Linear Production Game“

Gemäß des Vorgehens in *Owens* „Linear Production Game“ wird die Ausstattung einer Koalition $\underline{K}$ mit der ‚Ressource Arbeitskraft zur Erledigung der Tätigkeit q‘ in Anlehnung an (D.III.13) wie folgt ermittelt:

$$b_q(\underline{K}) = \sum_{n \in \underline{K}} b_q^n \qquad \textit{(D.III.53.).}$$

Hinsichtlich der von der Koalition $\underline{K}$ angebotenen Arbeitskräftezeiteinheiten $b_q(\underline{K})$ zur Erledigung von Tätigkeit q lässt sich der Ansatz von *Owen* dahingehend interpretieren, dass für jedes Koalitionsmitglied n genau der zeitliche Umfang b_q^n angeben werden kann, den es für die Erledigung einer bestimmten Tätigkeit q zur Verfügung steht.
Die Qualifikation einer Arbeitskraft n kommt bei dieser Betrachtung in ihrem Ressourcenvektor $\boldsymbol{b}_n=(b_1^n,\ b_2^n,\ ...,\ b_q^n,\ \ldots, b_Q^n)$ insofern zum Ausdruck, als die Komponente b_q^n, die dort als die von der Arbeitskraft n für die Erledigung von Tätigkeit q zur Verfügung gestellten Arbeitskräftezeiteinheiten interpretiert wurde, bei einer für die Tätigkeit q nicht qualifizierten Arbeitskraft den Wert null annehmen muss (siehe Beispiel B.D.III.1.&6.).

Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass der Ressourcenvektor $\boldsymbol{b}^n$ und damit die in b_q^n zum Ausdruck kommende, von einer Arbeitkraft n zur Erledigung der Tätigkeit q aufgewendete Zeit, nicht als Datum in den Produktionsprozess eingeht (wie in Beispiel B.D.III.1.), sondern dass die Verwendung einer Arbeitskraft des Segments r zur Erledigung bestimmter Aufgaben innerhalb des Verwendungsspektrums $q \in Q_r$ ihres Personalsegments dem Direktionsrecht des korporativen Akteurs unterliegt, so dass b_q^n a priori indeterminiert ist.[1]

[1] Vom Sonderfall einfachqualifizierter Arbeitskräfte abgesehen.

Die Vielseitigkeit der Verwendung (Anpassbarkeit) einer Arbeitskraft zur Deckung unterschiedlicher Personalbedarfe ist, wie bereits ausführlich erörtert, Ausdruck ihrer funktionalen Flexibilität. Die im *LPG* nach *Owen* ermittelten Auszahlungen auf Basis der Gleichgewichtspreise können jedoch nur eingeschränkt als flexibilitätsorientierte Entlohnung aufgefasst werden: Da dort die b_q^n, also die Zeiten, die eine Arbeitskraft zur Erledigung einer bestimmten Tätigkeiten q aufwenden kann, a priori festgelegt sind, wird damit die in Hinblick auf den ökonomischen Erfolg optimale Aufteilung der Gesamtarbeitszeit auf die im Verwendungsspektrum der Arbeitskraft liegende Tätigkeiten nicht berücksichtigt (siehe Beispiel B.D.III.1. im Vergleich mit B.D.III.6.). Da in diesem Kapitel die Ressourcenausstattungen nicht in Arbeitsstunden, sondern in Arbeitskräften gemessen werden, steht einer Koalition $\underline{K} \subset \underline{N}$ für im Rahmen der Durchführung von Produktionsprozessen anfallende Tätigkeiten $q \in \boldsymbol{Q}$ eine Ressourcenausstattung in folgendem Umfang zur Verfügung:

$$b_q(\underline{K}) = \sum_{r \in R_q} \#(\underline{K} \cap \boldsymbol{PA}_r) \qquad \text{für alle } q \in \boldsymbol{Q} \qquad \textit{(D.III.54.).}$$

Man beachte, dass aufgrund der Eindeutigkeitsbedingung (D.III.51.) der Personalstrukturierung keine Doppelzählungen von Arbeitskräften auftreten.

Wird eine mehrfachqualifizierte Arbeitskraft ganz oder teilweise zur Deckung eines Personalbedarfs verwendet, so steht sie entsprechend zur Erledigung anderer Tätigkeiten, die in ihrem Verwendungsspektrum liegen, nicht zur Verfügung. Daher ist der Umfang der Ressourcenausstattung nicht nur wie in (D.III.54.) in den einzelnen Bedarfskategorien, sondern in allen Kombinationen anzugeben, was durch die Abbildungserfordernisse der *Kossbiel*schen Bedingung im impliziten Ansatz erfasst wird (siehe ausführlich Kapitel C.I.2.):

$$b_{f(\widetilde{Q})}(\underline{K}) = \sum_{r \in \bigcup_{q \in \widetilde{Q}} R_q} \#(\underline{K} \cap \boldsymbol{PA}_r) \qquad \text{für alle } \widetilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q} \qquad \textit{(D.III.55.).}$$

Dabei bezeichnet $f(\widetilde{Q})$ wie schon in Kapitel C.III. eine Funktion, die jeder Teilmenge $\widetilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}$ umkehrbar eindeutig eine natürlich Zahl als Indexwert zuordnet.

Integriert man die Bedingungen des impliziten Ansatzes in ein „Linear Production Game“ $\Gamma(\underline{N};\, \boldsymbol{A},\, \boldsymbol{b},\, \boldsymbol{c})$, so erhält man die Koalitionswerte $v(\underline{K})$ einer Teilpersonalausstattung $\underline{K}$ ähnlich wie in Definition D.D.III.1. beschrieben, wobei außer den Beschränkungen durch die gegebene Personalausstattung von anderen Restriktionen – beispielsweise des Beschaffungs-, Produktions- und Absatzbereiches – abgesehen wird.

<u>*Definition D.D.III.4.*</u>
Das *erweiterte „Linear Production Game“* $\Gamma(\underline{N}, \upsilon(\boldsymbol{A}^{\chi}, \boldsymbol{b}^{\chi}, \boldsymbol{c}))$ ist definiert als ein Koalitionsspiel, dessen Koalitionswerte über die Ausprägungen der Zielfunktionswerte des folgenden Optimierungsproblems bestimmt sind:

Zf.:
$$\upsilon(\underline{K}) := \sum_{j\in \boldsymbol{J}} c_j \cdot x_j \overset{!}{=} max \qquad (D.III.56.)$$

Nb.:
$$\sum_{q\in \tilde{Q}} \sum_{j\in \boldsymbol{J}} a_{q,j} \cdot x_j \leq b_{f(\tilde{Q})}(\underline{K}) = \sum_{r\in \bigcup_{q\in \tilde{Q}} R_q} \#(\underline{K} \cap \underline{PA}_r) \quad \text{für alle } \tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q} \qquad (D.III.57.)$$

Nnb.:
$$x_j \geq 0 \quad \text{für alle } j \in \boldsymbol{J} \qquad (D.III.58.)$$

bzw. in Matrixschreibweise

$$\upsilon(\underline{K}) := \max\{\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{A}^{\chi} \cdot \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b}^{\chi}(\underline{K}), \boldsymbol{x} \in \mathrm{IR}^{J}_{+}\}. \qquad (D.III.59.).$$

Da die Koalitionswerte vollständig über das Optimierungsproblem (D.III.56.-58.) beschrieben sind, wird das *erweiterte LPG* mit

$$\Gamma(\underline{N}; \boldsymbol{A}^{\chi}, \boldsymbol{b}^{\chi}, \boldsymbol{c}) \equiv \Gamma(\underline{N}, \upsilon(\boldsymbol{A}^{\chi}, \boldsymbol{b}^{\chi}, \boldsymbol{c})) \qquad (D.III.60.)$$

bezeichnet. Die Menge aller dieser Spiele sei $\boldsymbol{£}^{\chi}$.

●

Von besonderer Bedeutung für die nachfolgende Argumentation wird das optimale Leistungsprogramm einer Koalition $\underline{K}$ sein.

<u>*Definition D.D.III.5.*</u>
Das *optimale Leistungsprogramm* $\boldsymbol{x}^*(\underline{K})$ maximiert den Koalitionswert $\upsilon(\underline{K})$ im Entscheidungsproblem (D.III.56.-58.):

$$\boldsymbol{x}^*(\underline{K}) = \underset{\boldsymbol{x}}{\operatorname{argmax}} \left\{ \sum_{j\in \boldsymbol{J}} c_j \cdot x_j \,\middle\|\, (\text{D.III.57.} \,\&\, 58.) \right\} \qquad (D.III.61.).$$

●

Es gilt die Annahme, dass keine defizitären Produktionsprozesse Berücksichtigung finden (c_j>0). Wie in den Teilen A. und B. ausführlich erörtert, werden die Leistungsbeiträge der Arbeitskräfte als eindeutig determiniert unterstellt; motivationale Aspekte respektive opportunistisches Verhalten der Arbeitskräfte werden ausgeblendet. Es wird ein Einperiodenmodell betrachtet.

<u>Beispiel B.D.III.7.</u>
(Anpassung des Beispiels B.D.III.1.)

Bei der Durchführung zweier Produktionsprozesse ($j=1,2$) entstehen Deckungsbeiträge von 30€ bzw. 50€ pro Prozessdurchführung.
Der Arbeitszeitbedarf zur einmaligen Durchführung des Prozesses $j=1$ ($j=2$) beträgt 1/40 (1/20) Arbeitskräfteperiode der Tätigkeit $q=1$ ($q=2$).
Es stehen zur Verfügung: Eine Teilzeitkraft mit der Qualifikation $r=1$ bzw. $r=2$, die ausschließlich Tätigkeit $q=1$ respektive $q=2$ erledigen kann sowie eine Vollzeitkraft $r=3$, die beiden Tätigkeiten ausüben kann.

Der Ansatz zur Ermittlung der Koalitionswerte lautet:

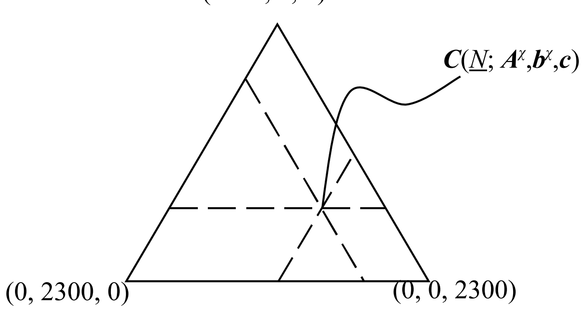
$$\upsilon(\underline{K}) = 30 \cdot x_1 + 50 \cdot x_2 \overset{!}{=} max$$
$$1/40 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 \leq b_1(\underline{K})$$
$$0 \cdot x_1 + 1/20 \cdot x_2 \leq b_2(\underline{K})$$
$$1/40 \cdot x_1 + 1/20 \cdot x_2 \leq b_3(\underline{K})$$
$$x_1, \cdot x_2 \geq 0$$

Tabelle T.D.III.4.: Zahlenwerte des erweiterten LPG im Beispiel

$\underline{K}$	$\boldsymbol{b}^\chi(\underline{K})^\mathsf{T}$	x_1^*	x_2^*	$\upsilon(\underline{K})$
$\{1\}$	(½, 0, ½)	20	0	600
$\{2\}$	(0, ½, ½)	0	10	500
$\{3\}$	(1, 1, 1)	40	0	1200
$\{1,2\}$	(½, ½, 1)	20	10	1100
$\{1,3\}$	(1½, 1, 1½)	60	0	1800
$\{2,3\}$	(1, 1½, 1½)	40	10	1700
$\{1,2,3\}$	(1½, 1½, 2)	60	10	2300

Der Kern dieses Spiels ist einelementig. Gegenüber B.D.III.1. erkennt man eine Verbesserung der Werte aller Koalitionen, an denen die funktional flexible Arbeitskraft der Kategorie $r=3$ beteiligt ist (siehe auch Hinweis in B.D.III.6.).

Abbildung A.D.III.2.: Kern des erweiterten LPG im Beispiel



○

2.3. Postulate an die Eigenschaften einer Entlohnungsfunktion

2.3.1. Vorbemerkungen

Ist die Metaentscheidung zur Einführung einer flexibilitätsorientierten Entlohnung getroffen, so stellt sich die Frage, welche Eigenschaften eine solche Entlohnungsfunktion respektive die daraus resultierende Lohnstruktur aufweisen sollte. Um die Eignung der vorzuschlagenden Entlohnungsfunktion zu beurteilen, soll diese an bestimmten Eigenschaften gemessen werden. Die im folgenden vorgestellten Postulate bilden ein Konglomerat sehr unterschiedlicher Gerechtigkeitsanforderungen: Sie beziehen sich teils auf die Entlohnung einer einzelnen Arbeitskraft, teils auf die Entlohnung von Arbeitskräftegruppen (‚Koalitionen'); manche stellen recht grundsätzliche Anforderungen an die Lösung von Verteilungsproblemen dar (z.B. Pareto-Effizienz), teils handelt es sich um speziell auf die Problemstellung der Arbeit bezogene Forderungen, also hinsichtlich „Flexibilitätsgerechtigkeit im engeren Sinne".
Da im Rahmen der Charakterisierung einer flexibilitätsorientierten Entlohnung für das erweiterte „Linear Production Game" eine sehr spezifische und in vielen Aspekten von traditionellen Verteilungsproblemen abweichende Zugehensweise gewählt wird, soll auf vergleichbare Axiome in der Literatur ergänzend hingewiesen und aufgezeigt werden, inwiefern die vorgestellten Postulate in der Tradition axiomatischer Verhandlungslösungen stehen.

Definition D.D.III.6.[1]
Die *(Mengen-)Lösung* eines *erweiterten „Linear Production Game"* ist eine (Multi-)Funktion $\Phi(\underline{N};\boldsymbol{A}^{\chi},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c})$: $\boldsymbol{\pounds}^{\chi}\rightarrow \mathrm{IR}^{N}$ ($\boldsymbol{\pounds}^{\chi}\rightarrow\rightarrow \mathrm{IR}^{N}$) die jedem Koalitionsspiel $\Gamma(\underline{N};\boldsymbol{A}^{\chi},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c})\in\boldsymbol{\pounds}^{\chi}$ einen oder mehrere zulässige(n) N-dimensionale(n) Auszahlungsvektor(en) zuordnet:

$$\boldsymbol{\Phi} = (\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_n, \ldots, \Phi_N)\in \mathrm{IR}^{N} \qquad (D.III.62.).$$

Die einem Spieler $n\in\underline{N}$ zugewiesene Auszahlung resultiert aus der Anwendung der Funktion $\Phi(\underline{N};\boldsymbol{A}^{\chi},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c})$ auf diesen Spieler:

$$\Phi_n = \Phi_n(\underline{N};\boldsymbol{A}^{\chi},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c}) \qquad (D.III.63.)$$

und wird auch als *Entlohnung des Spielers n* bezeichnet.

●

In der Definition kommt neben einer ‚technischen' auch eine ‚methodische' Komponente zum Ausdruck. Wir unterstellen, dass die Entlohnung einer Arbeitskraft eine Funktion der dem Unternehmen zur Verfügung stehenden Tech-

[1] Vgl. Auch Definition D.D.II.18.

nologiemenge $\boldsymbol{A}$, der Verwertbarkeit des Leistungsprogramms am Absatzmarkt, was sich im Vektor Zielfunktionskoeffizienten $\boldsymbol{c}$ manifestiert, und der Ressourcenausstattung $\boldsymbol{b}$ des korporativen Akteurs sein soll. Dies bedeutet, dass zur Bestimmung der Entlohnungsfunktion keine anderen Größen einfließen, als die, durch die das *erweiterte LPG* über die Bestimmung der Koalitionswerte gemäß (D.III.56.-58.) definiert ist. Dies entspricht dem Grundprinzip spieltheoretischer Analysen, dass alle relevanten Aspekte in der mathematischen Beschreibung des Spieles zum Ausdruck kommen und die spieltheoretische Lösung allein aus der mathematischen Beschreibung des Spiels abzuleiten ist.[1]

2.3.2. Postulate zur Flexibilitätsgerechtigkeit i.e.S.

2.3.2.1. Intrakategoriale Lohnparität

Das erste Gerechtigkeitspostulat weist eine Nähe zu Axiomen auf, die in der Literatur seit *von Neumann/Morgenstern (1944, 255ff.)* unter Begriffen wie *‚Symmetrie'*, *‚independence of the labels of the players'*, *‚neutral independence'* u.ä. diskutiert werden. *Aoki (1984, 89)* bezeichnet die Forderung schlicht als *‚fairness'*.
Unabhängig von der gewählten Bezeichnung ist die Intention solcher Forderungen an eine Lösung, dass die Auszahlung an Spieler, die sich hinsichtlich ihrer spielrelevanten Eigenschaften nicht unterscheiden, sich ebenfalls nicht unterschieden sollen. So argumentiert *Nash (1953, 137)*: „the only significant (in determing the value of the game) differences between the players are those included in the mathematical description of the game". *Wiese (2005, 206)* fasst dies unter der Überschrift „Gleiches gleich behandeln" zusammen.

Dem erweiterten *‚Linear Production Game'* $\Gamma(\underline{N}; \boldsymbol{A}^{\chi}, \boldsymbol{b}^{\chi}, \boldsymbol{c})$ liegen Klassen ‚homogener' Arbeitskräfte zugrunde, die durch die Zugehörigkeit zu ein und derselben Qualifikationskategorie und damit durch identische Verwendungsspektren gekennzeichnet sind. Diese Gleichartigkeit von Arbeitskräften soll in den Anforderungen an die Entlohnungsfunktion entsprechend berücksichtigt werden.

<u>*Definition D.D.III.7.*</u>
Die Anwendung einer Entlohnungsfunktion auf eine Arbeitskraft eines Personalsegmentes $r \in \boldsymbol{R}$ wird mit $\underline{\Phi}_r\left(\boldsymbol{PA}; \boldsymbol{A}^{\chi}, \boldsymbol{b}^{\chi}, \boldsymbol{c}\right)$ bezeichnet,[2] die daraus resultierende Entlohnung einer Arbeitskraft dieses Personalsegmentes mit $\underline{\Phi}_r$.

●

[1] So beispielsweise *Shapley (1953, 308)*: „the value of a ‚game' depends only on its abstract properties".

[2] Mit $\bigcup_{r \in \boldsymbol{R}} \boldsymbol{PA}_r = \boldsymbol{PA} = \underline{N}$ gemäß (D.III.50.)

Diese Definition führt zum ersten Gerechtigkeitspostulat.

Postulat (P.1.): Intrakategoriale Lohnparität
Alle Arbeitskräfte eines Personalsegments sollen die gleiche Entlohnung zugewiesen bekommen:

$$\mathit{\Phi}_n\left(\underline{N};\boldsymbol{A}^{\chi},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c}\right)=\Phi_n=\underline{\Phi}_r=\underline{\mathit{\Phi}}_r\left(\boldsymbol{PA};\boldsymbol{A}^{\chi},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c}\right)\quad \text{für alle } n\in \boldsymbol{PA}_r,\ r\in \boldsymbol{R}$$

(D.III.64.).

♦

Die dahinterstehende Gerechtigkeitsvorstellung soll wie folgt begründet werden: Die für die Leistungserstellung relevanten Eigenschaften der Arbeitskräfte werden ausschließlich über die Zugehörigkeit zu einer Arbeitskräftekategorie erfasst. Unterschiede z.B. hinsichtlich der Produktivität (beabsichtigte Leistungszurückhaltung, unterschiedliche Fertigkeiten, etc.), des Absentismus und ähnliches werden im Modell annahmegemäß ausgeblendet. Da außerdem im Rahmen des für Strukturfragen vorzuziehenden impliziten Ansatzes (vgl. den Hinweis auf Seite 78 und *Muche (2005, 126)*) keine Aussagen über den konkreten Personaleinsatz getroffen werden, können und sollen die Arbeitskräfte einer Ausstattungskategorie auch nicht hinsichtlich dieses Kriteriums differenziert und damit unterschiedlich entlohnt werden. Dies korrespondiert mit dem in Kapitel D.I. dargelegten Verständnis von ‚skill-based pay' als eine Abkehr von Anforderungslöhnen. Die Entlohnung soll sich an den Qualifikationen und den sich daraus ergebenden Verwendungsspektren Q_r orientieren, welche die gemäß der Problemstellung zu entlohnende funktionale Flexibilität der Arbeitskräfte bestimmen. Daher sollen alle Arbeitskräfte einer Ausstattungskategorie, die die gleiche funktionale Flexibilität aufweisen, dieselbe Entlohnung erhalten, zumal es Ziel ist, die potentielle und nicht die – im Rahmen von Personaleinsatzentscheidungen – in Anspruch genommene Flexibilität zu entlohnen. Insofern kommt hier eine erste Einschätzung von *‚Flexibilitätsgerechtigkeit'* zum Ausdruck.

Die beiden folgenden Postulate nehmen unmittelbar Bezug auf die grundlegenden Formulierungen bei *von Neumann/Morgenstern (1944, 256)* und *Shapley (1953, 309)*[1].

Postulat (P.1a.): Individual-Symmetrie
Sei $\pi(\underline{N})$ eine Permutation der Spieler n aus $\underline{N}$. Dann soll gelten:

$$\mathit{\Phi}_n\left(\underline{N};\boldsymbol{A}^{\chi},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c}\right)=\Phi_n=\Phi_{\pi(n)}=\mathit{\Phi}_{\pi(n)}\left(\pi\left(\underline{N}\right);\boldsymbol{A}^{\chi},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c}\right)\quad \text{für alle } n\in \underline{N}$$

(D.III.65.).

♦

[1] Vgl. Postulat (P.I.) in Kapitel D.II.2.2.2.2.

Postulat (P.1b.): Segment-Symmetrie
Sei $\pi(\boldsymbol{PA})$ mit $\bigcup_{r\in \boldsymbol{R}} \boldsymbol{PA}_r = \boldsymbol{PA}$ eine Permutation der Personalsegmente r aus $\boldsymbol{R}$.
Dann soll gelten:

$$\underline{\Phi}_r\left(\boldsymbol{PA}; \boldsymbol{A}^{\chi}, \boldsymbol{b}^{\chi}, \boldsymbol{c}\right) = \underline{\Phi}_r = \underline{\Phi}_{\pi(r)} = \underline{\Phi}_{\pi(r)}\left(\pi\left(\boldsymbol{PA}\right); \boldsymbol{A}^{\chi}, \boldsymbol{b}^{\chi}, \boldsymbol{c}\right) \quad \text{für alle } r\in \boldsymbol{R}.$$

(D.III.66.).

♦

Die beiden Symmetrieforderungen ergänzen das Postulat (P.1.); eine Veränderung der Indizierung der Spieler oder Personalsegmente soll keine Veränderung der Auszahlungen bewirken.

2.3.2.2. Monotonie hinsichtlich funktionaler Flexibilität

Zur Vorbereitung der nächsten Gerechtigkeitsaxiome wird folgende Begriffsabgrenzung eingeführt.

Definition D.D.III.8.
Arbeitskräfte eines Personalsegments $r''\in \underline{R}$ sind *‚flexibler‘* als Arbeitskräfte eines Personalsegments $r'\in \underline{R}$ wenn gilt:

$$Q_{r'} \subset Q_{r''} \qquad \textit{(D.III.67.).}$$

●

Nun wird eine zentrale Anforderung an eine flexibilitätsgerechte Entlohnungsfunktion formuliert, nämlich die nach einer mit zunehmender Flexibilität der Arbeitskräfte steigenden Entlohnung.
Derartige Gerechtigkeitsforderungen, die einen positiven Zusammenhang zwischen der Spielsituation oder bestimmten Attributen eines Spielers einerseits und der Höhe der Auszahlungen an den betreffenden Spieler andererseits postulieren, werden in der Literatur zur axiomatischen Verhandlungstheorie häufig unter dem Begriff der *‚Monotonie‘* geführt[1] und finden sich in zahlreichen Varianten sowohl im Rahmen individualistischer Verhandlungsspiele als auch in Koalitionsspielen. Im Bereich ersterer kann das Monotonieaxiom in der Fassung von *Kalai/Smorodinsky (1975, 515)* vermutlich die nachhaltigste Wirkung für

[1] *Moulin (1988, 3)* fasst die Monotonie- und Unabhängigkeitsaxiome in der Literatur unter dem Oberbegriff „interprofile axioms“ zusammen und differenziert: „The interprofile axioms consider a specific change in the parameters of the model and state some conditions in the induced change of the solution. If the condition says that the solution must not change as the parameters changes, we have an independence axiom; if it says that the solution must shift in a certain direction related to the shift of the parameter, we have a monotonicity axiom.“

sich reklamieren, stellt es doch die axiomatische Abkehr von Nashs umstrittenen Axiom der Unabhängigkeit der Lösung von sog. *‚irrelevanten Alternativen‘*[1] dar und begründet damit einen Gegenvorschlag zur *Nash-Verhandlungslösung*.[2]
Für Koalitionsspiele führt (unseres Wissens nach) erstmals *Shubik (1962, 335)* ein solches Monotonieaxiom zur Rechtfertigung des *Shapley*-Wertes für Gewinn- und Kostenteilungsprobleme unter der Bezeichnung *„homogeneous expansion“* ein.[3] Eine abschließende Aufzählung der Literatur zu Monotonieaxiomen ist hier kaum möglich, nicht unerwähnt bleiben sollen jedoch die ausführlichen Diskussionen von Monotonieforderungen bei *Kalai/Samet (1985)* zur Ableitung egalitärer Lösungen und bei *Young (1985)* zur Axiomatisierung der *Shapley*-Lösung.

Postulat (P.2.): Monotonie hinsichtlich funktionaler Flexibilität
Arbeitskräfte eines im Sinn der Definition D.III.8. flexibleren Personalsegments sollen keine geringere Entlohnung zugewiesen bekommen als Arbeitskräfte vergleichsweise inflexiblerer Personalsegmente:

$$\underline{\Phi}_{r''}\left(\boldsymbol{PA};\boldsymbol{A}^{\chi},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c}\right)\geq\underline{\Phi}_{r'}\left(\boldsymbol{PA};\boldsymbol{A}^{\chi},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c}\right) \qquad (D.III.68.)$$
$$\text{für alle } r''\in\left\{r''\in\boldsymbol{R}\middle|\#\left(Q_{r''}\right)\geq 2\right\},\ r'\in\left\{r'\in\boldsymbol{R}\middle|Q_{r'}\subset Q_{r''}\right\}.$$

♦

Dieses Axiom ist nach unserer Auffassung eine Grundvoraussetzung für die ‚Flexibilitätsgerechtigkeit‘ einer Entlohnungsfunktion:
Eine Arbeitskraft der Kategorie r'' soll hiernach nicht weniger verdienen als eine gemäß der Definition D.D.III.8. funktional inflexiblere Arbeitskraft der Kategorie r'. Die dabei zugrunde gelegte Definition von Flexibilität ist eine relationale. Die Obermenge in Definition D.D.III.8. stellt das Verwendungsspektrum der Ausstattungskategorie mit den vergleichsweise flexibleren Arbeitskräften dar. Gilt für Verwendungsspektren zweier Arbeitskräftekategorien r' und r''

$$Q_{r'}\subsetneq Q_{r''}\wedge Q_{r'}\supsetneq Q_{r''} \qquad (D.III.69.),$$

so soll a priori keine Aussage über die Entlohnung die beiden Arbeitskräftekategorien getroffen werden.

---

[1] Vgl. bei *Nash (1950, 159)* und *Nash (1953, 137)*.
[2] Weitere Monotonieaxiom im Rahmen individualistischer Verhandlungsspiele finden sich u.a. bei *Kalai (1977, 1626)*, *Roth (1979c, 131f.)*, *Thomson (1980, 226ff.)*, *Thomson/Myerson (1980, 38f.)*, *Thomson (1987, 51ff.)*, *Peters/Tijs (1985, 219ff.)*, *Yoshihara (2003, 262f.)*.
[3] Dieses Axiom ist nicht mit den Monotonieforderungen zur Charakterisierung der *Shapley-Shubik*-Lösung* für individualistische Verhandlungsspiele mit ordinalen Präferenzen bei *Sprumont (2000, 33ff.)* und *Kıbrıs (2004, 163f.)* zu verwechseln.
* *Shubik (1982, 93f.)* verweist hinsichtlich dieser Lösung auf *Shapley (1969)*, *Roth (1979a, 72f.)* und nennt als Quelle dieser Lösung ein Arbeitspapier von *Shapley/Shubik (1974)*. Siehe auch den Hinweis bei *Peters (1986, 155)*.

<u>*Beispiel B.D.III.8.*</u>
Betrachten werden zwei Arbeitskräftekategorien r' und r'' mit den Verwendungsspektren $Q_{r'}=\{1,2\}$ und $Q_{r''}=\{1,2,3,4\}$. Hier sind die Arbeitskräfte der Kategorie r'' nach der Definition D.D.III.8. funktional flexibler.
Ist das Verwendungsspektrum der Kategorie r' jedoch $Q_{r'}=\{1, 2, 5\}$, so liegt ein Fall gemäß (D.III.69.) vor. Hier wird trotz der unterschiedlichen Mächtigkeit der Verwendungsspektren - $\#(Q_{r'})<\#(Q_{r''})$ - a priori keine Aussage über die Relation der Höhe der Entlohnung dieser Arbeitskräfte getroffen, stellt doch möglicherweise gerade die Tätigkeit $q=5$ eine für die betriebliche Leistungserstellung besonders ‚wertvolle' Tätigkeit dar, die entsprechend zu entlohnen ist.

○

Da in der Forderung *(P.2.)* keine strikte Ungleichheit gefordert wird, ließe sich dieses Axiom auch als ein solches der *‚schwachen Monotonie'* bezeichnen, während sich die strikte Ungleichheit der Entlohnung als Forderung der *‚strengen Monotonie'* kennzeichnen ließe.

<u>*Postulat (P.2a.): strenge Monotonie hinsichtlich funktionaler Flexibilität*</u>
Arbeitskräfte eines im Sinne von Definition D.D.III.8. flexibleren Personalsegments sollen eine höhere Entlohnung zugewiesen bekommen als Arbeitskräfte vergleichsweise inflexiblerer Personalsegmente.

$$\underline{\Phi}_{r''}\left(\boldsymbol{PA};\boldsymbol{A}^{\chi},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c}\right) > \underline{\Phi}_{r'}\left(\boldsymbol{PA};\boldsymbol{A}^{\chi},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c}\right) \qquad (D.III.70.)$$

$$\text{für alle } r'' \in \left\{r'' \in \boldsymbol{R} \middle| \#\left(Q_{r''}\right) \geq 2\right\},\ r' \in \left\{r' \in \boldsymbol{R} \middle| Q_{r'} \subset Q_{r''}\right\}.$$

♦

Diese strengere Anforderung wird von *Kossbiel (1990, 205f.)* formuliert, der zunächst von einem anforderungsorientiertem Grundlohn für alle einfachqualifizierten Arbeitskräfte ausgeht:

$$\underline{\Phi}_r=\phi_q \qquad \text{für alle } r\in \{r\in \boldsymbol{R} \mid \#(Q_r)=1\} \qquad (D.III.71.).$$

Dabei gibt ϕ_q den anforderungsgerechten Lohn einer Arbeitskraft für den Einsatz in Tätigkeit q an, was der Entlohnung der Arbeitskräfte der betreffenden einfachqualifizierten (und damit eindeutig verwendbaren) Arbeitskräftekategorien entspricht.

Für die mehrfachqualifizierten Arbeitskräfte fordert *Kossbiel (1990, 205)*:

$$\Phi_{r''} > \Phi_{r'} \qquad (D.III.72.)$$

$$\text{für alle } r''\in \{r''\in \boldsymbol{R} \mid \#Q_{r''}\geq 2\},\ r'\in \{r'\in \boldsymbol{R} \mid \#(Q_{r'})=\#(Q_{r''})-1, Q_{r'} \subset Q_{r''}\},$$

was letztlich der Forderung nach strikter Monotonie hinsichtlich funktionaler Flexibilität entspricht.

Die Forderung nach strikter Monotonie im Sinne von Postulat *(P.2a.)* erweist sich allerdings in folgender Hinsicht als problematisch:
In unseren Annahmen hatten wir die Variabilität und Plastizität der Personalausstattungen ausgeblendet, d.h. weder betrieblich induzierte Schulungen noch autonome Bildungsentscheidungen der Mitarbeiter werden thematisiert. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass *Kossbiel (1990, 206)* zurecht anmerkt, dass eine Entlohnungsfunktion, die eine strenge Monotonie hinsichtlich funktionaler Flexibilität aufweist, die Gefahr einer „unkontrollierten Qualifikationsdynamik" birgt (siehe ausführlich Kapitel D.I.2.). Diese Gefahr besteht vornehmlich dann, wenn es den Arbeitskräften möglich ist, durch Weiterbildungsmaßnahmen in ‚höhere' (im Sinne der Definition D.D.III.8. funktional flexiblere) Personalsegmente aufzusteigen und dadurch in den Genuss höherer Entlohnungen zu gelangen. Genau dieser Aspekt, die Animierung der Mitarbeiter zur inner- und außerbetrieblichen Weiterbildung, wird in der Literatur häufig als ein Grund für die Einführung qualifikationsorientierter Lohnsysteme genannt.
Dagegen fordert *Kossbiel (1990, 206ff.)*, dass sich eine flexibilitätsgerechte Entlohnung an den betrieblichen Personalbedarfen insofern zu orientieren habe, als „überschüssige Flexibilität" im Sinne von ‚zur Deckung des betrieblichen Personalbedarfs' nicht benötigten Qualifikationen auch nicht zu entlohnen sei. Das Postulat (P.2.) – also Flexibilitätsmonotonie in ihrer schwachen Ausprägung – kann im Gegensatz zur strikten Variante diesem Aspekt insofern Rechnung tragen, als es auf seiner Grundlage möglich ist, dass Arbeitskräfte mit größerem Verwendungsspektrum nicht zwangsläufig höher entlohnt werden.

2.3.2.3. Egalität hinsichtlich funktionaler Flexibilität

Das folgende Axiom, das als ‚Egalitätspostulat' bezeichnet wird, nimmt in der Argumentation eine zentrale Bedeutung ein. Wie an späterer Stelle gezeigt werden wird, grenzt es die von uns vorzuschlagende Entlohnungsfunktion fundamental von anderen spieltheoretischen Lösungen ab.
Die hinter diesem Postulat stehende Gerechtigkeitsvorstellung thematisiert den grundlegenden Unterschied zu den etablierten, auf den *‚Grenzbeitrag des Spielers'* basierenden Koalitionsansätzen.[1] Ansatzpunkt dieses Axioms ist der *‚Grenzbeitrag der Qualifikation'*. Nachdem bereits thematisiert wurde, dass gleich qualifizierte Arbeitskräfte von der gesuchten Entlohnungsfunktion gleich behandelt werden sollen und dass vergleichsweise flexiblere Arbeitskräfte durch die Entlohnungsfunktion nicht schlechter gestellt werden dürfen als inflexiblere Arbeitskräfte, knüpft das hier vorgestellte Axiom an bekannte Solidarität- oder

[1] Siehe ausführlich Kapitel D.II.

Egalitätsaxiome, aber auch an die Klasse der bereits im Rahmen des Postulats (P.1.) angesprochenen Symmetrieaxiome an. Solidaritätsprinzipien erfahren im Rahmen sowohl der normativen als auch experimentellen Spieltheorie eine zunehmende Beachtung.[1] Sie stellen bei aller Unterschiedlichkeit der in der Literatur diskutierten Varianten eine Deutung des Prinzips „Ungleiches gleich behandeln" dar (siehe auch Kapitel D.II.2.2.2.1.).

Zur Formulierung des Postulats ist zunächst das „ideale Leistungsprogramm" zu definieren:

<u>Definition D.D.III.9.</u>

Das *ideale Leistungsprogramm* einer ‚großen Koalition' $\underline{N}$ wird durch den Vektor $\boldsymbol{x}^{\Im}$ beschrieben.

Für die Komponenten dieses Vektors gilt

$$x_j^{\Im} = \begin{cases} \dfrac{b_{f(\boldsymbol{Q})}(\underline{N})}{\sum\limits_{q \in \boldsymbol{Q}} a_{q,j}}, & \text{wenn } c_j \cdot \dfrac{b_{f(\boldsymbol{Q})}(\underline{N})}{\sum\limits_{q \in \boldsymbol{Q}} a_{q,j}} = \max\left\{ c_1 \cdot \dfrac{b_{f(\boldsymbol{Q})}(\underline{N})}{\sum\limits_{q \in \boldsymbol{Q}} a_{q,1}}, \ldots, c_J \cdot \dfrac{b_{f(\boldsymbol{Q})}(\underline{N})}{\sum\limits_{q \in \boldsymbol{Q}} a_{q,J}} \right\} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

(D.III.73.).

Derjenige Produktionsprozess, dessen Niveau über null liegt,[2] wird als idealer Produktionsprozess bezeichnet und durch den Index $\mathfrak{j}$ gekennzeichnet.
Es gilt also

$$x_{\mathfrak{j}}^{\Im} > 0$$

(D.III.74.).

●

Aufgrund der Vollständigkeits- und Eindeutigkeitsbedingungen für Personalstrukturen (D.III.50.&51.) entspricht die Ressourcenausstattung zur Deckung aller Personalbedarfsarten dem Umfang der Gesamtpersonalausstattung:

$$b_{f(\boldsymbol{Q})}(\underline{N}) = \sum_{r \in \bigcup\limits_{q \in \boldsymbol{Q}} R_q} \#\left(\underline{N} \cap \boldsymbol{PA}_r\right) = \sum_{r \in \boldsymbol{R}} \#\left(\underline{N} \cap \boldsymbol{PA}_r\right)$$

(D.III.75.)

$$b_{f(\boldsymbol{Q})}(\underline{N}) = PA$$

(D.III.76.).

---

[1] Vgl. z.B. bei *Selten (1967)*, *Selten/Ockenfels (1998)*, *Ockenfels/Weimann (1999)*, *Stahl/Haruvy (2006)*, *Büchner/Coricelli/Greiner (2007)*.

[2] Im Fall, dass mehrere Produktionsprozesse die Bedingungen einer positiven Variablenausprägung im idealen Leistungsprogramm erfüllen, wird genau einer dieser Prozesse als Prozess $\mathfrak{j}$ ausgewählt, die anderen werden auf ein Aktivitätsniveau von null gesetzt.

<u>*Beispiel B.D.III.9.*</u>
Betrachtet wird ein Unternehmen mit drei Produktionsprozessen.
Die Erträge in € bei einmaliger Durchführung der Prozesse lauten:

$$\boldsymbol{c}=(2000,\ 1000,\ 9000)$$

Die Faktorbedarfskoeffizienten $a_{q,j}$ in den drei benötigten Tätigkeitskategorien finden sich in der Intervalltechnologiematrix wieder

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 1{,}0 & 1{,}0 \\ 0{,}5 & 0 & 1{,}0 \\ 0 & 0 & 1{,}0 \end{pmatrix}$$

Tabelle T.D.III.5.: Personalausstattungen sowie Bereitstellungs- und Verwendungsspektren im Beispiel (+ := Zuordnung möglich)

q\r	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
1	+			+	+		+
2		+		+		+	+
3			+		+	+	+
PA_r	2	0	0	1	0	0	0

Der Ansatz zur Ermittlung des Wertes der großen Koalition $\underline{N}=\boldsymbol{PA}$ ist:

$$v(\underline{N}) = 2000 \cdot x_1 + 1000 \cdot x_2 + 9000 \cdot x_3 \overset{!}{=} max$$

$$\begin{aligned}
0{,}5 \cdot x_1 + 1{,}0 \cdot x_2 + 1{,}0 \cdot x_3 &\le b_1(\underline{N}) = 3\\
0{,}5 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 1{,}0 \cdot x_3 &\le b_2(\underline{N}) = 1\\
0 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 1{,}0 \cdot x_3 &\le b_3(\underline{N}) = 0\\
1{,}0 \cdot x_1 + 1{,}0 \cdot x_2 + 2{,}0 \cdot x_3 &\le b_4(\underline{N}) = 3\\
0{,}5 \cdot x_1 + 1{,}0 \cdot x_2 + 2{,}0 \cdot x_3 &\le b_5(\underline{N}) = 3\\
0{,}5 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 2{,}0 \cdot x_3 &\le b_6(\underline{N}) = 1\\
1{,}0 \cdot x_1 + 1{,}0 \cdot x_2 + 3{,}0 \cdot x_3 &\le b_7(\underline{N}) = 3\\
x_1, x_2, x_3 &\ge 0
\end{aligned}$$

Das optimale Leistungsprogramm lautet

$$\boldsymbol{x}^*(\underline{N}) = (2,\ 1,\ 0),$$

bei einem Wert der Koalition von 5.000 € (Zielfunktionswert).

Das ideale Leistungsprogramm lautet dagegen:

$$\boldsymbol{x}^{\Im} = (0,\ 0,\ 1)$$

mit

$$\frac{b_{f(\boldsymbol{Q})}(\underline{N})}{\sum\limits_{q\in \boldsymbol{Q}} a_{q,j=3}} = \frac{PA}{\sum\limits_{q\in \boldsymbol{Q}} a_{q,j=3}} = \frac{3}{3} = 1$$

aufgrund

$$c_3 \cdot \frac{b_{f(\boldsymbol{Q})}(\underline{N})}{\sum\limits_{q\in \boldsymbol{Q}} a_{q,3}} = 9.000 \cdot \frac{3}{3} = \max\left\{2.000 \cdot \frac{3}{1},\ 1.000 \cdot \frac{3}{1}, 9.000 \cdot \frac{3}{3}\right\}$$

bei einem ökonomischen Erfolg von 9.000 €.

○

In vielen Entscheidungssituationen werden das optimale und das ideale Leistungsprogramm der ‚großen Koalition' nicht übereinstimmen. Es existiert jedoch eine Personalstruktur, die stets das ideale Leistungsprogramm umsetzen kann. Dies sind Personalausstattungen, bei denen ausschließlich das Personalsegment mit vollbelegten Verwendungsspektren besetzt ist.

<u>Beispiel B.D.III.10.</u>
Lautet der Vektor der Personalausstattung bei sonst unveränderten Daten aus Beispiel B.D.III.9. $\underline{PA}$=(0, 0, 0, 0, 0, 0, 3), so gilt

$$\boldsymbol{x}^{*}(\underline{N}) = \boldsymbol{x}^{\Im} = (0,\ 0,\ 1)$$

○

Die Forderung nach einer egalitären Lohnstruktur unter Einbeziehung des idealen Leistungsprogramms lautet wie folgt.

<u>Postulat (P.3.): Egalität hinsichtlich funktionaler Flexibilität</u>
Kann in einem *erweiterten „Linear Production Game"* $\Gamma(\underline{N};\ \boldsymbol{A}^{\chi},\ \boldsymbol{b}^{\chi},\ \boldsymbol{c})$ von der ‚großen Koalition' das ideale Leistungsprogramm umgesetzt werden, dann sollen sämtliche Arbeitskräfte eine gleichhohe Auszahlung erhalten:

$$\boldsymbol{x}^{*}(\underline{N}) = \boldsymbol{x}^{\Im} \quad \Rightarrow \qquad (D.III.77.)$$

$$\underline{\Phi}_{r'}(\boldsymbol{PA};\ \boldsymbol{A}^{\chi},\ \boldsymbol{b}^{\chi},\ \boldsymbol{c}) = \underline{\Phi}_{r''}(\boldsymbol{PA};\ \boldsymbol{A}^{\chi},\ \boldsymbol{b}^{\chi},\ \boldsymbol{c}) \quad \text{für alle } r',r''\in \boldsymbol{R} \qquad (D.III.78.)$$

und damit

$$\Phi_{n'}(\underline{N};\ \boldsymbol{A}^{\chi},\ \boldsymbol{b}^{\chi},\ \boldsymbol{c}) = \Phi_{n''}(\underline{N};\ \boldsymbol{A}^{\chi},\ \boldsymbol{b}^{\chi},\ \boldsymbol{c}) \quad \text{für alle } n',n''\in \underline{N} \qquad (D.III.79.).$$

♦

Die Forderung knüpft an gleich zwei, wenn auch mittelbar verknüpften Gerechtigkeitsüberlegungen an.

- Einerseits thematisiert das Postulat das im Rahmen axiomatischer Verhandlungslösungen in verschiedenen Varianten bemühte Egalitätsprinzip. Außerdem findet sich eine inhaltliche Nähe zum Grundgedanken der Symmetrieaxiome. Bietet eine Verteilungssituation keinen Hinweis zur Differenzierung zwischen den Spielern, so besteht auch keine Veranlassung, hinsichtlich der Auszahlungen zwischen den Spielern zu differenzieren. Nun ließe sich argumentieren, dass dennoch unterschiedliche Qualifikationen in den Personalsegmenten, die unterschiedlich entlohnt werden sollten, zugrunde liegen. Der Gegeneinwand im Sinne dieses Axiom würde dann lauten, dass sich das reduzierte Verwendungsspektrum einzelner Arbeitskräfte im Ergbenis nicht bemerkbar macht. Die Argumentation lässt sich wie folgt illustrieren: Verfügt ein Unternehmen über ausschließlich vollqualifizierte Arbeitskräfte, wäre eine egalitäre Entlohnung naheliegend. Das Egalitätspostulat argumentiert nun, dass bei Verlust von Qualifikationen (z.B. durch Verlerneffekte, etwa aufgrund dauerhafter Zuordnung zu einzelnen Aufgaben) dies den betreffenden Arbeitskräften nicht zum Nachteil gereicht, solange das ideale Leistungsprogramm aufrechterhalten werden kann.
- Andererseits thematisiert das Postulat indirekt die bereits mehrfach angesprochenen Qualifizierungsproblematik: Werden Arbeitskräfte nach ihrer Flexibilität entlohnt, dann besteht ein Anreiz, zusätzliche Qualifikationen zu erwerben, um somit das Verwendungsspektrum zu vergrößern. Dies ist vor dem Hintergrund einer deterministischen Entscheidungssituation insbesondere dann unnötig, wenn mit der vorhandenen Personalausstattung das ideale Produktionsprogramm generiert werden kann und somit eine veränderte Qualifikationsstruktur keine Verbesserung des ökonomischen Erfolgs impliziert. Kann das ideale Leistungsprogramm auch von einer Personalausstattung umgesetzt werden, die nicht nur aus völlig flexiblen Arbeitskräften besteht, dann existiert nach dieser Gerechtigkeitsvorstellung kein Grund, die weniger flexiblen Arbeitskräfte anders zu entlohnen als die ‚Universalisten'. Damit ist in einer solchen Situation auch kein Anreiz gegeben, Weiterbildungsaktivitäten zu entfalten, da diese zu keiner Verbesserung der Entlohnung führen, was u.E. auch nur folgerichtig ist, da zusätzliche Qualifizierung auch zu keiner Verbesserung des ökonomischen Erfolges führt.

2.3.2.4. Nichtentlohnung ungenutzter Humanressourcen

Die folgende Forderung an eine Entlohnungsfunktion weist einen Bezug zu den von *von Neumann/Morgenstern* und *Shapley* eingeführten Dummy-Spielern, insbesondere zum ‚Sonderfall' des Null-Spielers (siehe ausführlich Kapitel D.II.2.2.2.1.&2.) auf.

Im Zusammenhang mit einem *erweiterten LPG* wird ein bestimmter Typ von Spielern definiert, der sich durch fehlende Beiträge zur ‚großen Koalition' auszeichnet und als ‚unproduktiv' bezeichnet wird.

Definition D.D.III.10.
Ein Spieler $n \in \underline{N}$ wird *unproduktiver Spieler* genannt, wenn gilt

$$\boldsymbol{x}^*(\underline{N}; \boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{x}^*(\underline{N}\backslash\{n\}; \boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}) \qquad \textit{(D.III.80.)}.$$

Die Menge aller unproduktiven Spieler eines *erweiterten LPG* wird mit

$$\underline{N}^\circ = \{n \in \underline{N} \mid \text{(D.III.80)}\}$$

bezeichnet.

●

Die Nichtberücksichtigung eines unproduktiven Spielers bei der Planung bzw. Umsetzung der Leistungserstellung führt demnach zu keiner Reduzierung des Wertes der ‚großen Koalition'.

Eine ableitbare Forderung für die Entlohnung solch unproduktiver Spieler beschreibt das folgende Postulat.

Postulat (P.4.): Nichtentlohnung unproduktiver Spieler
Arbeitskräfte, die für die Erstellung des optimalen Leistungsprogramms nicht benötigt werden, sollen nicht am Koalitionsertrag partizipieren.

$$\Phi_n(\underline{N}; \boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}) = 0 \qquad \text{für alle } n \in \underline{N}^\circ \qquad \textit{(D.III.81.)}$$

♦

Ähnlich der Nichtentlohnung von Null-Spielern (Siehe Kapitel (D.II.2.2.) fordert auch dieses Postulat, dass bestimmte Spieler nicht am Korporationsertrag beteiligt werden.

Jedoch ist diese Forderung sehr strikt formuliert, ist es nach ihr doch ausreichend, dass eine Arbeitskraft allein dann keine Entlohnung erhalten soll, wenn sie keinen Grenzbeitrag zur ‚großen Koalition' leistet. Dabei ist allerdings zu beachten, dass diese Forderung nur dann umsetzbar ist, wenn sie nicht gegen das noch vorzustellende Postulat der individuellen Rationalität verstößt. Die Postulate (P.4.) und (P.5.), das im folgenden Kapitel vorgestellt wird, dürfen also in keinem Widerspruch zueinander stehen.

2.3.3. Postulate zur Teilnahmegerechtigkeit

2.3.3.1. Individuelle Lohnrationalität

Wie zu Beginn dieser Arbeit dargelegt wurde, kann in der Etablierung einer flexibilitätsgerechten Entlohnung insbesondere ein Beitrag hinsichtlich der Beeinflussung der Teilnahmeentscheidung der Organisationsmitglieder gesehen werden. Neben Postulaten hinsichtlich des Einflusses der Qualifikation respektive der funktionalen Flexibilität auf die Lohnstruktur, die in Kapitel 2.3.2. formuliert wurden, sollen nachfolgend Postulate an die Lösungsfunktion vorgestellt werden, die eine Anwendung elementarer Forderungen vieler Lösungskonzepte der kooperativen Spieltheorie, insbesondere des Kerns repräsentieren.

Postulat (P.5.): individuelle Lohnrationalität
Jede Arbeitskraft der ‚großen Koalition' soll eine Entlohnung nicht unter ihrem individuellen Wert erhalten:

$$\Phi_n(\underline{N}; \boldsymbol{A}^\chi, \boldsymbol{b}^\chi, \boldsymbol{c}) \geq v(\{n\}) \quad \text{für alle } n \in \underline{N} \qquad (D.III.82.)$$

mit $v(\{n\})$ nach (D.III.56.-58.).

♦

In den einleitenden Teilen A. und B. und zu Beginn des Teils D. wurde erörtert, dass unterschiedliche Teilnahmebedingungen, sowohl verhaltenswissenschaftlicher als auch ökonomischer Provenienz (individuelle Anspruchsniveaus, vergleichende Lohngerechtigkeit, Marktlöhne etc.), im Rahmen koalitionstheoretischer Betrachtungen eine bedeutende Rolle einnehmen.
Die Bedingung (D.III.82.) weist eine Nähe zu den Teilnahmebedingungen (‚participation constraints') der Principal-Agent-Theorie[1] auf. In individualistisch-kooperativen Spielen ließe sich dieser Wert als Droh-, Konflikt oder Alternativnutzen im Falle des Scheiterns der Verhandlungen interpretieren. Unterstellt man, dass eine Arbeitskraft auf der Grundlage der bekannten Technologien auch alleine tätig sein könnte, so erscheint es geboten, sie nicht unterhalb dieses Wertes zu entlohnen. Damit soll allerdings keine ‚outside option' auf dem betriebsexternen Arbeitsmarkt angesprochen werden, sondern eher ein unternehmensinterner Referenzpunkt, der aus der Verwendung des firmenspezifischen Humankapitals resultiert.
Wie in Kapitel D.II. zu erkennen war, wird die Beschränkung auf rein individuelle Referenzpunkte dem Charakter von Koalitionsspielen nicht gerecht, was zur folgenden Ergänzung führt.

---
[1] Vgl. statt vieler *Stiglitz (1987, 968)*.

2.3.3.2. Koalitionale Lohnrationalität

Das Axiom fordert, dass keine Gruppe von Arbeitskräften durch die Zusammenarbeit mit den anderen in dem Sinne schlechter gestellt werden darf, dass ihr durch die Entlohnungsfunktion eine geringere Lohnsumme zugestanden wird, als der Wert ihrer Koalition beträgt. Es handelt sich somit um eine Anwendung des aus der Konzepten des Kerns und der *von Neumann/Morgenstern*-Lösung bekannten Verwerfungskonzepts bzw. Dominanzkriteriums (Kapitel D.II.2.2.1.).

Postulat (P.6.): Lohnsummenrationalität
Jede mögliche Koalition von Arbeitskräften soll in Summe eine Entlohnung über dem Wert dieser Koalition erhalten:

$$\sum_{n \in \underline{K}} \Phi_n\left(\underline{N}; \boldsymbol{A}^{\chi}, \boldsymbol{b}^{\chi}, \boldsymbol{c}\right) \geq v\left(\underline{K}\right) \quad \text{für alle } \underline{K} \subseteq \underline{N} \qquad \textit{(D.III.83.)}$$

mit $v(\underline{K})$ nach (D.III.56.-58.).

♦

Bjørndal/Jørnsten (2002, 4) interpretieren die Bedingungen der ‚Koalitionsrationalität' ebenfalls als eine Art „participation constraints".

Auf die Forderung (P.5.) könnte insofern verzichtet werden, als sie sich aus dem Postulat (P.6.) für einelementige Koalitionen ergibt. Wir halten es jedoch für gerechtfertigt, diese Forderung als eigenständiges Axiom herauszuheben.[1]

2.3.3.3. Pareto-Effizienz

Bereits vor den ersten Arbeiten *Nashs*[2], *Raiffas*[3] und *Shapleys*[4] zur axiomatischen Verhandlungstheorie existierten Anforderungen an die Lösung von Verhandlungssituationen, wie sie *Harsanyi (1977, 141-143)* beschreibt:

- *individuelle Rationalität*: die Übereinkunft sollte so gestaltet sein, dass jeder Spieler einen Nutzen realisiert, der den ohne Abschluss einer Vereinbarung nicht unterschreitet,
- *kollektive Rationalität* (Pareto-Effizienz): es sollte im Vergleich zur ermittelten Lösung keinen realisierbaren Auszahlungsvektor geben, der alle Spielern zugleich einen höheren Nutzen ermöglicht.[5]

---

[1] Beispielsweise erhebt auch der Kern eines Koalitionsspiels, die Menge aller ‚nichtdominierten Imputationen', die Forderung der individuellen Rationalität gleich doppelt.
[2] *Nash (1953, 137)*, dort Axiom III.
[3] *Raiffa (1953, 380)*, dort Axiom 5B.
[4] *Shapley (1953, 310),* dort Axiom 2.
[5] Man denke an *Edgeworth*s ‚Kontraktkurve'. Es handelt sich um schwache Pareto-Effizienz.

So wird das Kriterium der Pareto-Effizienz einerseits als grundlegendes Erfordernis der Lösung von Verteilungsproblemen gesehen,[1] andererseits in der Wohlfahrtsökonomie,[2] aber beispielsweise auch von *Coleman (1969, 415ff.)* durchaus kritisch diskutiert.

Das folgende Postulat steht unter der Annahme (siehe auch Kapitel B.I.2.), dass die durch die Arbeitskräfte im *erweiterten LPG* erwirtschafteten Erträge (durch erfolgswirksame, mit Einzahlungen verbundene Gütererstellung) vollständig unter diesen aufgeteilt werden soll, d.h. die Lohnsumme soll dem ökonomischen Erfolg entsprechen. Herstellungs-, Vertriebs- und Kapitalkosten sowie die Kosten für den dispositiven Faktor ‚Management' (Verwaltung, Planung, Führung, Kontrolle) werden nicht weiter berücksichtigt.
Vor dem Hintergrund dieser Annahmen wird folgende Anforderung an die zu bestimmende Entlohnungsfunktion formuliert.

Postulat (P.7.): Pareto-Effizienz
Der von der Gesamtpersonalausstattung erzielte ökonomische Erfolg, der sich in ihrem ihr *Wert* $\upsilon(\underline{N})$ ausdrückt, soll durch die Entlohnungsfunktion vollständig unter den Mitglieder der ‚großen Koalition' aufgeteilt werden:

$$\sum_{n \in \underline{N}} \Phi_n\left(\underline{N}; \boldsymbol{A}^{\chi}, \boldsymbol{b}^{\chi}, \boldsymbol{c}\right) = \upsilon\left(\underline{N}\right) \qquad (D.III.84.)$$

mit $\upsilon(\underline{N})$ nach (D.III.56.-58.).

Aufgrund der Vollständigkeits- und Eindeutigkeitsbedingungen für Personalstrukturen (D.III.50.&51.) lässt sich die Bedingung (D.III.84.) zu

$$\sum_{r \in \boldsymbol{R}} \sum_{n \in \boldsymbol{PA}_r} \Phi_n\left(\underline{N}; \boldsymbol{A}^{\chi}, \boldsymbol{b}^{\chi}, \boldsymbol{c}\right) = \upsilon\left(\underline{N}\right) \qquad (D.III.85.)$$

umformen.
Unterstellen man weiterhin, dass die Entlohnungsfunktion wie gefordert dem Postulat (P.1.) der intrakategorialen Lohnparität genügt, so muss gelten:

$$\sum_{r \in \boldsymbol{R}} \Phi_r\left(\boldsymbol{PA}; \boldsymbol{A}^{\chi}, \boldsymbol{b}^{\chi}, \boldsymbol{c}\right) \cdot PA_r = \upsilon\left(\underline{N}\right) \qquad (D.III.86.).$$

♦

[1] So spricht *Simon (1951, 7)* von einer „optimal viable solution", die aus dieser Bedingung folgt. Zur formalen Darstellung *Simon (1951, 13)*.
[2] Vgl. statt vieler ausführlich bei *Sen (1970, 21ff./passim)*, *Sen (1982, 24ff./passim)*, *Sen (1987, 38ff.)*.

Da die Annahme getroffen wurde, dass der gesamte erwirtschaftete ökonomische Erfolg den Arbeitskräften zufließen soll, muss die Bestimmung der Lohnstruktur derart erfolgen, dass die Effizienzbedingung erfüllt wird. Die Bedingung besagt auch, dass unter den Arbeitskräften nicht mehr verteilt werden kann, als durch den korporativen Akteur erwirtschaftet wird.

2.3.4. Postulate zur Unabhängigkeit der Lösung

2.3.4.1. Unabhängigkeit von der Dimension monetärer Größen

Van Gellekom et al. (2005, 144) formulieren zur Charakterisierung der *Owen*-Lösung das Axiom des *„rescaling"*, womit die *‚Unabhängigkeit von Änderungen der Maßeinheiten der Inputfaktoren'* angesprochen ist („rescaling means that the solution should be independent of the units in which the resources are measured"). Zudem diskutieren sie die Eigenschaft der *‚Unabhängigkeit von Änderungen der Maßeinheiten des Outputs'* („independence of changing the units in which the products are measured"), die ebenfalls von der *Owen*-Lösung erfüllt wird.
Beide Axiome sollen hier nicht weiter verfolgt werden, da aufgrund unserer spezielleren Problemstellung hinsichtlich des Inputs ausschließlich der Potentialfaktor ‚Arbeitskräfte' und hinsichtlich des Outputs der ökonomische Erfolg je Prozessdurchführung betrachtet wird. Vor dem Hintergrund dieser getroffenen Konventionen erscheint es naheliegender, andere Anforderungen an die Lösung zu richten, die sich ebenfalls der bereits angesprochenen facettenreichen Klasse der ‚Unabhängigkeitsaxiome'[1] zurechnen lassen.
Solche Forderungen, die sich stets auf eine erwünschte Unsensibilität der Lösung auf bestimmte Veränderungen einer Spielsituation beziehen, finden sich bereits in den frühen Arbeiten zur kooperativen Spieltheorie von *von Neumann/ Morgenstern (1944, 245ff.)*, *Nash (1950a, 156ff./1953, 137)*, *Raiffa (1953, 376ff.)* und *Shapley (1953, 313)*. Ein Blick in die Literatur mag die Vielfalt dieser Klasse von Axiomen illustrieren: So diskutieren beispielsweise *Roth (1979a)* oder *Thomson/Lensberg (1989)* jeweils acht verschiedene Unabhängigkeitsaxiome. Unabhängigkeitsaxiome, die sich auf die Skalentransformation von Daten der betrachteten Verhandlungssituation beziehen, haben eine lange Tradition im Rahmen axiomatischer Verteilungsansätze.

---

[1] Siehe hierzu die Ausführungen in Kapitel 2.3.2, insbesondere Postulat (P.1.) sowie die dort zitierte Beschreibung nach *Moulin* in Fußnote 1 auf Seite 220.

Häufig finden sie sich daher auch unter der Bezeichnung als Axiome der Skaleninvarianz.[1] *Rapoport (1970, 128)* zählt sie zusammen mit der ‚Unabhängigkeit von der Bezeichnung der Spieler' zu den zentralen Anforderungen an Verhandlungslösungen.[2]

Für das *erweiterte LPG* wurde die übliche ‚utility-money'-Annahme der Spiele mit transferierbarem Nutzen getroffen (siehe Kapitel D.II.1.), weshalb eine Transformation der Geldgrößen (beispielsweise unterschiedliche Währungseinheiten) einer Transformation der Nutzenwerte gleichkommt. Eine solche Transformation soll keinen Einfluss auf das Verteilungsergebnis haben.

Postulat (P.8.): Unabhängigkeit von der Dimension monetärer Größen
Eine lineare Transformation[3] der monetärer Größen soll keine Auswirkungen auf die Lohnstruktur haben.

Sei ζ ein Skalar der Dimension [GE″/GE′].
Betrachtet werden zwei *erweiterte LPG* $\Gamma(\underline{N};\, \boldsymbol{A}^{\chi},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c}')$ und $\Gamma(\underline{N};\, \boldsymbol{A}^{\chi},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c}'')$, die sich lediglich durch eine lineare Transformation der Zielfunktionskoeffizienten mit $\boldsymbol{c}'' = \zeta\cdot\boldsymbol{c}'$ unterscheiden.
In einem solchen Fall soll gemäß der Lösungsfunktion $\Phi(\underline{N};\boldsymbol{A}^{\chi},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c})$ gelten:

$$\Phi_n(\underline{N};\boldsymbol{A}^{\chi},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c}'') = \zeta\cdot\Phi_n(\underline{N};\, \boldsymbol{A}^{\chi},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c}') \quad \text{für alle } n\in\underline{N} \qquad (D.III.87.).$$

♦

Ein Wechsel des Auszahlungsmaßstabs führt nach diesem Axiom wohl zu einer Veränderung der Auszahlung gemäß der Ausprägung des Transformationsparameters, lässt jedoch die relativen Lohnhöhen unverändert. Wie bereits in den Teilen A. und B. thematisiert wurde, gelten gerade die relativen Lohnhöhen als kritische Größen für die Akzeptanz der Lohnstruktur. Daher soll die Lohnstruktur, die insbesondere die Postulate zur Flexibilitätsgerechtigkeit (Kapitel 2.3.2.) und Teilnahmegerechtigkeit (Kapitel 2.3.3.) widerspiegelt, von derartigen Transformationen nicht tangiert werden.

---

[1] *Kalai (1977, 1625)*, *Peters (1986, 154)*, *Lensberg/Thomson (1988, 249)* oder *Rubinstein/Safra/Thomason (1992, 78)* verwenden auch die Bezeichnung „homogeneity".

[2] „These (independence of the labeling of the players/invariance of under startegic equivalence, MK) are, of course, necessary conditions to be satisfied by any concept around which a portion of game theory is to be developed."

[3] Wobei wir nur multiplikative Transformationen betrachten und additive Transformationen ausblenden.

2.3.4.2. Unabhängigkeit von der Dimension der Bezugsperiode

Wie in Kapitel 3.1. erörtert wurde, liegen dem *erweiterten LPG* auf eine Bezugsperiode definierte Prozesstechnologiematritzen zugrunde, so dass die Entscheidungsvariablen auf Prozessdurchführungen pro Periode lauten. Aufgrund dieser Annahme erscheint es geboten, eine Unabhängigkeit der Lösung von der Dauer der Bezugsperiode (Schicht, Tag, Woche...) zu fordern.

Postulat (P.9.): Unabhängigkeit von der Dimension der Bezugsperiode
Ein Wechsel der Bezugsperiode soll keine Auswirkungen auf die Lohnstruktur haben.

Sei ξ ein Skalar der Dimension [P″/P′].
Betrachtet werden zwei *erweiterte LPG* $\Gamma(\underline{N};\ \boldsymbol{A}^{\chi\prime},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c})$ und $\Gamma(\underline{N};\ \boldsymbol{A}^{\chi\prime\prime},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c})$, die sich lediglich durch eine lineare Transformation Bezugsperiode der Intervalltechnologiematrix mit $\boldsymbol{A}^{\chi\prime\prime} = \xi\cdot\boldsymbol{A}^{\chi\prime}$ unterscheiden.

In einem solchen Fall soll gemäß der Lösungsfunktion $\Phi(\underline{N};\boldsymbol{A}^{\chi},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c})$ gelten:

$$\Phi_n(\underline{N};\boldsymbol{A}^{\chi\prime\prime},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c}) = (1/\xi)\cdot\Phi_n(\underline{N};\ \boldsymbol{A}^{\chi\prime},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c}) \quad \text{für alle } n\in\underline{N} \quad (D.III.88.).$$

♦

In diesem Axiom wird zugelassen, dass sich ein Wechsel der Bezugsperiode zwar naturgemäß auf die absoluten Lohnhöhen im veränderten Bezugszeitraum auswirkt, jedoch sollen vergleichbar der Forderung in Postulat (P.8.) die ‚gerechtigkeitssensiblen' relativen Lohnhöhen hiervon unangetastet bleiben.

2.4. Implementierung einer postulatsgerechten Entlohnungsfunktion

2.4.1. Vorüberlegungen

Eine wichtige Implikation der postulierten Axiome ist, dass sich daraus nicht nur Anforderungen an die Entlohnung der Arbeitskräfte ergeben, sondern dass die gesuchte Entlohnungsfunktion überhaupt nur vor dem Hintergrund einer ganz bestimmten Klasse von *N*-Personen-Spielen existieren kann.
So bilden die Postulate zur Teilnahmegerechtigkeit (Kapitel D.III.2.3.3.) die Anforderungen des Kerns ab, wie sie bereits in Kapitel D.II.2.2.1.1. besprochen wurden: individuelle und koalitionale Rationalität sowie Pareto-Effizienz. Das bedeutet zugleich, dass eine Entlohnungsfunktion, die den Anforderungen genügt, überhaupt nur dann existieren kann, wenn das *erweiterte „Linear Production Game“* stets einen nichtleeren Kern aufweist.
Diesen Beweis gilt es im Folgenden zu führen. Wir gehen dabei den Weg über das Konzept ausgewogener Spiele (siehe hierzu Definition D.D.II.9.). Wie wir zeigen können, ist das *erweiterte „Linear Production Game“* ein ausgewogenes Koalitionsspiel, woraus folgt, dass es stets einen nichtleeren Kern enthält (siehe auch Seite 140). Wir stützen uns dazu auf das Theorem von *Shapley (1967a, 456f.)* bzw. *Scarf (1967, 54f.)*.

<u>Behauptung</u>
Das *erweiterte „Linear Production Game“* ist ein ausgewogenes Koalitionsspiel. □

<u>Beweis</u>
Es ist zu zeigen,[1] dass aus den Axiomen für jede ausgewogene Menge $\boldsymbol{B}$ mit den Gewichten $\gamma_{\underline{K}} > 0$ und

$$\sum_{\substack{\underline{K} \in B: \\ \underline{K} \ni n}} \gamma_{\underline{K}} = 1 \quad \text{für alle } n \in \underline{N} \qquad (D.II.9.)$$

folgt

$$\sum_{\underline{K} \in \boldsymbol{B}} \gamma_{\underline{K}} \cdot v(\underline{K}) \leq v(\underline{N}) \qquad (D.II.10.).$$

Es gilt für die Faktorausstattung einer beliebigen ausgewogenen Menge $\boldsymbol{B}$ zur Deckung einer Bedarfskombination $\tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}$ nach (D.III.55.)

[1] Aus Gründen der Übersichtlichkeit führen wir Nichtnegativitätbedingungen von Variablen im Folgenden nicht auf.

$$\sum_{\underline{K}\in \boldsymbol{B}} \gamma_{\underline{K}} \cdot b_{f(\tilde{Q})}(\underline{K}) = \sum_{\underline{K}\in \boldsymbol{B}} \gamma_{\underline{K}} \cdot \sum_{r\in \bigcup_{q\in \tilde{Q}} R_q} \#(\underline{K} \cap \boldsymbol{PA}_r) \qquad (D.III.89.)$$

$$\Rightarrow \qquad \sum_{\underline{K}\in \boldsymbol{B}} \gamma_{\underline{K}} \cdot \sum_{n\in \underline{K}} b_{f(\tilde{Q})}(\{n\}) = \sum_{\underline{K}\in \boldsymbol{B}} \gamma_{\underline{K}} \cdot \sum_{n\in \underline{K}} \sum_{r\in \bigcup_{q\in \tilde{Q}} R_q} \#(\{n\} \cap \boldsymbol{PA}_r) \qquad (D.III.90.)$$

$$\Rightarrow \qquad \sum_{n\in \underline{N}} \sum_{\substack{\underline{K}\in \boldsymbol{B}: \\ \underline{K}\ni n}} \gamma_{\underline{K}} \cdot b_{f(\tilde{Q})}(\{n\}) = \sum_{n\in \underline{N}} \sum_{\substack{\underline{K}\in \boldsymbol{B}: \\ \underline{K}\ni n}} \gamma_{\underline{K}} \cdot \sum_{r\in \bigcup_{q\in \tilde{Q}} R_q} \#(\{n\} \cap \boldsymbol{PA}_r) \qquad (D.III.91.).$$

Die Bedingungen (D.III.89.-91.) gelten jeweils für alle $\tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}$.
Die Schnittmengen $\{n\}\cap\boldsymbol{PA}_r$ weisen aufgrund der Beschränkung der Betrachtungen auf ‚ganze' Arbeitskräfte (Vollzeitkräfte) die Mächtigkeit 0 oder 1 auf.

Aufgrund der Bedingung (D.II.9.) für ausgewogene Mengen folgt aus der Identität (D.III.91.):

$$\sum_{n\in \underline{N}} b_{f(\tilde{Q})}(\{n\}) = \sum_{n\in \underline{N}} \sum_{r\in \bigcup_{q\in \tilde{Q}} R_q} \#(\{n\} \cap \boldsymbol{PA}_r) \quad \text{für alle } \tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q} \quad (D.III.92.)$$

Die linke Seite in (D.III.92.) entspricht der Ressourcenausstattung der Menge aller Spieler. Gemäß der Vollständigkeits- und Eindeutigkeitsbedingung von Personalstrukturen im *erweiterten LPG* (D.III.50.&51.) folgt aus (D.III.92.):

$$b_{f(\tilde{Q})}(\underline{N}) = \sum_{r\in \bigcup_{q\in \tilde{Q}} R_q} \#(\boldsymbol{PA}_r) = \sum_{r\in \bigcup_{q\in \tilde{Q}} R_q} PA_r \quad \text{für alle } \tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q} \quad (D.III.93.)$$

Die Faktorausstattung einer ausgewogenen Menge entspricht damit der der ‚großen Koalition'.

Betrachtet man die Werte $\upsilon(\underline{K})$ einer Koalition $\underline{K}$ aus einer ausgewogenen Menge $\boldsymbol{B}$, so gilt nach (D.III.56.-58.) und Definition D.D.III.5.:

$$\upsilon(\underline{K}) = \sum_{j\in \boldsymbol{J}} c_j \cdot x_j^* = \boldsymbol{c} \cdot \boldsymbol{x}^*(\underline{K}) \qquad (D.III.94),$$

mit $\sum_{q\in \tilde{Q}} \sum_{j\in \boldsymbol{J}} a_{q,j} \cdot x_j^* \le b_{f(\tilde{Q})}(\underline{K}) = \sum_{r\in \bigcup_{q\in \tilde{Q}} R_q} \#(\underline{K} \cap \boldsymbol{PA}_r)$ für alle $\tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}$

(D.III.95.).

Für die Werte einer ausgewogenen Menge $\boldsymbol{B}$ gilt damit

$$\sum_{\underline{K}\in \boldsymbol{B}} \gamma_{\underline{K}} \cdot v(\underline{K}) = \sum_{\underline{K}\in \boldsymbol{B}} \gamma_{\underline{K}} \cdot \boldsymbol{c} \cdot \boldsymbol{x}^*(\underline{K}) = \boldsymbol{c} \cdot \sum_{\underline{K}\in \boldsymbol{B}} \gamma_{\underline{K}} \cdot \boldsymbol{x}^*(\underline{K}) \qquad (D.III.96.)$$

mit $\sum_{q\in \widetilde{Q}} \sum_{j\in \boldsymbol{J}} a_{q,j} \cdot \sum_{\underline{K}\in \boldsymbol{B}} \gamma_{\underline{K}} \cdot x_j^*(\underline{K}) \leq \sum_{\underline{K}\in \boldsymbol{B}} \gamma_{\underline{K}} \cdot b_{f(\widetilde{Q})}(\underline{K}) \quad \text{für alle } \widetilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}$ *(D.III.97.).*

Definieren wir den Vektor

$$\bar{\boldsymbol{x}}^* := \sum_{\underline{K}\in \boldsymbol{B}} \gamma_{\underline{K}} \cdot \boldsymbol{x}^*(\underline{K}) \qquad (D.III.98.).$$

Damit folgt aus der Abstimmung (D.III.97.) sowie der Definition von $\bar{\boldsymbol{x}}^*$ und der obigen Herleitung (D.III.89.-93.):

$$\sum_{q\in \widetilde{Q}} \sum_{j\in \boldsymbol{J}} a_{q,j} \cdot \bar{x}_j^* \leq b_{f(\widetilde{Q})}(\underline{N}) \quad \text{für alle } \widetilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q} \qquad (D.III.99.)$$

Da $b_{f(\widetilde{Q})}(\underline{N})$ die maximale Ressourcenausstattung aller Koalitionen im *erweiterten LPG* darstellt und da der Wert der großen Koalition $v(\underline{N})$ gemäß (D.III.56.-58.) unter der Bedingung (D.III.100.) ermittelt wird [1]

$$\sum_{q\in \widetilde{Q}} \sum_{j\in \boldsymbol{J}} a_{q,j} \cdot x_j^*(\underline{N}) \leq b_{f(\widetilde{Q})}(\underline{N}) \quad \text{für alle } \widetilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q} \qquad (D.III.100.),$$

kann bei identischer rechter Seite von (D.III.99) und (D.III.100.) kein Leistungsprogramm $\bar{\boldsymbol{x}}^*$ als Linearkombination aus Vektoren nach (D.III.98.) existieren, die in der Abstimmung (D.III.99.) eine ökonomisch effizientere Ressourcenverwendung generiert als $\boldsymbol{x}^*(\underline{N})$ unter den gleichen Bedingungen in (D.III.100.). Daher gilt

$$\sum_{j\in \boldsymbol{J}} c_j \cdot \bar{x}_j^* \leq \sum_{j\in \boldsymbol{J}} c_j \cdot x_j^*(\underline{N}) = v(\underline{N}) \qquad (D.III.101.)$$

Wegen (D.III.96.) in Verbindung mit (D.III.98.) ergibt sich die Relation

$$\sum_{j\in \boldsymbol{J}} c_j \cdot \bar{x}_j^* = \sum_{\underline{K}\in \boldsymbol{B}} \gamma_{\underline{K}} \cdot v(\underline{K}) \leq v(\underline{N}) \qquad (D.III.102.)$$

was zu zeigen war.

■

[1] Mit dem optimierenden Vektor $\boldsymbol{x}^*(\underline{N})$ nach Definition D.D.III.5.

Das *erweiterte LPG* ist damit ein ausgewogenes Koalitionsspiel und verfügt folglich stets über einen nichtleeren Kern. Dies ist Voraussetzung dafür, dass überhaupt eine Lohnstruktur existieren kann, die den Bedingungen der Teilnahmegerechtigkeit (siehe Kapitel 2.3.3.) genügt. Dies impliziert zugleich, dass es nur sinnvoll sein kann, den Wert der ‚großen Koalition' unter allen Arbeitskräften zu verteilen und nicht etwa eine Aufspaltung der Personalausstattung in zwei oder mehrere Teilpersonalausstattungen (autonome Teilbereiche) vorzunehmen, deren getrennt erwirtschaftete Erträge unter den jeweiligen Mitgliedern aufzuteilen sind.

Der nächste Schritt besteht in der Etablierung einer Lohnstruktur, die ein Ergebnis repräsentiert, das im Kern des *erweiterten LPG* liegt.

2.4.2. Ableitung einer Entlohnungsfunktion

Im Folgenden wird – ähnlich dem Vorgehgen von *Owen (1975)* im ursprünglichen „Linear Production Game" – versucht, eine Entlohnungsfunktion auf der Grundlage des primalen Optimierungskalküls der ‚großen Koalition' respektive dessen dualen Pendant zu konstruieren. Diese Vorgehensweise weist eine lange Tradition in der Literatur zur Lösung von Koalitionsspielen[1] auf, wie beispielsweise die Arbeiten von *Bondareva (1962a/1962b/1963)*, *Peleg (1964)*, *Shapley (1967a)*, *Scarf (1967)*, *Shapley/Subik (1972)*, *Dragan (1981)*, *Potters (1987)* belegen. Auch *Myerson (1984a, insb. 472ff./1984b, insb. 74ff.)* nutzt das duale Problem von Verhandlungsspielen mit unvollständiger Information zur Ableitung der *Nash*- bzw. *Shapley*-Lösung für diese Klasse von Spielen.
Eine ausführliche Aufzählung vielfältiger Koalitionsspiele, deren Lösungen sich der Dualität von Entscheidungsmodellen bedienen, findet sich bei *Markakis/ Saberi (2005, 3f.)*.

Für die folgenden Ausführungen soll kurz das Dualitätstheorem der linearen Programmierung wiederholt werden (siehe ausführlicher in Kapitel D.III.1.4.).[2]

Die Beziehungen zwischen primalen und dualen linearen Entscheidungsproblemen und lassen sich wie folgt zusammenfassen (siehe auch Seite 196f.):

[1] Auch in nichtkooperativen Spielen ist die Dualitätstheorie für die Ableitung von Lösungen von großer Bedeutung wie beispielsweise bei *von Neumann (1928)*, *von Neumann/ Morgenstern (1944)*, *Dantzig (1951)*, *Gale/Kuhn/Tucker (1951)*. Laut Dantzig *(1966, 29)* geht die Idee der Dualität auf *von Neumann* zurück.
[2] Vgl. ausführlich zur Dualitätstheorie bei *Gale (1956)*, *Gale (1960, 74-96)*, *Dantzig (1966, 143-170)*, *Hillier/Lieberman (1988, 124-171)*, *Zimmermann (2005, 92-104)*.

Tabelle T.D.III.6.: Übersicht zur Dualität linearer Entscheidungsmodelle

	primales Problem	*duales Problem*
Zielgröße	Z_P	Z_D
Zielfunktion	*max*!	*min*!
Zielfunktionskoeffizienten	$\boldsymbol{c}^T$	$\boldsymbol{b}^T$
Beschränkungen	$\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{c}$
Relationen	$\leq$	$\geq$
Koeffizienten	$\boldsymbol{A}$	$\boldsymbol{A}^T$
Entscheidungsvariablen	$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{y}$

Es gilt folgender Satz von *Gale/KuhnTucker (1951)* der auch als Fundamentalsatz der Dualität bezeichnet wird:

> „Wenn Lösungen des primalen und des dualen Sytems existieren, dann ist der Wert Z_P, der zu einer zulässigen Lösung des primalen Problems gehört, kleiner oder gleich dem Wert Z_D, der zu irgendeiner zulässigen Lösung des dualen Problems gehört. Zulässige und optimale Lösungen existieren dann für beide Probleme, und es gilt min Z_D = max Z_P.“ [1]

Es gilt damit die Relation

$$Z_P = \boldsymbol{c}^T \cdot \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b}^T \cdot \boldsymbol{y} = Z_D \qquad \textit{(D.III.103.)}$$
$$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b} \text{ bzw. } \boldsymbol{A}^T \cdot \boldsymbol{y} \geq \boldsymbol{c} \qquad \textit{(D.III.104a,b.)}$$
$$\boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0} \text{ bzw. } \boldsymbol{y} \geq \boldsymbol{0} \qquad \textit{(D.III.105a,b.)}$$

sowie

$$\max\{\boldsymbol{c}^T \cdot \boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b}, \boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0}\} = \min\{\boldsymbol{b}^T \cdot \boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{A}^T \cdot \boldsymbol{y} \geq \boldsymbol{c}, \boldsymbol{y} \geq \boldsymbol{0}\} \qquad \textit{(D.III.106.).}$$

Von ähnlicher Bedeutung für die nachfolgenden Beweisführungen ist der Satz der *„complementary slackness“* von *Tucker (1956)*:

> „Es existieren Lösungen der homogenen dualen Programme derart, dass jede Variable und ihr komplementärer Schlupf genau einen positiven Wert und einen Wert Null haben.“[2]

Für die Optimallösungen $\boldsymbol{x}^*$ und $\boldsymbol{y}^*$ eines primalen bzw. dualen Problems gilt:[3]

$$y_i^* > 0 \Leftrightarrow b_i = \sum_{j=1}^{n} a_{i,j} \cdot x_j^* \qquad \textit{(D.III.107.)}$$

---

[1] Nach *Dantzig (1966, 145)* [Symbole angepasst].

[2] Nach *Dantzig (1966, 162)*.

[3] In (D.III.107.&109.) kann die Basisvariable in degenerierten Lösungen auch den Wert null annehmen. Vgl. ausführlich *Gale (1960, 123-128)* oder *Hillier/Lieberman (1988, 99)*. Häufig findet sich auch die Bezeichnung „entartete Lösung“, z.B. bei *Neumann/Morlock (1993, 98)*.

$$y_i^* = 0 \Leftrightarrow b_i > \sum_{j=1}^{n} a_{i,j} \cdot x_j^* \qquad (D.III.108.)$$

$$x_j^* > 0 \Leftrightarrow c_j = \sum_{i=1}^{m} a_{i,j} \cdot y_i^* \qquad (D.III.109.)$$

$$x_j^* = 0 \Leftrightarrow c_j < \sum_{i=1}^{m} a_{i,j} \cdot y_i^* \qquad (D.III.110.)$$

Nachfolgend wird die die Entlohnungsfunktion Φ^F beschrieben. Sie basiert auf einer Kombination der optimalen Variablenausprägungen des dualen Ansatzes zum „primalen Koalitionswertproblem".

Definition D.D.III.11.

Wir bezeichnen mit dem Begriff *‚das primale Koalitionswertproblem'* das Entscheidungsproblem

Zf.:
$$v(\underline{N}) := Z_P = \sum_{j \in \boldsymbol{J}} c_j \cdot x_j \overset{!}{=} max \qquad (D.III.111.)$$

Nb.:
$$\sum_{q \in \tilde{Q}} \sum_{j \in \boldsymbol{J}} a_{q,j} \cdot x_j \leq b_{f(\tilde{Q})}(\underline{N}) = \sum_{r \in \bigcup_{q \in \tilde{Q}} R_q} \#(\boldsymbol{PA}_r) = \sum_{r \in \bigcup_{q \in \tilde{Q}} R_q} PA_r \quad \text{für alle } \tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q} \qquad (D.III.112.)$$

Nnb.:
$$x_j \geq 0 \quad \text{für alle } j \in \boldsymbol{J} \qquad (D.III.113.)$$

und mit dem Begriff *‚das duale Koalitionswertproblem'* das Entscheidungsproblem:

Zf.:
$$v(\underline{N}) := Z_D = \sum_{\tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}} \left(\sum_{r \in \bigcup_{q \in \tilde{Q}} R_q} PA_r \right) \cdot \tilde{y}_{f(\tilde{Q})} \overset{!}{=} min \qquad (D.III.114.)$$

Nb.:
$$\sum_{\tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})} \cdot \left(\sum_{q \in \tilde{Q}} a_{q,j} \right) \geq c_j \quad \text{für alle } j \in \boldsymbol{J} \qquad (D.III.115.)$$

Nnb.
$$\tilde{y}_{f(\tilde{Q})} \geq 0 \quad \text{für alle } \tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q} \qquad (D.III.116.)$$

mit den Entscheidungsvariablen $\widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}$

$$dim\left(\widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}\right) = \left[\frac{\text{Geldeinheiten}}{\text{Arbeitskräfteperiode}}\right] \qquad \textit{(D.III.117.).}$$

Die Menge der zulässigen Lösungen des dualen Koalitionswertmaximierungs-problems sei

$$\widetilde{\mathrm{Y}} = \left\{ \widetilde{\boldsymbol{y}} \geq 0 \,\middle|\, \sum_{\widetilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}} \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})} \cdot \left(\sum_{q \in \widetilde{Q}} a_{q,j} \right) \geq c_j \quad \text{für alle } j \in \boldsymbol{J} \right\}$$

(D.III.118.).

●

Die vorgeschlagene Entlohnungsfunktion lautet wie folgt.

Theorem
Es existiert genau eine pareto-effiziente, intrakategorial paritätische Lösung $\Phi(\underline{N};\, \boldsymbol{A}^{\chi}, \boldsymbol{b}^{\chi}, \boldsymbol{c})$ für *erweiterte LPG* $\Gamma(\underline{N};\, \boldsymbol{A}^{\chi}, \boldsymbol{b}^{\chi}, \boldsymbol{c}) \in \boldsymbol{\pounds}^{\chi}$, die mit der optimalen Lösung des dualen Koalitionswertproblems kompatibel ist.
Diese Entlohnungsfunktion erfüllt zugleich die Postulate (P.1.-9.).

Es ist die Entlohnungsfunktion Φ^F mit dem Auszahlungsvektor $\boldsymbol{\Phi}^F$

$$\Phi^F(\underline{N};\, \boldsymbol{A}^{\chi}, \boldsymbol{b}^{\chi}, \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{\Phi}^F = \left(\Phi_1^F, \Phi_2^F, \ldots, \Phi_N^F\right) \in \mathrm{IR}^N \qquad \textit{(D.III.119.),}$$

die jeder Arbeitskraft $n \in \underline{N}$ eine Auszahlung gemäß ihrer Zugehörigkeit zum Personalsegment $r \in \boldsymbol{R}$ zuordnet:

$$\Phi_n^F\left(\underline{N};\, \boldsymbol{A}^{\chi}, \boldsymbol{b}^{\chi}, \boldsymbol{c}\right) = \Phi_n^F = \underline{\Phi}_r^F = \underline{\Phi}_r^F\left(\boldsymbol{PA};\, \boldsymbol{A}^{\chi}, \boldsymbol{b}^{\chi}, \boldsymbol{c}\right) \quad \text{für alle } n \in \boldsymbol{PA}_r$$

(D.III.120.).

Dabei lautet die Funktion

$$\underline{\Phi}_r^F\left(\boldsymbol{PA};\, \boldsymbol{A}^{\chi}, \boldsymbol{b}^{\chi}, \boldsymbol{c}\right) = \sum_{\widetilde{Q} \in \bigcup_{q \in Q_r} \widetilde{Q}_q} \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}^{\,*} =: \underline{\Phi}_r^F \quad \text{für alle } r \in \boldsymbol{R} \qquad \textit{(D.III.121.),}$$

mit $\widetilde{Q}_q$:= Teilmenge der Menge $\boldsymbol{Q}$, die die Tätigkeit q enthält

$$\tilde{\boldsymbol{y}}^* = \underset{\tilde{y}\in\tilde{Y}}{\operatorname{argmin}}\left(\sum_{\tilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q}}\left(\sum_{r\in \bigcup_{q\in\tilde{Q}} R_q} PA_r\right)\cdot \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}\right) \qquad (D.III.122.)$$

als ein die Zielfunktion des dualen Koalitionswertproblems minimierender Vektor.

●

Auf zwei wichtige Aspekte soll bereits an dieser Stelle hingewiesen werden:
(1) Möglicherweise existieren (wie bei der *Owen*-Lösung) mehrere optimale Lösungen des dualen Problems und somit mehrere Lösungen des Koalitionsspiels.
(2) Im Fall von (1) erfüllen nicht alle $\tilde{\boldsymbol{y}}^*$ nach (D.III.122.) sämtliche Postulate (P.1.-9.), weshalb die Auswahl des ‚richtigen' $\tilde{\boldsymbol{y}}^*$ später noch thematisiert wird.

Bevor wir nachfolgend die Entlohnungsfunktion ableiten und ihre Postulatsgerechtigkeit zeigen werden, wollen wir unsere Vorüberlegungen illustrieren, um die Verständlichkeit der Beweisführung zu erleichtern. Kern der Überlegungen ist die Identität

$$\sum_{\tilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q}}\left(\sum_{r\in \bigcup_{q\in\tilde{Q}} R_q} PA_r\right)\cdot \tilde{y}_{f(\tilde{Q})} = \sum_{r\in \boldsymbol{R}}\left(\sum_{\tilde{Q}\in \bigcup_{q\in Q_r}\tilde{Q}_q} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}\right)\cdot PA_r \qquad (D.III.123.).$$

Zunächst wird folgende Festlegung getroffen:
Die Funktion $f(\tilde{Q})$ auf Teilmengen von $\boldsymbol{Q}$, wie sie in Teil C. für Faktorbedarfskombinationen $\tilde{Q}\subseteq\boldsymbol{Q}$ eingeführt wurde, hat auf der Faktorausstattungsseite für ihre Anwendung auf nach Personalsegmenten $r\in\boldsymbol{R}$ indizierten Verwendungsspektren $Q_r\subseteq\boldsymbol{Q}$ den Charakter ähnlich einer Identitätsfunktion[1]:

$$f(Q_r) = r \quad \text{für alle } r\in\boldsymbol{R} \qquad (D.III.124a.),$$

$$f(\tilde{Q}) = f(Q_r) \quad \text{für alle } r\in\boldsymbol{R},\ \tilde{Q}=Q_r \qquad (D.III.124b.).$$

Betrachten wir zunächst exemplarisch die folgende Tabelle für drei Personalbedarfe, d.h. $\#(\boldsymbol{Q})=3$. Für den Fall dreier Bedarfskategorien existieren $2^3-1=7$ nichtleere Teilmengen der Menge $\boldsymbol{Q}$ und ebenso viele, nach ihrem Verwendungsspektrum Q_r differenzierbare Personalsegmente $r\in\boldsymbol{R}$. Es resultiert die nachfolgende folgende Tabelle T.D.III.7, deren Eintragungen wie folgt definiert sind:

$$„1\text{“} := Q_r\cap\tilde{Q}\neq\emptyset \qquad (D.III.125a.),$$

$$„0\text{“} := Q_r\cap\tilde{Q}=\emptyset \qquad (D.III.125b.).$$

[1] Zu Identitätsfunktionen vgl. statt vieler *Dean (2003, 140f./160f.)*.

Die Tabelle T.D.III.7. soll helfen, die Identität (D.III.123.) zu illustrieren.

- Betrachtet man die Eintragungen in T.D.III.7. zeilenweise, also jeweils für ein gegebenes Q_r, so sind diese wie folgt zu deuten: „1“ := $\exists\ q \in \tilde{Q} : q \in Q_r$.
  Ist die Eintragung in einer Spalte der betrachteten Zeile „1“, so enthält das betreffende $\tilde{Q}$ mindestens eine Tätigkeit q, die durch die betrachtet Arbeitskraft der Kategorie r mit dem Verwendungsspektrum Q_r gedeckt werden kann.
- Bei spaltenweiser Betrachtung, d.h. für eine gegebene Menge $\tilde{Q}$, lassen sind die Eintragungen wie folgt aufzufassen: „1“ := $\exists\ q \in Q_r : q \in \tilde{Q}$.
  Findet sich in einer Zeile der betrachteten Spalte die Eintragung „1“, so gehört zum Verwendungsspektrum der betreffenden Arbeitskraft mindestens ein Tätigkeit aus dem betrachteten Tätigkeitsspektrum $\tilde{Q}$.

Die Teilmengen Q_r und $\tilde{Q}$ von $\boldsymbol{Q}$, deren Schnittmengen in der Tabelle erfasst sind, bilden in den beiden Termen der Gleichung (D.III.123.) jeweils das Argument der Vereinigungsmengen über deren Elemente innerhalb der Klammerausdrücke summiert wird.
Wie sich nun anhand der Tabelle T.D.III.7. erkennen lässt, ist es unerheblich, ob das Vorgehen des linken oder des rechten Terms der der Gleichung (D.III.123.) gewählt wird; beide Vorgehensweisen führen zum selben Gesamtbetrag:

- Die erste Vorgehensweise bedeutet, dass in jeder Spalte über die (in der Tabelle mit „1“ indizierten) Personalausstattungen summiert und dass diese Summe mit dem Wert der y-Variablen der betreffenden Spalte multipliziert wird; diese Vorgehensweise wird über alle Spalten durchgeführt und die Produkte der einzelnen Spalten werden zum Gesamtbetrag addiert.
- Bei der zweiten Vorgehensweise wird in jeder Zeile über die Werte der mit „1“ indizierten y-Variablen summiert und diese Summe mit dem Umfang der Personalausstattung der betreffenden Zeile multipliziert; dieses Vorgehen wird für alle Zeilen ausgeführt und die Produkte der einzelnen Zeilen werden zum Gesamtwert zusammengezählt.

In jedem Fall wird eine zulässige (d.h. in der Zuordnungsmatrix durch den Eintrag „1“ indizierte) Zuordnung von $\tilde{y}_{f(\tilde{Q})}$ und PA_r genau einmal vorgenommen.

		$\widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}$	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7		
		$f(\widetilde{Q})$	1	2	3	4	5	6	7		
PA_r	r	Q_r $\widetilde{Q}$	{1}	{2}	{3}	{1, 2}	{1, 3}	{2, 3}	{1, 2, 3}	$\sum_{\widetilde{Q}\in \bigcup_{q\in Q_r}\widetilde{Q}_q} \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}$	$\cdot PA_r$
PA_1	1	{1}	1	0	0	1	1	0	1	$\sum_{\widetilde{Q}\in \widetilde{Q}_1} \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}$	$\cdot PA_1$
PA_2	2	{2}	0	1	0	1	0	1	1	$\sum_{\widetilde{Q}\in \widetilde{Q}_2} \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}$	$\cdot PA_2$
PA_3	3	{3}	0	0	1	0	1	1	1	$\sum_{\widetilde{Q}\in \widetilde{Q}_3} \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}$	$\cdot PA_3$
PA_4	4	{1, 2}	1	1	0	1	1	1	1	$\sum_{\widetilde{Q}\in \widetilde{Q}_1\cup \widetilde{Q}_2} \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}$	$\cdot PA_4$
PA_5	5	{1, 3}	1	0	1	1	1	1	1	$\sum_{\widetilde{Q}\in \widetilde{Q}_1\cup \widetilde{Q}_3} \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}$	$\cdot PA_5$
PA_6	6	{2, 3}	0	1	1	1	1	1	1	$\sum_{\widetilde{Q}\in \widetilde{Q}_2\cup \widetilde{Q}_3} \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}$	$\cdot PA_6$
PA_7	7	{1, 2, 3}	1	1	1	1	1	1	1	$\sum_{\widetilde{Q}\in \widetilde{Q}_1\cup \widetilde{Q}_2\cup \widetilde{Q}_3} \widetilde{y}_f$	$\cdot PA_7$
$PA(\widetilde{Q}) := \sum_{r\in \bigcup_{q\in \widetilde{Q}} R_q} PA_r$			$\sum_{r\in R_1} PA$	$\sum_{r\in R_2} PA_r$	$\sum_{r\in R_3} PA_r$	$\sum_{r\in R_1\cup R_2} PA$	$\sum_{r\in R_1\cup R_3} PA$	$\sum_{r\in R_2\cup R_3} PA$	$\sum_{r\in R_1\cup R_2\cup R_3} PA$	$\sum_{r\in \underline{R}} \left(\sum_{\widetilde{Q}\in \bigcup_{q\in Q_r}\widetilde{Q}_q} \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})} \right)^{*} \cdot PA_r$	
$PA(\widetilde{Q})\cdot \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}$			$PA(\{1\})$ $\cdot \widetilde{y}_1$	$PA(\{2\})$ $\cdot \widetilde{y}_2$	$PA(\{3\})$ $\cdot \widetilde{y}_3$	$PA(\{1,2\})$ $\cdot \widetilde{y}_4$	$PA(\{1,3\})$ $\cdot \widetilde{y}_5$	$PA(\{2,3\})$ $\cdot \widetilde{y}_6$	$PA(\{1,2,3\})$ $\cdot \widetilde{y}_7$		

$$\underbrace{PA(\{1\})\cdot \widetilde{y}_1 + \dots + PA(\{1,2,3\})\cdot \widetilde{y}_7}_{\boxed{\sum_{\widetilde{Q}\subseteq \underline{Q}} \left(\sum_{r\in \bigcup_{q\in \widetilde{Q}} R_q} PA_r \right) \cdot \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}}}$$

Tabelle T.D.III.7.: Koeffizientenmatrix zur Erläuterung der Identität (D.III.123.)

Nach diesen Vorbemerkungen soll nun die eigentliche Ableitung der Entlohnungsfunktion erfolgen, in der diese exemplarischen Vorüberlegungen auch allgemein gezeigt werden. Die Herleitung der Entlohnungsfunktion basiert, wie einleitend zu Beginn dieses Kapitels beschrieben, auf der in der Literatur häufig verwendeten Grundidee, sich die Eigenschaften eines primalen und dualen Entscheidungsproblems zu einem Koalitionsspiel zur Generierung einer Lösung zunutze zu machen.

<u>*Behauptung*</u>
Die Entlohnung

$$\underline{\Phi}_r^F = \sum_{\widetilde{Q} \in \bigcup_{q \in Q_r} \widetilde{Q}_q} \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}^{\,*} \qquad \text{nach (D.III.121.)}$$

folgt aus dem primalen bzw. dualen Koalitionswertproblem sowie der Forderung einer pareto-effizienten und intrakategorial-paritätischen Zuordnung der ‚Schattenpreise'.

□

<u>*Beweis*</u>
Den Ausgangspunkt bildet das primale Koalitionswertproblem[1]

Zf.:
$$v(\underline{N}) = \sum_{j \in \boldsymbol{J}} c_j \cdot x_j \overset{!}{=} max \qquad \textit{(D.III.111.)}$$

Nb.:
$$\sum_{q \in \widetilde{Q}} \sum_{j \in \boldsymbol{J}} a_{q,j} \cdot x_j \leq b_{f(\widetilde{Q})}(\underline{N}) = \sum_{r \in \bigcup_{q \in \widetilde{Q}} R_q} PA_r \quad \text{für alle } \widetilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}$$

(D.III.112.).

Die Arbeitskräfte eines Personalsegmentes $r \in \boldsymbol{R}$ sind genau dann Teil der Ressourcenausstattung der ‚großen Koalition' zur Deckung der Faktorbedarfskombination $\widetilde{Q}$, wenn die betreffende Kategorie r Element der Vereinigungsmenge $\bigcup_{q \in \widetilde{Q}} R_q$ ist, also im Fall

$$Q_r \cap \widetilde{Q} \neq \emptyset \qquad \textit{(D.III.126.).}$$

Die Nebenbedingungen (D.III.112.) lassen sich daher auch wie folgt schreiben:

$$\sum_{q \in \widetilde{Q}} \sum_{j \in \boldsymbol{J}} a_{q,j} \cdot x_j \leq b_{f(\widetilde{Q})}(\underline{N}) = \sum_{\substack{r \in \boldsymbol{R}: \\ Q_r \cap \widetilde{Q} \neq \emptyset}} PA_r \quad \text{für alle } \widetilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}$$

(D.III.127.).

---
[1] Aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichten wir im Folgenden auf die Nichtnegativitätsbedingungen.

Durch diese Umformulierung ist es gelungen, die Faktorausstattungen auf der ‚rechten Hand'-Seite über ihre Verwendungsspektren Q_r zu erfassen, die in unserem Verständnis die Flexibilität der Arbeitskräftekategorien determinieren, und nicht mehr über die Bereitstellungsspektren R_q der Faktorbedarfe, wie noch in (D.III.112.).

Da die Verwendungsspektren Q_r - wie auch $\tilde{Q}$ - selbst Teilmengen der Menge $\boldsymbol{Q}$ sind, lassen sich die Restriktionen (D.III.127.) wie folgt umschreiben:
Wir eliminieren die Verwendungsspektren, indem wir Teilmengen $\hat{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}$ betrachten, auf denen die bekannte Funktion $f(\hat{Q})$ definiert ist.
Die Nebenbedingung (D.III.127) verändert sich damit zu

$$\sum_{q \in \tilde{Q}} \sum_{j \in \boldsymbol{J}} a_{q,j} \cdot x_j \leq b_{f(\tilde{Q})}(\underline{N}) = \sum_{\substack{\hat{Q} \subseteq Q: \\ \hat{Q} \cap \tilde{Q} \neq \emptyset}} PA_{f(\hat{Q})} \qquad \text{für alle } \tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q} \qquad (D.III.128).$$

Das duale Koalitionswertproblem lautet damit.

$$Zf.: \qquad Z_D = \sum_{\tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}} \left(\sum_{\substack{\hat{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}: \\ \hat{Q} \cap \tilde{Q} \neq \emptyset}} PA_{f(\hat{Q})} \right) \cdot \tilde{y}_{f(\tilde{Q})} \stackrel{!}{=} min \qquad (D.III.129.)$$

$$Nb.: \qquad \sum_{\tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})} \cdot \left(\sum_{q \in \tilde{Q}} a_{q,j} \right) \geq c_j \qquad \text{für alle } j \in \boldsymbol{J} \qquad (D.III.115.).$$

Der Term der Zielfunktion (D.III.129.) lässt sich umstellen zu

$$\sum_{\tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}} \left(\sum_{\substack{\hat{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}: \\ \hat{Q} \cap \tilde{Q} \neq \emptyset}} PA_{f(\hat{Q})} \right) \cdot \tilde{y}_{f(\tilde{Q})} = \sum_{\hat{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}} \left(\sum_{\substack{\tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}: \\ \tilde{Q} \cap \hat{Q} \neq \emptyset}} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})} \right) \cdot PA_{f(\hat{Q})} \quad (D.III.130.).$$

Hier findet sich die allgemeine Herleitung der Identität (D.III.123.), ohne die inhaltliche ‚Belastung' durch Arbeitskräftekategerien, Bereitstellungs- und Verwendungsspektren:
$PA_{f(\hat{Q})}$ und $\tilde{y}_{f(\tilde{Q})}$ sind nach Teilmengen von $\boldsymbol{Q}$ indizierte Größen (erstere als Daten, letztere als Variablen), deren Verknüpfung über die Schnittmenge der sie definierenden Teilmengen der gemeinsamen Grundmenge $\boldsymbol{Q}$ bestimmt ist. Da die Erfassung der Verknüpfungen über die Schnittmengen auf beiden Seiten von (D.III.130.) symmetrisch ist, werden auf beiden Seiten dieselben entscheidungs-

relevanten Produkte $PA_{f(\hat{Q})} \cdot \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}$ erfasst, was in der Tabelle T.D.III.7. exemplarisch für #($\boldsymbol{Q}$)=3 dargestellt wurde.

Damit lautet das duale Koalitionswertproblem in äquivalenter Formulierung

$$Z_D = \sum_{\hat{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}} \left(\sum_{\substack{\tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}: \\ \tilde{Q} \cap \hat{Q} \neq \emptyset}} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})} \right) \cdot PA_{f(\hat{Q})} \overset{!}{=} min \qquad \text{(D.III.131.)}$$

Nb.: *(D.III.115.)* .

Da für jede Faktorbedarfskonstellation $\hat{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}$ eine Arbeitskräftekategorie mit diesem Verwendungsspektrum existiert[1] ($Q_r = \hat{Q}$), lässt sich die Zielfunktion (D.III.131.) ‚rücktransformieren' zu (D.III.132.)

$$Z_D = \sum_{r \in \boldsymbol{R}} \left(\sum_{\substack{\tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}: \\ \tilde{Q} \cap Q_r \neq \emptyset}} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})} \right) \cdot PA_r \overset{!}{=} min \qquad \text{(D.III.132.).}$$

Sei $\tilde{Q}_q$ eine Teilmenge der Menge $\boldsymbol{Q}$, die die Tätigkeit q enthält, dann ist die Schnittmenge einer Teilmenge $\tilde{Q}$ und dem Verwendungspektrum Q_r einer Arbeitskräftekategorie $r \in \boldsymbol{R}$ genau dann nichtleer, wenn $\tilde{Q}$ identisch mit einem $\tilde{Q}_q$ ist, das eine Tätigkeit aus dem Verwendungsspektrum Q_r der betrachteten Arbeitskräftekategorie $r \in \boldsymbol{R}$ beinhaltet.

Damit lässt sich die Zielfunktion des dualen Koalitionswertproblems erneut umformulieren, und zwar nun auf eine Weise, in der unmittelbar die Relevanz des die Flexibilität eines Personalsegments $r \in \boldsymbol{R}$ bestimmenden Verwendungspektrums Q_r auftaucht:

$$Z_D = \sum_{r \in \boldsymbol{R}} \left(\sum_{\tilde{Q} \in \bigcup\limits_{q \in Q_r} \tilde{Q}_q} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})} \right) \cdot PA_r \overset{!}{=} min \qquad \text{(D.III.133.).}$$

[1] Möglicherweise als leere Menge, also mit einer Mächtigkeit von null. Siehe hierzu unsere Ausführungen in Kapitel C.I.1. zur (mathematischen) Erfassung von Personalstrukturen, insbesondere Seite 66.

Sei

$$\widetilde{\boldsymbol{y}}^{*} = \underset{\widetilde{\boldsymbol{y}} \in \widetilde{Y}}{\operatorname{argmin}} \left(\sum_{r \in \boldsymbol{R}} \left(\sum_{\widetilde{Q} \in \bigcup\limits_{q \in Q_r} \widetilde{Q}_q} \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})} \right) \cdot PA_r \right) \qquad (D.III.134.).$$

Der Zielfunktionswert Z_D aus (D.III.133.) entspricht gemäß Definition D.D.III.4. dem Wert $\upsilon(\underline{N})$ der ‚großen Koalition'.

$$\upsilon(\underline{N}) = \sum_{r \in \boldsymbol{R}} \left(\sum_{\widetilde{Q} \in \bigcup\limits_{q \in Q_r} \widetilde{Q}_q} \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}^{\;*} \right) \cdot PA_r \qquad (D.III.135.)$$

Die einzige Möglichkeit, die ‚Schattenpreise' vollständig (parteto-effizient) und für alle Arbeitskräfte eines Personalsegments $r \in \boldsymbol{R}$ in gleicher Höhe (intrakategorial paritätisch) zuzuordnen, ohne die Verknüpfung der Entscheidungsvariablen $\widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}$ und der Personalausstattungen $\boldsymbol{PA}_r$ über (D.III.135.) aufzuheben, besteht in der Zuweisung

$$\underline{\Phi}_r^F = \sum_{\widetilde{Q} \in \bigcup\limits_{q \in Q_r} \widetilde{Q}_q} \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}^{\;*} \qquad \text{für alle } r \in \boldsymbol{R} \qquad (D.III.121.),$$

zu einer Arbeitskraft des Segments r,
was zu zeigen war.

■

Legt man das duale Koalitionswertproblem zur Ermittlung der Koalitionswerte in *erweiterten LPG* zugrunde, dann erlaubt die daraus resultierende Verknüpfung der Entscheidungsvariablen, interpretierbar als „Gleichgewichtspreise" oder „Schattenpreise" (siehe Kapitel D.III.1.4.), mit den Ausstattungen der einzelnen Personalsegmente genau eine Zuordnung, wenn der auf dieser Grundlage ermittelte Wert der ‚großen Koalition' vollständig und auf alle Arbeitskräfte einer Kategorie in gleicher Höhe verteilt werden soll.

Ob die daraus resultierenden Auszahlungen an die Arbeitskräfte als „Gleichgewichtslösungen" gedeutet werden können, hängt davon ab, ob die sich daraus ergebende Lohnstruktur den zuvor postulierten Eigenschaften genügt.
Die Postulatsgerechtigkeit wird im Folgenden zu zeigen sein.

2.4.3. Zur Postulatsgerechtigkeit der Entlohnungsfunktion

2.4.3.1. Flexibilitätsgerechtigkeit

In den vorangegangenen Kapiteln konnte gezeigt werden, dass die vorgeschlagene Entlohnungsfunktion Φ^F nach Definition D.D.III.11. unmittelbar aus den Koalitionswertproblemen des *erweiterten LPG* abgeleitet werden konnte. Dieses war als ausgewogenes Spiel durch einen nichtleeren Kern charakterisiert. Dieses Kapitel ist den Beweisen, dass die vorgestellte Lösung den Postulaten genügt, gewidmet.

Der Nachweis des Zutreffens des ersten Postulats auf die Entlohnungsfunktion Φ^F ergibt sich aus der Definition derselben.

<u>*Behauptung*</u>
Die Lösung Φ^F erfüllt das Postulat (P.1.) nach intrakategorialer Lohnparität.

□

<u>*Beweis*</u>
Die Forderung der *intrakategorialen Lohnparität* wird über die Definition der Entlohnungsfunktion nach (D.III.120.) selbst sichergestellt.

$$\Phi_n^F\left(\underline{N}; \boldsymbol{A}^\chi, \boldsymbol{b}^\chi, \boldsymbol{c}\right) = \Phi_n^F = \underline{\Phi}_r^F = \underline{\Phi}_r^F\left(\boldsymbol{PA}; \boldsymbol{A}^\chi, \boldsymbol{b}^\chi, \boldsymbol{c}\right) \qquad \text{für alle } n \in \boldsymbol{PA}_r$$

(D.III.120.).

■

Auch die Eigenschaft der Flexibilitätsmonotonie erweist sich als leicht zu identifizierende Eigenschaft der Entlohnungsfunktion Φ^F.

<u>*Behauptung*</u>
Die Lösung Φ^F erfüllt das Postulat (P.2.) nach Monotonie hinsichtlich funktionaler Flexibilität.

□

<u>*Beweis*</u>
Es ist zu zeigen, dass

$$\underline{\Phi}_{r''}^F \geq \underline{\Phi}_{r'}^F \qquad \text{für alle } r'' \in \left\{r'' \in \boldsymbol{R} \middle| \#\left(Q_{r''}\right) \geq 2\right\}, r' \in \left\{r' \in \boldsymbol{R} \middle| Q_{r'} \subset Q_{r''}\right\}$$

(D.III.136.).

Bilden wir für zwei Arbeitskräftekategorien $r', r'' \in \boldsymbol{R}$ – wobei r'' flexibler als r' im Sinne der Definition (D.D.III.8.) sein soll – die Mengen

$$\tilde{Q}_{r'} = \left\{ \tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q} \,\middle|\, \tilde{Q} \in \bigcup_{q \in Q_{r'}} \tilde{Q}_q \right\} \qquad (D.III.137.),$$

$$\tilde{Q}_{r''} = \left\{ \tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q} \,\middle|\, \tilde{Q} \in \bigcup_{q \in Q_{r''}} \tilde{Q}_q \right\} \qquad (D.III.138.),$$

so gilt aufgrund $Q_{r'} \subset Q_{r''}$ nicht nur $\#\left(\tilde{Q}_{r'}\right) < \#\left(\tilde{Q}_{r''}\right)$, sondern auch

$$\forall \; \tilde{Q} \in \tilde{Q}_{r'} : \; \tilde{Q} \in \tilde{Q}_{r''} \qquad (D.III.139.),$$

$$\exists \; \tilde{Q} \in \tilde{Q}_{r''} : \; \tilde{Q} \notin \tilde{Q}_{r'} \qquad (D.III.140.).$$

Damit ist jedes $\tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{*}$, das die Entlohnung einer Arbeitskraft r' mitbestimmt auch Bestandteil der Entlohnung einer Arbeitskraft r'', aber mindestens ein $\tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{*}$, das in $\Phi_{r''}^{F}$ enthalten ist, zählt nicht zu $\Phi_{r'}^{F}$.

Sei

$$\tilde{Q}_{r''}^{+}(r') = \left\{ \tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q} \,\middle|\, \tilde{Q} \in \tilde{Q}_{r''} \;\wedge\; \tilde{Q} \notin \tilde{Q}_{r'} \right\} \qquad (D.III.141),$$

so gilt in Verbindung mit der Nichtnegativitätsbedingung (D.III.116.) für $\tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{*}$

$$\Phi_{r''}^{F} = \sum_{\tilde{Q} \in \bigcup_{q \in Q_{r'}} \tilde{Q}_q} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{*} + \sum_{\tilde{Q} \in \tilde{Q}_{r''}^{+}} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{*} \geq \sum_{\tilde{Q} \in \bigcup_{q \in Q_{r'}} \tilde{Q}_q} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{*} = \Phi_{r'}^{F} \qquad (D.III.142.),$$

was zu zeigen war.

■

Eine bedeutende Forderung der unter der Überschrift ‚Flexibilitätsgerechtigkeit' zusammengefassten Postulate ist die der Egalität der Entlohnung, die von der Entlohnungsfunktion unter bestimmten Bedingungen ausgewiesen werden soll. Wie sich zeigen wird, unterscheidet sich die Entlohnungsfunktion Φ^{F} gerade durch diese Eigenschaft von etablierten spieltheoretischen Lösungskonzepten.

<u>*Behauptung*</u>
Es existiert stets mindestens ein Vektor $\widetilde{\boldsymbol{y}}_{f(\widetilde{Q})}{}^{*}$ nach (D.III.122.), mit dem die Lösung Φ^F das Postulat (P.3.) nach Egalität hinsichtlich funktionaler Flexibilität erfüllt.

□

<u>*Beweis*</u>
Es ist zu zeigen, dass bei Anwendung der Entlohnungsfunktion

$$\underline{\Phi}_r^F = \sum_{\widetilde{Q} \in \bigcup\limits_{q \in Q_r} \widetilde{Q}_q} \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}{}^{*} \qquad (D.III.121.)$$

mit

$$\widetilde{\boldsymbol{y}}^{*} = \underset{\widetilde{y} \in \widetilde{\mathrm{Y}}}{argmin} \sum_{\widetilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}} \left(\sum_{r \in \bigcup\limits_{q \in \widetilde{Q}} R_q} PA_r \right) \cdot \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})} \qquad (D.III.122.)$$

unter den Bedingungen des Postulats (P.3.) gilt

$$\underline{\Phi}_{r'}^F = \underline{\Phi}_{r''}^F \quad \text{für alle } r', r'' \in \boldsymbol{R} \qquad (D.III.143.)$$

und damit

$$\Phi_{n'}^F = \Phi_{n''}^F \quad \text{für alle } n', n'' \in \underline{N} \qquad (D.III.144.).$$

Kann mit einer gegebenen Personalausstattung gemäß der Forderung des Axioms das ideale Leistungsprogramm gemäß Definition D.D.III.9. realisiert werden, so gilt aufgrund des Dualitätssatzes

$$Z_D = \sum_{\widetilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}} \left(\sum_{r \in \bigcup\limits_{q \in \widetilde{Q}} R_q} PA_r \right) \cdot \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}{}^{*} = \sum_{j \in \boldsymbol{J}} c_j \cdot x_j^{*} = \sum_{j \in \boldsymbol{J}} c_j \cdot x_j^{\Im} = Z_P \qquad (D.III.145.).$$

Unter der Berücksichtigung, dass im idealen Leistungsprogramm nach (D.III.73.) für alle anderen Produktionsprozesse außer $x_{\jmath}^{\Im}$ gilt $x_j^{\Im} = 0$, erhalten wir durch Einsetzen in die Beziehung (D.III.145.)

$$\sum_{\widetilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}} \left(\sum_{r \in \bigcup\limits_{q \in \widetilde{Q}} R_q} PA_r \right) \cdot \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}{}^{*} = \sum_{j \in \boldsymbol{J}} c_j \cdot x_j^{\Im} = c_{\jmath} \cdot x_{\jmath}^{\Im} \qquad (D.III.146.).$$

Da im idealen Leistungsprogramm sämtliche Ressourcen der ‚großen Koalition' im betreffenden Produktionsprozess eingesetzt werden, folgt nach (D.III.73.) und aufgrund der Vollständigkeits- und Eindeutigkeitsbedingung (D.III.50.&51.) für Personalstrukturen und der Folgerung (D.III.52.):

$$x_j^{\Im} = \frac{b_{f(\boldsymbol{Q})}(\underline{N})}{\sum\limits_{q \in \boldsymbol{Q}} a_{q,j}} = \frac{\sum\limits_{r \in \boldsymbol{R}} PA_r}{\sum\limits_{q \in \boldsymbol{Q}} a_{q,j}} \qquad (D.III.147.).$$

Ersetzt man in Gleichung (D.III.146.) $x_j^{\Im}$ mit (D.III.147.), so erhalten wir

$$\sum_{\widetilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}} \left(\sum_{r \in \bigcup\limits_{q \in \widetilde{Q}} R_q} PA_r \right) \cdot \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}^{\,*} = c_j \cdot \frac{\sum\limits_{r \in \boldsymbol{R}} PA_r}{\sum\limits_{q \in \boldsymbol{Q}} a_{q,j}} \qquad (D.III.148.).$$

Isoliert man auf der linken Seite den Fall $\widetilde{Q} = \boldsymbol{Q}$, so gilt

$$\sum_{\widetilde{Q} \subset \boldsymbol{Q}} \left(\sum_{r \in \bigcup\limits_{q \in \widetilde{Q}} R_q} PA_r \right) \cdot \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}^{\,*} + \sum_{r \in \bigcup\limits_{q \in \boldsymbol{Q}} R_q} PA_r \cdot \widetilde{y}_{f(\boldsymbol{Q})}^{\,*} = c_j \cdot \frac{\sum\limits_{r \in \boldsymbol{R}} PA_r}{\sum\limits_{q \in \boldsymbol{Q}} a_{q,j}} \qquad (D.III.149.).$$

Da wir unterstellen, dass keine leeren Bereitstellungs- und Verwendungsspektren existieren, kann man aufgrund (D.III.50.&51.) die linke Seite auch schreiben als:

$$\sum_{\widetilde{Q} \subset \boldsymbol{Q}} \left(\sum_{r \in \bigcup\limits_{q \in \widetilde{Q}} R_q} PA_r \right) \cdot \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}^{\,*} + \sum_{r \in \boldsymbol{R}} PA_r \cdot \widetilde{y}_{f(\boldsymbol{Q})}^{\,*} = c_j \cdot \frac{\sum\limits_{r \in \boldsymbol{R}} PA_r}{\sum\limits_{q \in \boldsymbol{Q}} a_{q,j}} \qquad (D.III.150.).$$

Aufgrund der ‚complementary slackness'-Bedingung (D.III.109) gilt im Fall der Realisierung des idealen Produktionsprogramms (D.III.74.) für die duale Nebenbedingung:

$$\sum_{\widetilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}} \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}^{\,*} \cdot \left(\sum_{q \in \widetilde{Q}} a_{q,j} \right) = c_j \qquad (D.III.151.).$$

Durch Einsetzen von (D.III.151.) in die rechte Seite von (D.III.150.) erhält man

$$\sum_{\widetilde{Q}\subset \boldsymbol{Q}}\left(\sum_{r\in \bigcup\limits_{q\in\widetilde{Q}} R_q} PA_r\right)\cdot \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}{}^{*}+\sum_{r\in \boldsymbol{R}} PA_r\cdot \widetilde{y}_{f(\boldsymbol{Q})}{}^{*}=\sum_{\widetilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q}} \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}{}^{*}\cdot\left(\sum_{q\in\widetilde{Q}} a_{q,j}\right)\cdot\frac{\sum\limits_{r\in \boldsymbol{R}} PA_r}{\sum\limits_{q\in \boldsymbol{Q}} a_{q,j}}$$

(D.III.152.).

Zerlegt man den Ausdruck der rechten Seite in

$$\begin{aligned}&\sum_{\widetilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q}} \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}{}^{*}\cdot\left(\sum_{q\in\widetilde{Q}} a_{q,j}\right)\cdot\frac{\sum\limits_{r\in \boldsymbol{R}} PA_r}{\sum\limits_{q\in \boldsymbol{Q}} a_{q,j}}\\ &=\left(\sum_{\widetilde{Q}\subset \boldsymbol{Q}} \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}{}^{*}\cdot\left(\sum_{q\in\widetilde{Q}} a_{q,j}\right)+\widetilde{y}_{f(\boldsymbol{Q})}{}^{*}\cdot\left(\sum_{q\in \boldsymbol{Q}} a_{q,j}\right)\right)\cdot\frac{\sum\limits_{r\in \boldsymbol{R}} PA_r}{\sum\limits_{q\in \boldsymbol{Q}} a_{q,j}}\end{aligned}$$

(D.III.153.),

so erhält man durch einsetzen in (D.III.153.) die Beziehung

$$\begin{aligned}&\sum_{\widetilde{Q}\subset \boldsymbol{Q}}\left(\sum_{r\in \bigcup\limits_{q\in\widetilde{Q}} R_q} PA_r\right)\cdot \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}{}^{*}+\sum_{r\in \boldsymbol{R}} PA_r\cdot \widetilde{y}_{f(\boldsymbol{Q})}{}^{*}=\\ &\left(\sum_{\widetilde{Q}\subset \boldsymbol{Q}} \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}{}^{*}\cdot\left(\sum_{q\in\widetilde{Q}} a_{q,j}\right)+\widetilde{y}_{f(\boldsymbol{Q})}{}^{*}\cdot\left(\sum_{q\in \boldsymbol{Q}} a_{q,j}\right)\right)\cdot\frac{\sum\limits_{r\in \boldsymbol{R}} PA_r}{\sum\limits_{q\in \boldsymbol{Q}} a_{q,j}}\end{aligned}$$

(D.III.154.).

Die einzige immer gültige Lösung dieser Beziehung (auf den Fall mehrerer Lösungen kommen wir später zurück) erhalten wir durch Nullsetzen der $\widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}$ für $\widetilde{Q}\subset \boldsymbol{Q}$ in (D.III.154.):

$$\sum_{r\in \boldsymbol{R}} PA_r\cdot \widetilde{y}_{f(\boldsymbol{Q})}{}^{*}=c_j\cdot\frac{\sum\limits_{r\in \boldsymbol{R}} PA_r}{\sum\limits_{q\in \boldsymbol{Q}} a_{q,j}}$$

(D.III.155.).

Teilt man beide Seiten in (D.III.155.) durch die Gesamtpersonalausstattung, so erhält man

$$\widetilde{y}_{f(\boldsymbol{Q})}{}^{*}=c_j\cdot\frac{1}{\sum\limits_{q\in \boldsymbol{Q}} a_{q,j}}$$

(D.III.156.).

Als Optimallösung des Duals ergibt sich damit:

$$\tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{\ *} = \begin{cases} 0, & \text{für} \quad \tilde{Q} \subset \boldsymbol{Q} \\ \dfrac{c_{\jmath}}{\sum\limits_{q \in \boldsymbol{Q}} a_{q,\jmath}}, & \text{für} \quad \tilde{Q} = \boldsymbol{Q} \end{cases} \qquad \textit{(D.III.157.)},$$

woraus für die Entlohnung der Arbeitskräfte in den einzelnen Personalsegmenten folgt

$$\underline{\Phi}_r^F = \sum_{\tilde{Q} \in \bigcup\limits_{q \in Q_r} \tilde{Q}_q} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{\ *} = \tilde{y}_{f(\boldsymbol{Q})}^{\ *} \qquad \text{für alle } r \in \boldsymbol{R} \qquad \textit{(D.III.158.)}$$

und damit

$$\underline{\Phi}_{r'}^F = \underline{\Phi}_{r''}^F \quad \text{für alle } r', r'' \in \boldsymbol{R} \qquad \textit{(D.III.143.)},$$

was zu zeigen war.

Durch Umformen folgt aus (D.III.147.)

$$\sum_{q \in \boldsymbol{Q}} a_{q,\jmath} = \frac{b_{f(\boldsymbol{Q})}(\underline{N})}{x_{\jmath}^{\Im}} \qquad \textit{(D.III.159.)}$$

und damit aus (D.III.158.) in Verbindung mit (D.III.157.)

$$\underline{\Phi}_r^F = \tilde{y}_{f(\boldsymbol{Q})}^{\ *} = \frac{c_{\jmath}}{\sum\limits_{q \in \boldsymbol{Q}} a_{q,\jmath}} = \frac{c_{\jmath}}{b_{f(\boldsymbol{Q})}(\underline{N}) / x_{\jmath}^{\Im}} = \frac{c_{\jmath} \cdot x_{\jmath}^{\Im}}{b_{f(\boldsymbol{Q})}(\underline{N})} \quad \text{für alle } r \in \boldsymbol{R} \qquad \textit{(D.III.160.)}.$$

Nun ist der Zähler des letzten Terms in (D.III.160.) nicht anderes als der Wert der ‚großen Koalition'. Daher gilt aufgrund (D.III.120.)

$$\Phi_n^F = \underline{\Phi}_r^F = \frac{c_{\jmath} \cdot x_{\jmath}^{\Im}}{b_{f(\boldsymbol{Q})}(\underline{N})} = \frac{v(\underline{N})}{b_{f(\boldsymbol{Q})}(\underline{N})} \quad \text{für alle } r \in \boldsymbol{R}, n \in \boldsymbol{PA}_r \qquad \textit{(D.III.161.)}.$$

Der Nenner in (D.III.161.) repräsentiert nach (D.III.52.) bzw. (D.III.75.&76.) die Gesamtpersonalausstattung, also die ‚große Koalition'.
Da $\underline{\Phi}_r^F$ für alle Personalsegmente gleich groß ist, gilt

$$\Phi_n^F = \frac{v(\underline{N})}{b_{f(\boldsymbol{Q})}(\underline{N})} = \frac{v(\underline{N})}{\sum\limits_{r\in \boldsymbol{R}} PA_r} = \frac{v(\underline{N})}{\sum\limits_{r\in \boldsymbol{R}} \#(\boldsymbol{PA}_r)} = \frac{v(\underline{N})}{\#(\boldsymbol{PA})} = \frac{v(\underline{N})}{\#(\underline{N})} \quad \text{für alle } n\in \underline{N}$$

(D.III.162.)

und damit

$$\Phi_{n'}^F = \Phi_{n''}^F \quad \text{für alle } n',n''\in \underline{N} \qquad \textit{(D.III.144.)},$$

was zu zeigen war.

■

Die letzte unter der Rubrik „Flexibilitätsgerechtigkeit" zu zeigende Eigenschaft der Entlohnungsfunktion ist die der Nichtentlohnung unproduktiver Spieler.

Behauptung
Die Entlohnungsfunktion Φ^F erfüllt das Postulats (P.4.) nach der Nichtentlohnung unproduktiver Spieler.

□

Beweis
Es ist zu zeigen, dass aufgrund der Entlohnungsfunktion unter der Bedingung

$$\boldsymbol{x}^*(\underline{N}; \boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{x}^*(\underline{N}\backslash\{n\}; \boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}) \qquad \textit{(D.III.80.)},$$

folgt

$$\Phi_n^F = 0 \quad \text{für alle } n\in \underline{N}^\circ \qquad \textit{(D.III.81.)},$$

mit $\underline{N}^\circ$ nach Definition D.D.III.10.

Sei r° der Index des Personalsegmentes $PA_r \ni n$: $n\in \underline{N}^\circ$

Aufgrund der Bedingung (D.III.80.) muss im primalen Koalitionswertmodell gelten

$$\sum_{j\in J}\left(\sum_{q\in \tilde{Q}} a_{q,j}\right)\cdot x_j^* \leq \sum_{r\in \bigcup\limits_{q\in \tilde{Q}} R_q} PA_r - 1 \qquad \text{für alle } \tilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q}: \tilde{Q}\cap Q_{r^\circ} \neq \emptyset$$

(D.III.163.)

bzw.

$$\sum_{j\in J}\left(\sum_{q\in \tilde{Q}} a_{q,j}\right)\cdot x_j^* < \sum_{r\in \bigcup\limits_{q\in \tilde{Q}} R_q} PA_r \qquad \text{für alle } \tilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q}: \tilde{Q}\cap Q_{r^\circ} \neq \emptyset$$

(D.III.164.)

mit x_j^* als Komponente des Vektors des optimalen Leistungsprogramms $\boldsymbol{x}^*(\underline{N})$ der ‚großen Koalition'.

Damit gilt aufgrund der ‚complementary slackness'-Bedingung (D.III.108.) für die Dualvariablen:

$$\tilde{y}_{f(\tilde{Q})}=0 \quad \text{für alle } \tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q} : \tilde{Q} \cap Q_{r^\circ} \neq \emptyset \qquad \textit{(D.III.165.).}$$

Wie in Kapitel D.III.2.4.2. ausführlich erörtert, lässt sich die Entlohnungsfunktion

$$\underline{\Phi}_r^F\left(\boldsymbol{PA}; \boldsymbol{A}^\chi, \boldsymbol{b}^\chi, \boldsymbol{c}\right) = \underline{\Phi}_r^F = \sum_{\tilde{Q} \in \bigcup_{q \in Q_r} \tilde{Q}_q} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{\;*} \qquad \textit{(D.III.121.)}$$

umformen zu

$$\underline{\Phi}_r^F = \sum_{\substack{\tilde{Q} \subseteq \underline{Q}: \\ Q_r \cap \tilde{Q} \neq \emptyset}} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{\;*} \qquad \textit{(D.III.166.).}$$

Damit gilt aufgrund (D.III.165.) $\tilde{y}_{f(\tilde{Q})}=0$ für alle $\tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q} : \tilde{Q} \cap Q_{r^\circ} \neq \emptyset$

$$\underline{\Phi}_{r^\circ}^F = 0 \qquad \textit{(D.III.167.)}$$

und damit nach (D.III.120.)

$$\Phi_n^F = 0 \quad \text{für alle } n \in \underline{N}^\circ \qquad \textit{(D.III.81.),}$$

was zu zeigen war.

■

Die Entlohnungsfunktion Φ^F nach Definition D.D.III.11. ist also in der Lage, sämtliche Anforderungen an eine flexibilitätsgerechte Lohnstruktur zu erfüllen. Im nächsten Kapitel wird überprüft, ob die resultierenden Auszahlungen auch tatsächlich den Anforderungen der Teilnahmegerechtigkeit genügen, also im Kern eines *erweiterten LPG* liegen.

2.4.3.2. Teilnahmegerechtigkeit

Im Folgenden werden die als Postulate der Teilnahmegerechtig erfassten Forderungen diskutiert. In Summe entsprachen diese den Forderungen des Kerns. Nachdem in Kapitel 2.4.1. gezeigt werden konnte, dass der Kern eines *erweiterten LPG* niemals leer ist, da es sich um ausgewogene Koalitionsspiele handelt, ist nun zu zeigen, dass die Lösungsfunktion Φ^F Ergebnisse generiert, die den Bedingungen des Kerns genügen.
Zuerst wird die Forderung nach individueller Lohnrationalität betrachtet. Die Forderung besagte, dass der durch die gesuchte Entlohnungsfunktion einer Arbeitskraft zugewiesene Lohn in einer Koalition nicht niedriger ausfallen darf als ihr individueller ‚Wert'.

<u>Behauptung</u>
Die Lösung Φ^F erfüllt das Postulat (P.5.) der individuellen Lohnrationalität.

□

<u>Beweis</u>
Es ist zu zeigen, dass

$$\Phi_n^F \geq v(\{n\}) \quad \text{für alle } n \in \underline{N} \qquad \textit{(D.III.168.)}$$

Um diese Eigenschaft der Entlohnungsfunktion Φ^F zu illustrieren, werden zwei mögliche Situationen betrachet:
a) der Fall, dass eine Arbeitskraft alleine keinen positiven ‚Wert' aufweist, und
b) der Fall, dass eine Arbeitskraft auch ohne die Beteiligung anderer Arbeitskräfte einen ökonomischen Erfolg erzielen kann.

ad a)
Der erste Fall ist trivial:
Kann eine Arbeitskraft alleine keinerlei Erträge erwirtschaften, gilt also

$$v(\{n\})=0 \qquad \textit{(D.III.169.)},$$

so ist aufgrund der Nichtnegativitätsbedingung für die Variablen des dualen Koalitionswertproblems

$$\tilde{y}_{f(\tilde{Q})} \geq 0 \quad \text{für alle } \tilde{Q} \subseteq \underline{Q} \qquad \textit{(D.III.170.)}$$

die Entlohnung als Summe von nichtnegativen Variablen ebenfalls größer null

$$\Phi_r^F = \sum_{\tilde{Q} \in \bigcup_{q \in Q_r} \tilde{Q}_q} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^* \geq 0 \qquad \textit{(D.III.171.)}$$

und damit

$$\Phi_n^F = \Phi_r^F \geq 0 \quad \text{für alle } r \in \boldsymbol{R},\, n \in \boldsymbol{PA}_r \qquad (D.III.172.),$$

was zu zeigen war.

ad b)
Im zweiten möglichen Fall, in dem es einer einzelnen Arbeitskraft möglich ist, einen positiven Wert zu erzielen, ist zunächst zu analysieren, unter welchen Umständen dieser Fall eintreten kann.

Vergegenwärtigt man sich das Optimierungsproblem (D.III.56.-58.), so muss, damit eine einzelne Arbeitskraft einen positiven Zielfunktionswert erzielen kann, folgendes gelten:
Für mindestens einen Prozeß j werden die nicht im Verwendungsspektrum der betrachteten Arbeitskraft $n \in \boldsymbol{PA}_r$ liegenden Tätigkeiten nicht benötigt.[1]

$$\exists\, j \in \boldsymbol{J}\colon a_{q,j} = 0 \quad \text{für alle } q \in \boldsymbol{Q} \backslash Q_r \qquad (D.III.173.),$$

d.h. es existiert mindestens ein Prozess, für den sämtliche Personalbedarfskoeffizienten aus der Komplementärmenge des Verwendungsspektrums Q_r der betrachteten Arbeitskraft bezüglich $\boldsymbol{Q}$ den Wert null aufweisen.
Gleiches gilt dann auch für die Aggregate der Arbeitskoeffizienten der nicht benötigten Tätigkeiten des betreffenden Produktionsprozesses j im Rahmen des impliziten Ansatzes:

$$\sum_{q \in \widetilde{Q}} a_{q,j} = 0 \qquad \text{für alle } \widetilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q} \backslash Q_r \qquad (D.III.174.).$$

Folglich ist für die betreffenden Produktionsprozesse, die der Bedingung (D.III.74.) genügen, bei allen Restriktionen (D.III.57.) des Entscheidungsproblems die linke Seite in genau den Fällen gleich null, in denen die Arbeitskraft nicht auf der rechten Seite zur Deckung des Personalbedarfs herangezogen werden kann.
Die Faktorausstattung der ‚Einerkoalition' $\{n\}$ mit $n \in \boldsymbol{PA}_r$ im Entscheidungsproblem (D.III.56.-58.) nimmt in den Restriktionen (D.III.57.) die Werte

$$b_{\widetilde{Q}}(\{n\}) = \begin{cases} 0 & \text{für alle } \widetilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q} \backslash Q_r \\ 1 & \text{sonst} \end{cases} \qquad (D.III.175.)$$

an, was der Formulierung

[1] Dies schließt natürlich keine Prozesse aus, die auch nicht im Verwendungsspektrum einer betrachteten Arbeitskräftekategorie liegende Tätigkeiten benötigen.

$$b_{\widetilde{Q}}(\{n\}) = \begin{cases} 0 & \text{für alle } \widetilde{Q} \mid Q_r \cap \widetilde{Q} = \emptyset \\ 1 & \text{für alle } \widetilde{Q} \mid Q_r \cap \widetilde{Q} \neq \emptyset \end{cases} \qquad \textit{(D.III.176.)}$$

entspricht.[1]

Wir definieren für $n \in \boldsymbol{PA}_r$

$$J_r^+ = \{j \in \boldsymbol{J} \mid a_{q,j} = 0 \quad \text{für alle } q \in \boldsymbol{Q} \backslash Q_r\} \qquad \textit{(D.III.177.)}.$$

Der maximale Faktorbedarf eines Produktionsprozesses $j \in J_r^+$, der der Ressorcenausstatung von einer Arbeitskraft gegenübersteht, manifestiert sich in den Restriktionen (D.III.57.) in der Abstimmung für $\widetilde{Q} = \boldsymbol{Q}$ (bzw. für $\widetilde{Q} = Q_r$).

Die Anzahl der maximalen Durchführungen eines Prozesses $j \in J_r^+$ ist daher für eine Einerkoalition $\{n\}$ mit $n \in \boldsymbol{PA}_r$ gegeben:

$$x_j^{max}(\{n\}) = \frac{b_{\boldsymbol{Q}}(\{n\})}{\sum\limits_{q \in \boldsymbol{Q}} a_{q,j}} = \frac{1}{\sum\limits_{q \in \boldsymbol{Q}} a_{q,j}} = \frac{1}{\sum\limits_{q \in Q_r} a_{q,j}} \quad \text{für alle } j \in J_r^+ \qquad \textit{(D.III.178.)}.$$

In diesem Fall ist der Wert eines Spielers $n \in \boldsymbol{PA}_r$ durch die Erträge und maximalen Prozessdurchführungen wie folgt bestimmt:

$$\begin{aligned} v(\{n\}) &= \max\left\{ c_j \cdot x_j^{max}(\{n\}) \mid \textit{(D.III.178.)} \right\} \\ &= \max\left\{ \frac{c_j}{\sum\limits_{q \in \boldsymbol{Q}} a_{q,j}} \middle| j \in J_r^+ \right\} = \max\left\{ \frac{c_j}{\sum\limits_{q \in Q_r} a_{q,j}} \middle| j \in J_r^+ \right\} \end{aligned} \qquad \textit{(D.III.179.)}.$$

Der wertbestimmende Produktionsprozess $j \in J_r^+$ wird mit

$$j^+ := \underset{j \in J_r^+}{\operatorname{argmax}} \left(\frac{c_j}{\sum\limits_{q \in Q_r} a_{q,j}} \middle| j \in J_r^+ \right) \qquad \textit{(D.III.180.)}.$$

bezeichnet.[2]

[1] Siehe hierzu die Ausführungen in Kapitel D.III.2.4.2.

[2] Im Fall mehrerer gleichwertiger Prozesse, wird genau einer dieser Prozesse benannt.

Es gilt für den individuellen ‚Wert' der ‚Einerkoalition'

$$v(\{n\}) = \frac{c_{j^+}}{\sum_{q \in \boldsymbol{Q}} a_{q,j^+}} \qquad \textit{(D.III.181.).}$$

Im dualen Koalitionswertproblem stellt sich aufgrund der *‚complementary slackness'-Bedingung* (D.III.109.) in der den Produktionsprozess j^+ betreffenden Restriktion die Identität

$$\sum_{\widetilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}} \left(\sum_{q \in \widetilde{Q}} a_{q,j^+} \right) \cdot \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}{}^{\circ} = c_{j^+} \qquad \textit{(D.III.182.)}$$

ein, mit $\widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}{}^{\circ}$ als optimaler Variablenausprägung im Wertermittlungsproblem einer Arbeitskraft $n \in \boldsymbol{PA}_r$.

Dabei gilt auch in dieser Nebenbedingung des dualen Problems für die (aggregierten) Koeffizienten der $\widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}$-Variablen, die Bedingung

$$\sum_{q \in \widetilde{Q}} a_{q,j} = 0 \qquad \text{für alle } \widetilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q} \setminus Q_r \qquad \textit{(D.III.174.).}$$

Man kann erkennen, dass im hier betrachteten Fall sämtliche Variablen, die in der Restriktion (D.III.182.) des Duals für den Produktionsprozess j^+ einen von null verschiedenen Koeffizienten aufweisen, die Bedingung (D.III.182.) sicherstellen müssen:

$$\sum_{\substack{\widetilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}: \\ \sum_{q \in \widetilde{Q}} a_{q,j^+} > 0}} \left(\sum_{q \in \widetilde{Q}} a_{q,j^+} \right) \cdot \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}{}^{\circ} = c_{j^+} \qquad \textit{(D.III.183.).}$$

Schreibt man die Bedingung (D.III.174.) in der äquivalenten Form (siehe Kapitel D.III.2.4.1.)

$$\sum_{q \in \widetilde{Q}} a_{q,j^+} = 0 \qquad \text{für alle } \widetilde{Q} : Q_r \cap \widetilde{Q} = \emptyset \qquad \textit{(D.III.184.),}$$

so lautet (D.III.183.) in der äquivalenten Formulierung

$$\sum_{\substack{\tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}: \\ Q_r \cap \tilde{Q} \neq \emptyset}} \left(\sum_{q \in \tilde{Q}} a_{q,j^+} \right) \cdot \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{\circ} = c_{j^+} \qquad \textit{(D.III.185.).}$$

Durch Einsetzen in (D.III.181.) erhalten wir

$$\begin{aligned} v(\{n\}) &= \frac{\sum\limits_{\substack{\tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}: \\ Q_r \cap \tilde{Q} \neq \emptyset}} \left(\sum\limits_{q \in \tilde{Q}} a_{q,j^+} \right) \cdot \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{\circ}}{\sum\limits_{q \in \boldsymbol{Q}} a_{q,j^+}} \\ &= \sum_{\substack{\tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}: \\ Q_r \cap \tilde{Q} \neq \emptyset}} \left(\frac{\sum\limits_{q \in \tilde{Q}} a_{q,j^+}}{\sum\limits_{q \in \boldsymbol{Q}} a_{q,j^+}} \right) \cdot \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{\circ} \end{aligned} \qquad \textit{(D.III.186.).}$$

Betrachtet man die Auszahlung einer Arbeitskraft $n \in \boldsymbol{PA}_r$ im Rahmen der großen Koalition. Sie ist dort über (D.III.120.&121.) festgelegt als

$$\Phi_n^F = \underline{\Phi}_r^F = \sum_{\tilde{Q} \in \bigcup\limits_{q \in Q_r} \tilde{Q}_q} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{*} \quad \text{für alle } r \in \boldsymbol{R},\ n \in \boldsymbol{PA}_r \quad \textit{(D.III.187.).}$$

Dies lässt sich nach den Vorüberlegungen in Kapitel D.III.2.4.1. schreiben als

$$\Phi_n^F = \underline{\Phi}_r^F = \sum_{\substack{\tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}: \\ Q_r \cap \tilde{Q} \neq \emptyset}} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{*} \quad \text{für alle } r \in \boldsymbol{R},\ n \in \boldsymbol{PA}_r \quad \textit{(D.III.188.).}$$

Für die Variablen $\tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{*}$ gilt, dass sie ebenfalls der Nebenbedingung

$$\sum_{\tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}} \left(\sum_{q \in \tilde{Q}} a_{q,j^+} \right) \cdot \tilde{y}_{f(\tilde{Q})} \geq c_{j^+} \qquad \textit{(D.III.189.)}$$

mit der Eigenschaft (D.III.184.) genügen müssen (man beachte, dass die Nebenbedingungen (D.III.57.) des Duals völlig unabhängig von der Größe und Struktur der betrachteten Koalition - also hier $\{n\}$ und $\underline{N}$ – sind):

$$\sum_{\substack{\tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}: \\ Q_r \cap \tilde{Q} \neq \emptyset}} \left(\sum_{q \in \tilde{Q}} a_{q,j^+} \right) \cdot \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{*} \geq c_{j^+} \qquad \textit{(D.III.190.)}$$

Ersetzt man in (D.III.190.) die rechte Seite durch die Bedingung (D.III.185.), so erhalten wir die Relation

$$\sum_{\substack{\tilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q}:\\ Q_r\cap\tilde{Q}\neq\emptyset}} \left(\sum_{q\in\tilde{Q}} a_{q,j^+}\right)\cdot \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{\,*} \geq \sum_{\substack{\tilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q}:\\ Q_r\cap\tilde{Q}\neq\emptyset}} \left(\sum_{q\in\tilde{Q}} a_{q,j^+}\right)\cdot \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{\,\circ} \qquad \text{(D.III.190.)}$$

und damit

$$\sum_{\substack{\tilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q}:\\ Q_r\cap\tilde{Q}\neq\emptyset}} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{\,*} \geq \sum_{\substack{\tilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q}:\\ Q_r\cap\tilde{Q}\neq\emptyset}} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{\,\circ} \qquad \text{(D.III.191.).}$$

Setzt man die Ausdrücke der Bedingung (D.III.191.) in Relation zu $v(\{n\})$ gemäß (D.III.186.), so gilt aufgrund

$$\frac{\sum_{q\in\tilde{Q}} a_{q,j^+}}{\sum_{q\in\boldsymbol{Q}} a_{q,j^+}} \leq 1 \qquad \text{(D.III.192.)}$$

und man erhält die Beziehung

$$\underline{\Phi}_r^F = \sum_{\substack{\tilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q}:\\ Q_r\cap\tilde{Q}\neq\emptyset}} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{\,*} \geq \sum_{\substack{\tilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q}:\\ Q_r\cap\tilde{Q}\neq\emptyset}} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{\,\circ} \geq \sum_{\substack{\tilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q}:\\ Q_r\cap\tilde{Q}\neq\emptyset}} \left(\frac{\sum_{q\in\tilde{Q}} a_{q,j^+}}{\sum_{q\in\boldsymbol{Q}} a_{q,j^+}}\right)\cdot \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{\,\circ} = v(\underline{N})$$

$$\text{(D.III.193.)}$$

und damit

$$\Phi_n^F = \underline{\Phi}_r^F \geq v(\underline{N}) \qquad \text{für alle } r\in\boldsymbol{R},\ n\in\boldsymbol{PA}_r \qquad \text{(D.III.194.),}$$

was zu zeigen war.

■

Die Lösung Φ^F sichert also stets die individuelle Rationalität der resultierenden Auszahlungen, wie von der Entlohnungsfunktion erwünscht.
Diese Betrachtung wird im folgenden über die ‚Einerkoalitionen' hinaus ausgedehnt und die Koalitionsrationalität der Entlohnungsfunktion Φ^F aufgezeigt.

Im Folgenden wollen wir zeigen, dass die Entlohnungsfunktion Φ^F für das *erweiterte „Linear Production Game“* wie erwünscht die Eigenschaft der kollektiven Rationalität aufweist.

Behauptung

Die Lösung Φ^F erfüllt das Postulat (P.6.) der koalitionalen Lohnrationalität.

□

Beweis

Es ist zu zeigen, dass für jede beliebige Koalition $\underline{K} \subset \underline{N}$ gilt

$$\sum_{n \in \underline{K}} \Phi_n^F \geq \upsilon(\underline{K}) \qquad (D.III.195.),$$

mit

$$\Phi_n^F = \underline{\Phi}_r^F = \sum_{\tilde{Q} \in \bigcup_{q \in Q_r} \tilde{Q}_q} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^* \quad \text{für alle } r \in \boldsymbol{R},\ n \in \boldsymbol{PA}_r \qquad (D.III.187.).$$

Rufen wir uns in Erinnerung, dass der Wert einer Koalition $\underline{K} \subset \underline{N}$ dem Problem (D.III.56.-58.) entspricht. Dessen Dual lautet

$$Zf.: \quad \upsilon(\underline{K}) = \sum_{\tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}} \left(\sum_{r \in \bigcup_{q \in \tilde{Q}} R_q} \#\left(\boldsymbol{PA}_r \cap \underline{K}\right) \right) \cdot \tilde{y}_{f(\tilde{Q})} \overset{!}{=} min \qquad (D.III.196.)$$

$$Nb.: \quad \sum_{\tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})} \cdot \left(\sum_{q \in \tilde{Q}} a_{q,j} \right) \geq c_j \quad \text{für alle } j \in \boldsymbol{J} \qquad (D.III.115.)$$

$$Nnb.: \quad \tilde{y}_{f(\tilde{Q})} \geq 0 \quad \text{für alle } \tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q} \qquad (D.III.116.).$$

Sei $\tilde{Y}$ die Menge der zulässigen Lösungen des dualen Problems gemäß (D.III.118.). Für die große Koalition $\underline{N}$ ist der das duale Koalitionswertproblem (D.III.114.-116.) minimierende Vektor $\tilde{\boldsymbol{y}}^*$ nach (D.III.122.).

Entsprechend gelte für eine kleine Koalition $\underline{K} \subset \underline{N}$, dass deren Wert im Problem (D.III.115.,116.&196) durch den Vektor

$$\tilde{\boldsymbol{y}}^\circ = \underset{\tilde{\boldsymbol{y}} \in \tilde{Y}}{\operatorname{argmin}} \left(\sum_{\tilde{Q} \subseteq \underline{Q}} \left(\sum_{r \in \bigcup_{q \in \tilde{Q}} R_q} \#\left(PA_r \cap \underline{K}\right) \right) \cdot \tilde{y}_{f(\tilde{Q})} \right) \qquad (D.III.197.)$$

bestimmt werde.[1]

[1] Wir unterstellen zunächst, dass es ein eindeutige ‚Eckpunktlösung‘ gibt. Auf den Fall mehrerer gleichwertiger optimaler Lösungen kommen wir an späterer Stelle zu sprechen.

Von entscheidender Bedeutung ist, dass der Lösungsraum $\widetilde{Y}$ sowohl für die Ermittlung von $\widetilde{\boldsymbol{y}}^*$ als auch für $\widetilde{\boldsymbol{y}}^\circ$ identisch ist, d.h. die Größe und Zusammensetzung der betrachteten Koalition $\underline{K}\subset\underline{N}$ haben – anders als im Primal – keinerlei Einfluss auf den Lösungsraum des dualen Koalitionswertproblems.
Da $\widetilde{\boldsymbol{y}}^\circ$ zum kleinstmöglichen Zielfunktionswert für die Koalition $\underline{K}$ im Problem (D.III.115.,116.&196) führt, kann die Variablenausprägung des Vektors $\widetilde{\boldsymbol{y}}^*$ aus dem dualen Koalitionswertproblem für $\underline{N}$ nie einen kleineren Wert generieren.
Daher muss für jede Koalition $\underline{K}\subset\underline{N}$ gelten, dass

$$v(\underline{K}) = \sum_{\widetilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q}} \left(\sum_{r\in \bigcup_{q\in\widetilde{Q}} R_q} \#(\boldsymbol{PA}_r \cap \underline{K}) \right) \cdot \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}{}^\circ \leq \sum_{\widetilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q}} \left(\sum_{r\in \bigcup_{q\in\widetilde{Q}} R_q} \#(\boldsymbol{PA}_r \cap \underline{K}) \right) \cdot \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}{}^* \qquad \textit{(D.III.198.)}.$$

Die Lohnsumme einer Teilmenge $\underline{K}$ gemäß dem Vektor der Gleichgewichtspreise $\widetilde{\boldsymbol{y}}^*$ lautet aufgrund der Eindeutigkeit und Vollständigkeit (D.III.50.&51.) der Zuordnung von Elementen $n\in\underline{N}$ zu Personalausstattungen $\boldsymbol{PA}_r$

$$\sum_{n\in\underline{K}} \Phi_n^F = \sum_{r\in\boldsymbol{R}} \left(\sum_{\widetilde{Q}\in \bigcup_{q\in Q_r} \widetilde{Q}_q} \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})} \right) \cdot \#(\underline{PA}_r \cap \underline{K}) \qquad \textit{(D.III.199.)}.$$

Passt man die bereits erörterte Identität (D.III.123.) auf eine Koalition $\underline{K}\subset\underline{N}$ und ihre Optimallösung an

$$\sum_{\widetilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q}} \left(\sum_{r\in \bigcup_{q\in\widetilde{Q}} R_q} \#(\boldsymbol{PA}_r \cap \underline{K}) \right) \cdot \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}{}^* = \sum_{r\in\boldsymbol{R}} \left(\sum_{\widetilde{Q}\in \bigcup_{q\in Q_r} \widetilde{Q}_q} \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}{}^* \right) \cdot \#(\boldsymbol{PA}_r \cap \underline{K}) \qquad \textit{(D.III.200.)},$$

so können wir schreiben

$$\sum_{n\in\underline{K}} \Phi_n^F = \sum_{\widetilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q}} \left(\sum_{r\in \bigcup_{q\in\widetilde{Q}} R_q} \#(\boldsymbol{PA}_r \cap \underline{K}) \right) \cdot \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}{}^* \qquad \textit{(D.III.201.)}.$$

Die rechte Seite entspricht exakt der rechten Seite in der Relation (D.III.198.), womit man durch Einsetzen von (D.III.201.) in (D.III.198)

$$v(\underline{K}) \leq \sum_{n\in\underline{K}} \Phi_n^F \qquad \textit{(D.III.195.)}$$

erhält, was zu zeigen war.

■

Wenden wir uns dem Postulat nach einer pareto-effizienten Verteilung der Koalitionswerte zu, in dem gefordert wurde, dass der Wert einer Koalition durch die Entlohnungsfunktion vollständig auf die Mitglieder aufgeteilt wird.

Behauptung
Die Lösung Φ^F erfüllt das Postulat (P.7.) der Pareto-Effizienz.

□

Beweis
Es ist zu zeigen, dass

$$\sum_{n\in \underline{N}} \Phi_n^F = v(\underline{N}) \qquad \textit{(D.III.202.).}$$

Aufgrund der Vollständigkeit- und der Eindeutigkeitsbedingung (D.III.50.&51.) der Zuordnung der Koalitionsmitglieder zu Personalsegmenten soll gelten

$$\sum_{n\in \underline{N}} \Phi_n^F = \sum_{r\in \boldsymbol{R}} \sum_{n\in \boldsymbol{PA}_r} \Phi_r^F \cdot \#(\{\mathrm{n}\} \cap \boldsymbol{PA}_r) = \sum_{r\in \boldsymbol{R}} \Phi_r^F \cdot PA_r = v(\underline{N}) \qquad \textit{(D.III.203.).}$$

Der *Wert* $v(\underline{N})$ der Gesamtpersonalausstattung, also der im Koalitionsspiel maximal zu verteilende Betrag, entspricht nach den Definitionen D.D.III.4.&5. dem optimalen Zielfunktionswert des Koalitionswertproblems nach Definition D.D.III.10.:

$$v(\underline{N}) = \sum_{j\in \boldsymbol{J}} c_j \cdot x_j^* \qquad \textit{(D.III.204.),}$$

weshalb zu zeigen ist, dass

$$\sum_{r\in \boldsymbol{R}} \Phi_r^F \cdot PA_r = v(\underline{N}) = \sum_{j\in \boldsymbol{J}} c_j \cdot x_j^* \qquad \textit{(D.III.205.).}$$

Nach dem Dualitätssatz (D.III.106.) gilt

$$\sum_{\tilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q}} \left(\sum_{r\in \bigcup_{q\in \tilde{Q}} R_q} PA_r \right) \cdot \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{\;*} = \sum_{j\in \boldsymbol{J}} c_j \cdot x_j^{\;*} \qquad \textit{(D.III.206.).}$$

Aufgrund der in Kapitel D.III.2.4.2. gezeigten Identität

$$\sum_{\tilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q}} \left(\sum_{r\in \bigcup_{q\in \tilde{Q}} R_q} PA_r \right) \cdot \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{\;*} = \sum_{r\in \boldsymbol{R}} \left(\sum_{\tilde{Q}\in \bigcup_{q\in Q_r} \tilde{Q}_q} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^{\;*} \right) \cdot PA_r \qquad \textit{(D.III.207.)}$$

können wir gemäß der Definition der Entlohnung einer Arbeitskraft $r\in \boldsymbol{R}$

$$\Phi_r^F = \sum_{\widetilde{Q} \in \bigcup_{q \in Q_r} \widetilde{Q}_q} \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}^{\,*} \qquad \textit{(D.III.121.)}$$

die rechte Seite in (D.III.207.) umschreiben, so dass wir

$$\sum_{\widetilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}} \left(\sum_{r \in \bigcup_{q \in \widetilde{Q}} R_q} PA_r \right) \cdot \widetilde{y}_{f(\widetilde{Q})}^{\,*} = \sum_{r \in \boldsymbol{R}} \Phi_r^F \cdot PA_r \qquad \textit{(D.III.208.)}$$

erhalten.

Durch das Einsetzen von (D.III.208.) in (D.III.205.) erhalten wir:

$$\sum_{r \in \boldsymbol{R}} \Phi_r^F \cdot PA_r = \sum_{j \in \boldsymbol{J}} c_j \cdot x_j^* = v(\underline{N}) \quad ,$$

was zu zeigen war.

■

Das bedeutet, dass der Wert der großen Koalition $v(\underline{N})$ nach der Entlohnungsfunktion Φ^F vollständig an die Arbeitskräfte des Betriebes ausgezahlt wird. Ausgehend von dieser Verteilung kann keine Arbeitskraft besser gestellt werden, ohne dass sich eine andere Arbeitskraft verschlechtert. Die Forderung nach Pareto-Effizienz ist damit erfüllt.
Nachden die Forderungen nach der individuellen und koalitionalen Rationalität sowie der Pareto-Effizienz erfüllt sind, können wir folgende Aussagen treffen:

Behauptung
Ein Auszahlungsvektor $\boldsymbol{\Phi}^F$ ist eine Imputation des *erweiterten „Linear Production Game“* $\Gamma(\underline{N};\boldsymbol{A}^\chi,\boldsymbol{b}^\chi,\boldsymbol{c})$.

□

Behauptung
Der Auszahlungsvektor $\boldsymbol{\Phi}^F$ liegt im Kern des *erweiterten „Linear Production Game“*.

□

Aufgrund der Eigenschaften der Pareto-Effizienz und der individuellen Rationalität sind die durch die Entlohnungsfunktion Φ^F generierten Auszahlungen Imputationen des erweiterten Linar Production Game und erfüllen damit eine der grundlegenden Forderungen der Verteilung von Koalitionsgewinnen, wie sie im Kern, in der Verhandlungsmenge nach *Aumann/Maschler* und in den Stabilen Mengen nach *von Neumann/Morgenstern* gefordert wird.

2.4.3.3. Unabhängigkeit

Abschließend gilt es, die beiden Unabhängigkeitspostulate zu überprüfen. Das erste dieser Axiome forderte, dass eine Änderung der monetären Einheiten (beispielsweise der Umrechnung des Problems von Euro auf US-Dollar über einen entsprechenden Wechselkurs) keine Änderung der Lohnstruktur bewirkt.

<u>*Behauptung*</u>
Die Entlohnungsfunktion Φ^F erfüllt das Postulat (P.8.) der Unabhängigkeit von der Dimension monetärer Größen.

□

<u>*Beweis*</u>
Es ist zu zeigen, dass eine Umrechnung der monetären Größen des *erweiterten LPG* $\Gamma(\underline{N}; \boldsymbol{A}^\chi, \boldsymbol{b}^\chi, \boldsymbol{c}')$ mit dem Parameter ζ der Dimension [GE″/GE′] keine Veränderung der Lohnstruktur bewirkt, so dass gilt[1]

$$\Phi_n''^F = \zeta\, \Phi_n'^F \quad \text{für alle } n \in \underline{N} \qquad \textit{(D.III.209.)}$$

Die Transformation der monetären Größen führt vom ursprünglichen dualen Problem

$$min\left\{ \boldsymbol{b}^{\chi^\mathsf{T}} \cdot \tilde{\boldsymbol{y}}' \middle| \boldsymbol{A}^{\chi^\mathsf{T}} \cdot \tilde{\boldsymbol{y}}' \geq \boldsymbol{c}' \right\} \qquad \textit{(D.III.210.)}$$

zum transformierten Optimierungsproblem

$$min\left\{ \boldsymbol{b}^{\chi^\mathsf{T}} \cdot \tilde{\boldsymbol{y}}'' \middle| \boldsymbol{A}^{\chi^\mathsf{T}} \cdot \tilde{\boldsymbol{y}}'' \geq \boldsymbol{c}'' \right\} \qquad \textit{(D.III.211.)}$$

Die Komponenten c''_j des ‚rechte Hand'-Vektors ergeben unter Angabe der Dimensionen aus der Transformation

$$c''_j \left[\frac{\text{GE}''}{\text{PD}}\right] = \zeta \left[\frac{\text{GE}''}{\text{GE}'}\right] \cdot c'_j \left[\frac{\text{GE}'}{\text{PD}}\right] \qquad \textit{(D.III.212.).}$$

Aufgrund der unveränderten transponierten Intervalltechnologiematrix mit[2]

$$dim(\boldsymbol{A}^\mathsf{T}) = [\text{AK} \cdot \text{P/PD}] \qquad \textit{(D.III.213.),}$$

gilt für die Entscheidungsvariablen

---

[1] $\Phi_n'^F := \Phi_n(\underline{N}; \boldsymbol{A}^\chi, \boldsymbol{b}^\chi, \boldsymbol{c}')$; $\Phi_n''^F := \Phi_n(\underline{N}; \boldsymbol{A}^\chi, \boldsymbol{b}^\chi, \boldsymbol{c}'')$.

[2] GE:=Geldeinheiten, AK:=Arbeitskräfte, P:=Periode, PD:=Prozessdurchführung.

$$\begin{aligned}
\widetilde{y}''_i \left[\frac{\text{GE}''}{\text{AK}\cdot\text{P}}\right] &= \frac{c''_j \left[\frac{\text{GE}''}{\text{PD}}\right]}{a_{i,j}\left[\frac{\text{AK}\cdot\text{P}}{\text{PD}}\right]} \\
&= \frac{\zeta\left[\frac{\text{GE}''}{\text{GE}'}\right]\cdot c'_j\left[\frac{\text{GE}'}{\text{PD}}\right]}{a_{i,j}\left[\frac{\text{AK}\cdot\text{P}}{\text{PD}}\right]} \\
&= \zeta\left[\frac{\text{GE}''}{\text{GE}'}\right]\cdot \widetilde{y}'_i \left[\frac{\text{GE}'}{\text{AK}\cdot\text{P}}\right]
\end{aligned} \qquad \textit{(D.III.214.).}$$

Damit findet sich auf der linken Seite der Nebenbedingungen die Verknüpfung

$$\begin{aligned}
& a_{i,j}\left[\frac{\text{AK}\cdot\text{P}}{\text{PD}}\right]\cdot \widetilde{y}''_i \left[\frac{\text{GE}''}{\text{AK}\cdot\text{P}}\right] \\
&= a_{i,j}\left[\frac{\text{AK}\cdot\text{P}}{\text{PD}}\right]\cdot \zeta\left[\frac{\text{GE}''}{\text{GE}'}\right]\cdot \widetilde{y}'_i \left[\frac{\text{GE}'}{\text{AK}\cdot\text{P}}\right] \\
&= \zeta\left[\frac{\text{GE}''}{\text{GE}'}\right]\cdot \left(a_{i,j}\left[\frac{\text{AK}\cdot\text{P}}{\text{PD}}\right]\cdot \widetilde{y}'_i \left[\frac{\text{GE}'}{\text{AK}\cdot\text{P}}\right]\right)
\end{aligned} \qquad \textit{(D.III.215.).}$$

Im Bereich der Zielfunktion führt die Transformation zur Anpassung

$$\begin{aligned}
& b_i[\text{AK}]\cdot \widetilde{y}''_i \left[\frac{\text{GE}''}{\text{AK}\cdot\text{P}}\right] \\
&= b_i[\text{AK}]\cdot \zeta\left[\frac{\text{GE}''}{\text{GE}'}\right]\cdot \widetilde{y}'_i \left[\frac{\text{GE}'}{\text{AK}\cdot\text{P}}\right] \\
&= \zeta\left[\frac{\text{GE}''}{\text{GE}'}\right]\cdot \left(b_i[\text{AK}]\cdot \widetilde{y}'_i \left[\frac{\text{GE}'}{\text{AK}\cdot\text{P}}\right]\right)
\end{aligned} \qquad \textit{(D.III.216.).}$$

Damit unterliegt das gesamte Optimierungsproblem

$$min\left\{ \boldsymbol{b}^{\chi^{\mathsf{T}}} \cdot \widetilde{\boldsymbol{y}}' \,\middle|\, \boldsymbol{A}^{\chi^{\mathsf{T}}} \cdot \widetilde{\boldsymbol{y}}' \geq \boldsymbol{c}' \right\} \qquad \textit{(D.III.217.)}$$

derselben linearen Transformation sowohl im Bereich der Zielfunktion, als auch im Bereich der linken und rechten Seite der Restriktionen.
Dies führt zu einer linearen Transformation der optimalen Basislösung(en) des Optimierungsproblems, weshalb für die optimale Lösung

$$\begin{aligned}
\widetilde{\boldsymbol{y}}''^{*} &= \underset{\widetilde{\boldsymbol{y}}\in \widetilde{\text{Y}}''}{\text{argmin}}\left\{ \boldsymbol{b}^{\mathsf{T}} \cdot \widetilde{\boldsymbol{y}}'' \,\middle|\, \boldsymbol{A}^{\mathsf{T}} \cdot \widetilde{\boldsymbol{y}}'' \geq \boldsymbol{c}'' \right\} \\
&= \underset{\widetilde{\boldsymbol{y}}\in \widetilde{\text{Y}}'}{\text{argmin}}\left\{ \boldsymbol{b}^{\mathsf{T}} \cdot \zeta \cdot \widetilde{\boldsymbol{y}}' \,\middle|\, \boldsymbol{A}^{\mathsf{T}} \cdot \zeta \cdot \widetilde{\boldsymbol{y}}' \geq \zeta \cdot \boldsymbol{c}' \right\} \\
&= \zeta \cdot \underset{\widetilde{\boldsymbol{y}}\in \widetilde{\text{Y}}'}{\text{argmin}}\left\{ \boldsymbol{b}^{\mathsf{T}} \cdot \widetilde{\boldsymbol{y}}' \,\middle|\, \boldsymbol{A}^{\mathsf{T}} \cdot \widetilde{\boldsymbol{y}}' \geq \boldsymbol{c}' \right\}
\end{aligned} \qquad \textit{(D.III.218.).}$$

des transformierten Problems gilt:

$$\widetilde{\boldsymbol{y}}''^{*} = \zeta \cdot \widetilde{\boldsymbol{y}}'^{*} \qquad (D.III.219.).$$

Damit unterliegt die Auszahlung an die Spieler gemäß der Lösungsfunktion ebenfalls einer linearen Transformation mit dem Faktor

$$\underline{\Phi}''^{F}_{r} = \sum_{\widetilde{Q} \in \bigcup_{q \in Q_r} \widetilde{Q}_q} \widetilde{y}''_{f(\widetilde{Q})}{}^{*} = \sum_{\widetilde{Q} \in \bigcup_{q \in Q_r} \widetilde{Q}_q} \zeta \cdot \widetilde{y}'_{f(\widetilde{Q})}{}^{*} = \zeta \cdot \sum_{\widetilde{Q} \in \bigcup_{q \in Q_r} \widetilde{Q}_q} \widetilde{y}'_{f(\widetilde{Q})}{}^{*} = \zeta \cdot \underline{\boldsymbol{\Phi}}'^{F}_{r}$$

(D.III.220.).

Aufgrund (D.III.120.) gilt

$$\Phi''^{F}_{n} = \underline{\Phi}''^{F}_{r} = \zeta\, \Phi'^{F}_{n} = \zeta \cdot \Phi'^{F}_{r} \qquad \text{für alle } r \in \boldsymbol{R},\ n \in \boldsymbol{PA}_r \quad (D.III.221.)$$

und daher

$$\Phi''^{F}_{n} = \zeta\, \Phi'^{F}_{n} \qquad \text{für alle } n \in \underline{N} \qquad (D.III.209.),$$

was zu zeigen war.

■

Die letzte noch zu zeigende Eigenschaft betraf die Unabhängigkeit der Lösung von einem Wechsel der Bezugsperiode. Wird beispielsweise von einer Wochen- auf eine Tagesbetrachtung umgestellt, so soll dieser Wechsel keine Auswirkung auf die resultierende Lohnstruktur haben.

<u>*Behauptung*</u>
Die Entlohnungsfunktion Φ^F erfüllt das Postulat (P.9.) nach Unabhängig von der Dimension der Bezugsperiode.

□

<u>*Beweis*</u>
Es ist zu zeigen, dass eine Umstellung der Bezugsperiode des *erweiterten LPG* $\Gamma(\underline{N};\ \boldsymbol{A}^{\chi},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c}')$ mit dem Parameter ξ [P″/P′] keine Veränderung der Lohnstruktur bewirkt, so dass gilt[1]

$$\Phi''^{F}_{n} = (1/\xi)\, \Phi'^{F}_{n} \qquad \text{für alle } n \in \underline{N} \qquad (D.III.222.).$$

[1] $\Phi'^{F}_{n} := \Phi_n(\underline{N};\ \boldsymbol{A}^{\chi},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c}')$; $\Phi''^{F}_{n} := \Phi_n(\underline{N};\boldsymbol{A}^{\chi},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c}'')$.

Die Transformation der monetären Größen führt vom ursprünglichen dualen Problem

$$min\left\{ \boldsymbol{b}^{\chi^{\mathsf{T}}} \cdot \widetilde{\boldsymbol{y}}' \middle| \boldsymbol{A}'^{\chi^{\mathsf{T}}} \cdot \widetilde{\boldsymbol{y}}' \geq \boldsymbol{c} \right\} \qquad (D.III.223.)$$

zum transformierten Entscheidungsproblem

$$min\left\{ \boldsymbol{b}^{\chi^{\mathsf{T}}} \cdot \widetilde{\boldsymbol{y}}'' \middle| \boldsymbol{A}''^{\chi^{\mathsf{T}}} \cdot \widetilde{\boldsymbol{y}}'' \geq \boldsymbol{c} \right\} \qquad (D.III.224.).$$

Die Transformation der Bezugsperiode führt zu einer Anpassung der Elemente der transponierten Intervalltechnologiematrix:

$$a''_{i,j}\left[\tfrac{\mathrm{AK \cdot P''}}{\mathrm{PD}}\right] = a'_{i,j}\left[\tfrac{\mathrm{AK \cdot P'}}{\mathrm{PD}}\right] \cdot \xi\left[\tfrac{\mathrm{P''}}{\mathrm{P'}}\right] = \xi \cdot a'_{i,j}\left[\tfrac{\mathrm{AK \cdot P''}}{\mathrm{PD}}\right] \cdot \qquad (D.III.225.).$$

Die Komponenten des ‚rechte Hand'-Vektors $\boldsymbol{c}$ des Duals bleiben unverändert.

Für die Entscheidungsvariablen gilt

$$\widetilde{y}''_i \left[\tfrac{\mathrm{GE}}{\mathrm{AK \cdot P''}}\right] = \frac{c_j\left[\tfrac{\mathrm{GE}}{\mathrm{PD}}\right]}{a''_{i,j}\left[\tfrac{\mathrm{AK \cdot P''}}{\mathrm{PD}}\right]} = \frac{c_j\left[\tfrac{\mathrm{GE}}{\mathrm{PD}}\right]}{a'_{i,j}\left[\tfrac{\mathrm{AK \cdot P'}}{\mathrm{PD}}\right] \cdot \xi\left[\tfrac{\mathrm{P''}}{\mathrm{P'}}\right]} = \frac{1}{\xi\left[\tfrac{\mathrm{P''}}{\mathrm{P'}}\right]} \cdot \widetilde{y}'_i \left[\tfrac{\mathrm{GE}}{\mathrm{AK \cdot P'}}\right] \quad (D.III.226.).$$

Die Verknüpfung $\boldsymbol{A}''^{\chi^{\mathsf{T}}} \cdot \widetilde{\boldsymbol{y}}''$ führt zu einer unveränderten ‚linken Hand'-Seite im Restriktionenraum des dualen Problems

$$\begin{aligned} & a''_{i,j}\left[\tfrac{\mathrm{AK \cdot P''}}{\mathrm{PD}}\right] \cdot y''_i \left[\tfrac{\mathrm{GE}}{\mathrm{AK \cdot P''}}\right] \\ = & \left(\xi\left[\tfrac{\mathrm{P''}}{\mathrm{P'}}\right] \cdot a'_{i,j}\left[\tfrac{\mathrm{AK \cdot P'}}{\mathrm{PD}}\right]\right) \cdot \left(\frac{1}{\xi\left[\tfrac{\mathrm{P''}}{\mathrm{P'}}\right]} \cdot y'_i \left[\tfrac{\mathrm{GE}}{\mathrm{AK \cdot P'}}\right] \right) \qquad (D.III.227.), \\ = & a'_{i,j}\left[\tfrac{\mathrm{AK \cdot P'}}{\mathrm{PD}}\right] \cdot y'_i \left[\tfrac{\mathrm{GE}}{\mathrm{AK \cdot P'}}\right] \end{aligned}$$

was in Verbindung mit der unveränderten ‚rechten Hand'-Seite $\boldsymbol{c}$ impliziert, dass einen derartige Transformation den Raum der zulässigen Lösungen des dualen Problems nach (D.III.118.) gänzlich unberührt lässt:

$$\widetilde{\mathrm{Y}}''\left(\underline{N}; \boldsymbol{A}'', \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\right) = \widetilde{\mathrm{Y}}'\left(\underline{N}; \boldsymbol{A}', \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\right) \qquad (D.III.228.).$$

Im Bereich der Zielfunktion bewirkt die Transformation die Veränderung

$$b_i[\mathrm{AK}] \cdot y_i'' \left[\tfrac{\mathrm{GE}}{\mathrm{AK} \cdot \mathrm{P}''}\right] = b_i[\mathrm{AK}] \cdot \frac{1}{\xi\left[\frac{\mathrm{P}''}{\mathrm{P}'}\right]} \cdot y_i' \left[\tfrac{\mathrm{GE}}{\mathrm{AK} \cdot \mathrm{P}'}\right] = \frac{1}{\xi} \cdot \left(b_i[\mathrm{AK}] \cdot y_i' \left[\tfrac{\mathrm{GE}}{\mathrm{AK} \cdot \mathrm{P}''}\right]\right)$$

(D.III.229.),

welche die optimale Ecke des Lösungsraumes unverändert lässt und damit zur linearen Transformation der Basislösung des ursprünglichen dualen Optimierungsproblems führt.
Damit unterliegen die Auszahlungen an die Spieler gemäß der Lösungsfunktion lediglich einer linearen Transformation

$$\underline{\Phi}''^{F}_{r} = \sum_{\tilde{Q} \in \bigcup_{q \in Q_r} \tilde{Q}_q} \tilde{y}''_{f(\tilde{Q})}{}^{*} = \sum_{\tilde{Q} \in \bigcup_{q \in Q_r} \tilde{Q}_q} \tfrac{1}{\xi} \cdot \tilde{y}'_{f(\tilde{Q})}{}^{*} = \tfrac{1}{\xi} \cdot \sum_{\tilde{Q} \in \bigcup_{q \in Q_r} \tilde{Q}_q} \tilde{y}'_{f(\tilde{Q})}{}^{*} = \tfrac{1}{\xi} \cdot \underline{\Phi}'^{F}_{r}$$

(D.III.230.).

Gemäß (D.III.120.) gilt

$$\Phi''^{F}_{n} = \underline{\Phi}''^{F}_{r} = (1/\xi)\ \Phi'^{F}_{n} = (1/\xi) \cdot \underline{\Phi}'^{F}_{r} \qquad \text{für alle } r \in \boldsymbol{R},\ n \in \boldsymbol{PA}_r$$

(D.III.231.)

und daher

$$\Phi''^{F}_{n} = (1/\xi)\ \Phi'^{F}_{n} \qquad \text{für alle } n \in \underline{N} \qquad \textit{(D.III.222.)},$$

was zu zeigen war.

■

Auch die Unabhängigkeitspostulate werden von der Entlohnungsfunktion Φ^F erfüllt. Insgesamt kann die vorgeschlagene Lösung für *erweiterte LPG* damit sämtliche erwünschte Eigenschaften aufweisen. Ob sich die Anwendung der Entlohnungsfunktion tatsächlich als so unproblematisch erweist, wie aus der Erfüllung der Postulate geschlossen werden mag und inwiefern andere Lösungen diesen Postulaten nicht genügen, soll in den folgenden Kapiteln erörtert werden.

2.4.4. Exemplarische Analyse der Entlohnungsfunktion und resultierender Lohnstrukturen

2.4.4.1. Vorbemerkungen

Im Folgenden soll anhand einer Reihe von Beispielen die Vorgehens- und Wirkungsweise der vorgeschlagenen Lösung veranschaulicht und auch auf einige ‚problematische' Fälle hingewiesen werden.

Zur Interpretation legen wir eine Situation der betrieblichen Leistungserstellung zugrunde, die uns bereits in Kapitel 2.3.2. als Vorlage gedient hat. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sei sie hier nochmals kurz dargestellt.

Datenkonstellation im fortlaufenden Beispiel

Gegeben sei ein Unternehmen mit drei Produktionsprozessen.

Die Erträge in € bei einmaliger Durchführung der Prozesse belaufen sich auf:

$$\boldsymbol{c}=(2000,\ 1000,\ 9000)$$

Die Intervalltechnologiematrix mit den Faktorbedarfskoeffizienten (Arbeitskräfteperioden pro Prozessdurchführung) in den drei benötigten Tätigkeitskategorien lautet:

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 1{,}0 & 1{,}0 \\ 0{,}5 & 0 & 1{,}0 \\ 0 & 0 & 1{,}0 \end{pmatrix}$$

Tabelle T.D.III.8.: Bereitstellungs- und Verwendungsspektren im Beispiel
(+ := *Zuordnung möglich*)

q\r	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
1	+			+	+		+
2		+		+		+	+
3			+		+	+	+

Auf Grundlage dieser Daten werden verschiedene Personalstrukturen betrachtet und die sich ergebenden Lohnstrukturen analysiert.
Das primale Koalitionswertproblem einer großen Koalition in einer solchen Entscheidungssituation lautet:

$$\text{Zf.:} \quad v(\underline{N}) = 2.000 \cdot x_1 + 1.000 \cdot x_2 + 9.000 \cdot x_3 \overset{!}{=} max$$

$$\text{Nb:}$$

$$\begin{aligned}
0{,}5 \cdot x_1 + 1{,}0 \cdot x_2 + 1{,}0 \cdot x_3 &\leq b_1(\underline{N}) = PA_1 + PA_4 + PA_5 + PA_7 \\
0{,}5 \cdot x_1 + 0{,}0 \cdot x_2 + 1{,}0 \cdot x_3 &\leq b_2(\underline{N}) = PA_2 + PA_4 + PA_6 + PA_7 \\
0{,}0 \cdot x_1 + 0{,}0 \cdot x_2 + 1{,}0 \cdot x_3 &\leq b_3(\underline{N}) = PA_3 + PA_5 + PA_6 + PA_7 \\
1{,}0 \cdot x_1 + 1{,}0 \cdot x_2 + 2{,}0 \cdot x_3 &\leq b_4(\underline{N}) = PA_1 + PA_2 + PA_4 + PA_5 + PA_6 + PA_7 \\
0{,}5 \cdot x_1 + 1{,}0 \cdot x_2 + 2{,}0 \cdot x_3 &\leq b_5(\underline{N}) = PA_1 + PA_3 + PA_4 + PA_5 + PA_6 + PA_7 \\
0{,}5 \cdot x_1 + 0{,}0 \cdot x_2 + 2{,}0 \cdot x_3 &\leq b_6(\underline{N}) = PA_2 + PA_3 + PA_4 + PA_5 + PA_6 + PA_7 \\
1{,}0 \cdot x_1 + 1{,}0 \cdot x_2 + 3{,}0 \cdot x_3 &\leq b_7(\underline{N}) = PA_1 + PA_2 + PA_3 + PA_4 + PA_5 + PA_6 + PA_7
\end{aligned}$$

$$\text{Nnb.:} \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Das entsprechende duale Koalitionswertproblem lautet:

$$\begin{aligned}
\text{Zf.:} \quad v(\underline{N}) = {} & (PA_1 + PA_4 + PA_5 + PA_7) \cdot \tilde{y}_1 \\
& + (PA_2 + PA_4 + PA_6 + PA_7) \cdot \tilde{y}_2 \\
& + (PA_3 + PA_5 + PA_6 + PA_7) \cdot \tilde{y}_3 \\
& + (PA_1 + PA_2 + PA_4 + PA_5 + PA_6 + PA_7) \cdot \tilde{y}_4 \\
& + (PA_1 + PA_3 + PA_4 + PA_5 + PA_6 + PA_7) \cdot \tilde{y}_5 \\
& + (PA_2 + PA_3 + PA_4 + PA_5 + PA_6 + PA_7) \cdot \tilde{y}_6 \\
& + (PA_1 + PA_2 + PA_3 + PA_4 + PA_5 + PA_6 + PA_7) \cdot \tilde{y}_7 \\
& \overset{!}{=} min
\end{aligned}$$

$$\text{Nb.:}$$

$$\begin{aligned}
0{,}5 \cdot \tilde{y}_1 + 0{,}5 \cdot \tilde{y}_2 + 0{,}0 \cdot \tilde{y}_3 + 1{,}0 \cdot \tilde{y}_4 + 0{,}5 \cdot \tilde{y}_5 + 0{,}5 \cdot \tilde{y}_6 + 1{,}0 \cdot \tilde{y}_7 &\geq 2.000 \\
1{,}0 \cdot \tilde{y}_1 + 0{,}0 \cdot \tilde{y}_2 + 0{,}0 \cdot \tilde{y}_3 + 1{,}0 \cdot \tilde{y}_4 + 1{,}0 \cdot \tilde{y}_5 + 1{,}0 \cdot \tilde{y}_6 + 1{,}0 \cdot \tilde{y}_7 &\geq 1.000 \\
1{,}0 \cdot \tilde{y}_1 + 1{,}0 \cdot \tilde{y}_2 + 1{,}0 \cdot \tilde{y}_3 + 2{,}0 \cdot \tilde{y}_4 + 2{,}0 \cdot \tilde{y}_5 + 2{,}0 \cdot \tilde{y}_6 + 3{,}0 \cdot \tilde{y}_7 &\geq 9.000
\end{aligned}$$

$$\text{Nnb.:} \quad \tilde{y}_{f(\tilde{Q})} \geq 0 \quad \text{für alle } \tilde{Q} \subseteq \boldsymbol{Q}$$

In der folgenden Tabelle finden sich die Variablenausprägungen der Optimallösungen beider Koalitionswertprobleme sowie die resultierenden Entlohnungen der Arbeitskräfte in den einzelnen Personalsegmenten.

Tabelle T.D.III.9.: Personalstrukturen und resultierende Lohnstrukturen im Beispiel

Fall	$\underline{PA}$	$v(\underline{K})$	x_1	x_2	x_3	$\tilde{y}_1$	$\tilde{y}_2$	$\tilde{y}_3$	$\tilde{y}_4$	$\tilde{y}_5$	$\tilde{y}_6$	$\tilde{y}_7$	$\underline{\Phi}_1^F$	$\underline{\Phi}_2^F$	$\underline{\Phi}_3^F$	$\underline{\Phi}_4^F$	$\underline{\Phi}_5^F$	$\underline{\Phi}_6^F$	$\underline{\Phi}_7^F$
1	(1 0 0 0 0 0 0)	1000	0	1	0	0	0	0	0	0	3000	1000	1000	-	-	-	-	-	-
2	(0 0 1 0 0 0 0)	0	0	0	0	0	0	0	4500	0	0	0	-	-	0	-	-	-	-
3	(0 0 0 1 0 0 0)	2000	1	0	0	0	0	3000	0	0	0	2000	-	-	-	2000	-	-	-
4	(0 0 0 0 0 0 1)	3000	0	0	0,33	0	0	0	0	0	0	3000	-	-	-	-	-	-	3000
5	(1 0 0 1 0 0 0)	4000	2	0	0	0	0	3000	0	0	0	2000	2000	-	-	2000	-	-	-
6	(0 0 1 1 0 0 0)	4500	0	0	0,5	0	0	0	4500	0	0	0	-	-	0	4500	-	-	-
7	(0 0 0 1 0 0 1)	6000	0	0	0,66	0	0	0	0	0	0	3000	-	-	-	3000	-	-	3000
8	(0 0 1 1 0 0 1)	9000	0	0	1	0	0	0	0	0	0	3000	-	-	3000	3000	-	-	3000
9	(1 0 1 1 0 0 0)	9000	0	0	1	0	0	0	0	0	0	3000	3000	-	3000	3000	-	-	-
10	(1 1 1 1 1 1 1)	21000	0	0	2,33	0	0	0	0	0	0	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000
11	(2 0 0 1 0 0 0)	5000	2	1	0	0	0	2000	0	0	2000	1000	1000	-	-	3000	-	-	-
12	(2 0 1 1 0 0 0)	10000	0	1	1	0	0	0	0	0	3000	1000	1000	-	4000	4000	-	-	-
13	(2 0 1 1 0 0 1)	14000	0	0,5	1,5	0	0	0	0	0	3000	1000	1000	-	4000	4000	-	-	4000

2.4.4.2. Charakteristika des erweiterten „Linear Production Game“

Zunächst wollen wir auf einige Charakteristika der *erweiterten LPG* hinweisen. Zum einen handelt es sich bei dieser Klasse von Spielen um monotone und propere Koalitionsspiele (siehe Definitionen D.D.II.3.&4.): Die Hinzunahme neuer Koalitionsmitglieder führt also nie zu einer Verschlechterung des Koalitionswertes, unabhängig davon, wie die Personalsegmente besetzt sind, gleiches gilt für den Zusammenschluss von Koalitionen.

Beispiel B.D.III.11.
Wir betrachten eine Gesamtpersonalausstattung (‚große Koalition‘) deren Qualifikationsstruktur über den Vektor $\underline{PA}$=(2, 0, 1, 1, 0, 0, 1) beschreiben wird, erfasst in Fall 13.
Man betrachte dazu das Entstehen der ‚großen Koalition‘ über die Bildungskette der Fälle 1 → 5 → 11 → 12 → 13 in Tabelle T.D.III.9.
Die Entwicklung der Koalitionswerte lautet:

1.000 → 4.000 → 5.000 → 10.000 → 14.000.

○

Dass es sich bei *erweiterten LPG* um solche monotone Koalitionsspiele mit superadditiven Koalitionswerten handeln muss, folgt unmittelbar aus der allgemein gezeigten Eigenschaft der Ausgewogenheit dieser Spiele (siehe Kapitel D.III.2.4.1.). Dies folgt auch sachlogisch aus der Definition der Koalitionswerte nach Definition D.D.III.4.: Eine Koalition mit einer größeren Ressourcenausstattung kann niemals einen geringeren Wert erzielen, als eine Koalition mit einer geringeren Ressourcenausstattung; im Fall eines Zusammenschlusses zweier Koalitionen wird ‚schlimmstenfalls‘ deren Leistungsprogramm aufrechterhalten. Dagegen handelt es sich bei den *erweiterten LPG* um eine Klasse von Spielen, die nicht immer das Kriterium der Konvexität erfüllen (Definition D.D.II.7.).

Beispiel B.D.III.12.
Betrachtet wird eine Gesamtpersonalausstattung mit der Qualifikationsstruktur $\underline{PA}$=(2, 0, 1, 1, 0, 0, 0) [Fall 12].
Der Beitritt einer Arbeitskraft des Segments *r=1* bewirkt im Fall 5 gegenüber Fall 3 einen Wertzuwachs von 2.000 €, im Fall 11 gegenüber Fall 5 jedoch nur einen Wertzuwachs von 1.000 €, was gegen die Bedingung (D.II.8.) konvexer Spiele verstößt.

○

Es können im *erweiterten LPG* also durchaus abnehmende Grenzbeiträge bei anwachsender Koalitionsgröße resultieren, was dem Merkmal konkaver Spiele entspricht. Dies bedeutet, dass der *Shapley*-, der Solidaritäts-, der *Banzhaf*- und der $\boldsymbol{\tau}$-Wert für diese Klasse von Spielen Auszahlungen außerhalb des Kerns generieren können. Nur der Nucleolus als lexikographisches Zentrum des Kerns auch in nichtkonvexen Spielen, könnte als einziges der klassischen Punktlösungskonzepte zuverlässig eine Lohnstruktur generieren, die den Bedingen der Teilnahmegerechtigkeit (Kap. 2.3.3.) – individuelle und koalitionale Rationalität sowie Pareto-Effizienz – genügt und damit im Kern des *erweiterten LPG* liegt.

Auch das Problem des Wertes von Humankapital lässt sich anhand der Beispielswerte illustrieren. Es zeigt sich, dass funktionale Flexibilität, sprich Verwendungsmehrdeutigkeit, an sich keinerlei Hinweise über den ökonomischen Wert und die Entlohnung einer Humanressource gibt.
Offensichtlich können weder Arbeitskräfte der Segmente $r=2$, $r=3$ noch solche des funktional flexiblen Segments $r=6$, weder einzeln noch als Koalitionen auf der Grundlage der verfügbaren Technologien Erträge erzielen, da in jedem Produktionsprozess eine Tätigkeit außerhalb des Verwendungsspektrum dieser Personalsegmente benötigt wird. Im Beispiel ist dies Tätigkeit $q=1$. Für die Produktionskoeffizienten betreffend diese Tätigkeit gilt: $a_{11}, a_{12}, a_{13} > 0$.
Arbeitskräfte der Kategorie $r=1$ können dagegen, obwohl lediglich einfach qualifiziert auch alleine einen Ertrag (in Höhe von 1.000 €) erzielen und zwar durch die einmalige Durchführung des Prozesses $j=2$; es gilt $a_{22}, a_{32} = 0$.
Gleiches würde auch für Arbeitskräfte des Segments $r=5$ gelten.
Einzelne Arbeitskräfte des Segments $r=4$ erzielen durch die einmalige Durchführung des Prozesses $j=1$ einen Ertrag in Höhe von 2.000 € (Fall 3), einzelne Arbeitskräfte des Segments $r=7$ könnten durch die 1/3-fache Durchführung des dritten Prozesses einen Ertrag in Höhe von 3.000 € erwirtschaften (Fall 4).

2.4.4.3. Illustration der Entlohnungsfunktion

Um sich den ‚Aufbau' der Entlohnungsfunktion zu veranschaulichen, kann im Fall dreier Faktorbedarfskategorien mit sieben (2^3-1) Personalsegmenten die Zusammensetzung der Löhne über die Dualvariablen anhand von Venn-Diagrammen erfolgen.
Anhand der Einbeziehung der Dualvariablen lässt sich erkennen, wie die Entlohnungsfunktion Φ^F durch die Einbeziehung teils unterschiedlicher, teils identischer Dualvariablen für Arbeitskräfte unterschiedlicher Segmente die Monotonie, die Egalität und die Nichtentlohnung ungenutzter Humanressourcen generiert. So enthält die Entlohnung von Arbeitskräften des Segments $r=7$ mit $Q_7=\{1,2,3\}$ sämtliche Komponenten der Entlohnung von Arbeitskräften der Segmente $r=1$ mit $Q_1=\{1\}$ oder $r=4$ mit $Q_4=\{1,2\}$. Die Belegung dieser Variablen führt zu identischen Löhnen; die Belegungen von Variablen, die nur Komponenten der Entlohnung funktional flexiblerer Segmente sind, führen zu Lohndifferenzierungen.

In der Abbildung A.B.D.III.3. sind die in die Entlohnung einer Arbeitskraft des Segments *r=1* einbezogenen Gleichgewichtspreise grau unterlegt. Für Arbeitskräfte des Segments *r=4* kommen gegenüber *r=1* zwei weitere Gleichgewichtspreise hinzu. Für Arbeitskräfte des Segments *r=7* wären dagegen sämtliche Felder grau.

Abbildung A.B.D.III.3: Gleichgewichtspreise als Element der Auszahlung von Arbeitskräften der Kategorie r=1 im Fall Q=3

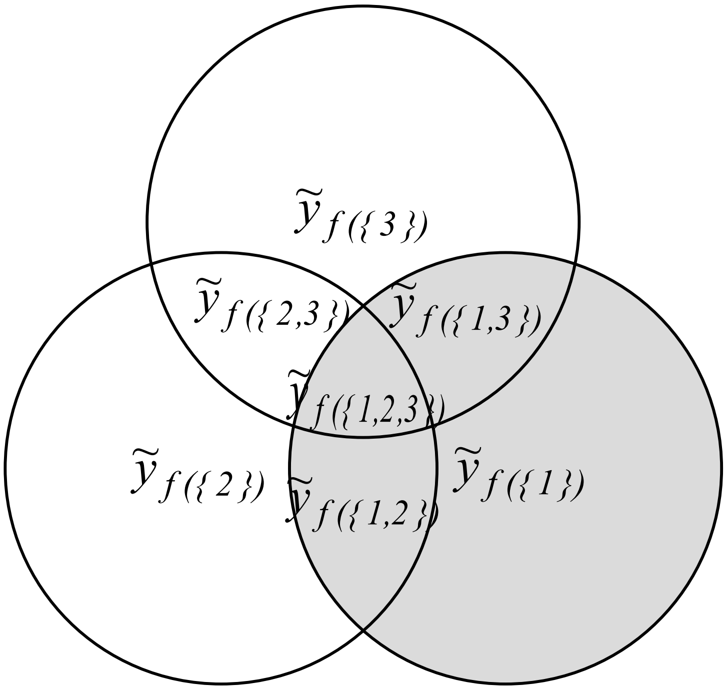


Abbildung A.B.D.III.4: Gleichgewichtspreise als Element der Auszahlung von Arbeitskräften der Kategorie r=4 im Fall Q=3

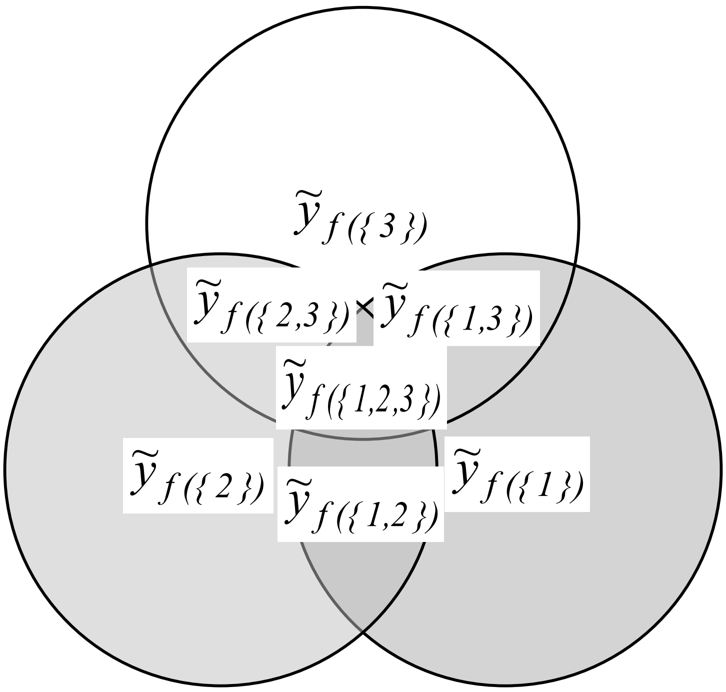
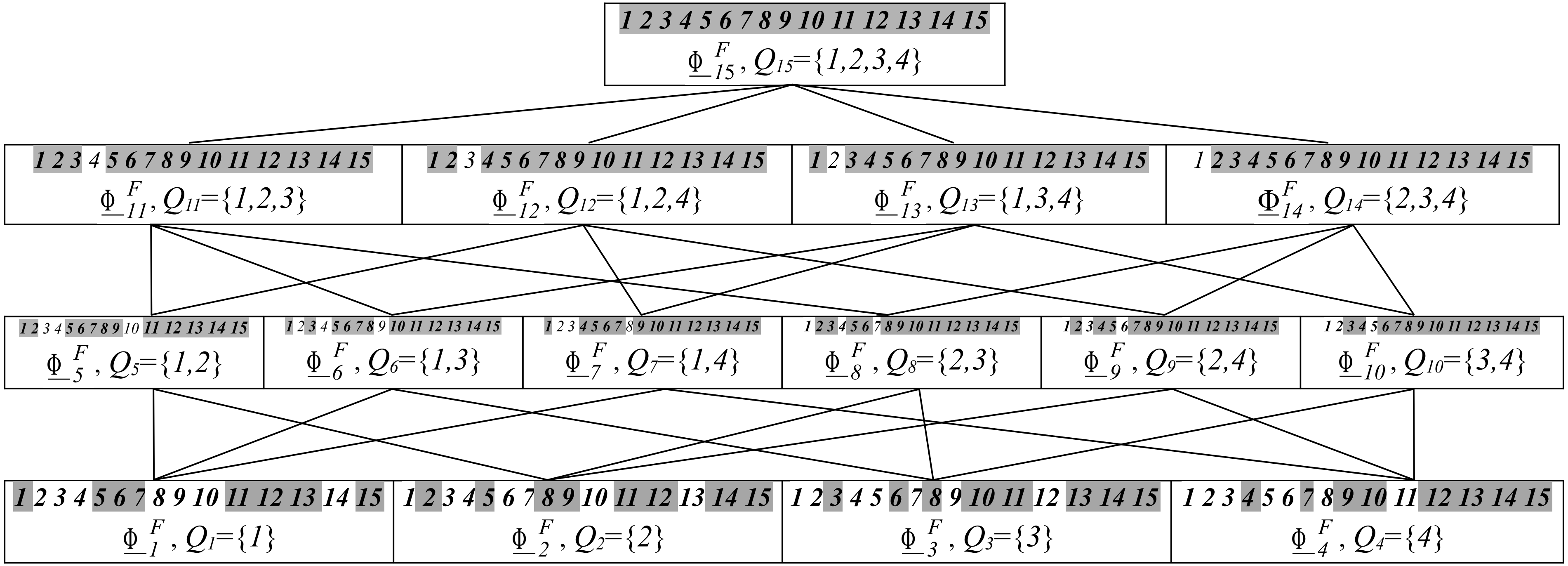


*Abbildung A.B.D.III.5: Indizes der in die Entlohnung $\underline{\Phi}_r^F$ einbezogen Dualvariablen (grau unterlegt) im Fall **Q**={1,2,3,4}*



In der Abbildung A.B.D.III.5. ist die Entlohnungsfunktion für den Fall eines Modells mit vier Bedarfskategorien und 15 Personalsegmenten in einer anderen Aufbereitung dargestellt.

2.4.4.4. Beispiele erwünschter und problematischer Gleichgewichtslöhne und Lohnstrukturen als Resultat der Entlohnungsfunktion

Die Entlohnungsfunktion Φ^F ist der Klasse der Mengenkonzepte (siehe Kapitel D.II.2.) zuzurechnen, d.h. sie generiert möglicherweise nicht nur eine, sondern mehrere Lohnstrukturen, da mehrere optimale Lösungen für (D.III.122.) vorliegen. Wie sich erkennen lässt, werden stets pareto-effiziente Lohnsummen generiert, d.h. der ökonomische Erfolg wird stets vollständig unter den Arbeitskräften verteilt. Teilweise sind die resultierenden Lohnstrukturen jedoch nicht unproblematisch, wie die folgenden Beispiele verdeutlichen sollen.

Beispiel B.D.III.13.
Betrachtet wird der Fall 12 aus Tabelle T.D.III.9. mit der einer Gesamtpersonalausstattung der Struktur $\underline{PA}$=(2, 0, 1, 1, 0, 0, 0).
Neben der in der Tabelle ausgewiesenen Lösung existieren weitere Lösungen des dualen Koalitionswertproblems. Nicht alle dieser Lösungen führen zu intuitiv als gerecht empfundenen Lohnstrukturen. So mag die aus

$$\tilde{\boldsymbol{y}}^{*\prime} = (0, 0, 2000, 0, 0, 2000, 1000)$$

resultierende Lohnstruktur

$$\underline{\Phi}_1^{F\prime} = 1.000, \qquad \underline{\Phi}_3^{F\prime} = 5.000, \qquad \underline{\Phi}_4^{F\prime} = 3.000.$$

als ungerecht kritisiert werden. Die beiden Arbeitskräfte des Segments $r=1$ werden erneut auf ihren individuellen Wert von 1000 gedrückt (siehe Fall 1), während die ebenfalls lediglich einfachqualifizierte Arbeitskraft des Segments $r=3$ die höchste Entlohnung aller Arbeitskräfte erhält, welche sogar die der mehrfachqualifizierten Arbeitskraft des Segments $r=4$ übersteigt.
Ein anderes Extrem stellt dagegen die ebenfalls mögliche Lohnstruktur

$$\underline{\Phi}_1^{F\prime\prime} = 1.000, \qquad \underline{\Phi}_3^{F\prime\prime} = 0, \quad \underline{\Phi}_4^{F\prime\prime} = 8.000.$$

dar, über deren Gerechtigkeit ebenfalls gestritten werden mag.

○

Dieses Beispiel verdeutlicht nochmals die Problematik von Mengenlösungen, wie sie bereits in Kapitel D.II.2.2.1. angedeutet wurden. Gleichzeit verdeutlicht das Beispiel nochmals die eingeführte Flexibilitätsdefinition D.D.III.8. Postulat (P.2.) macht keine Aussage über die Lohnrelation der Personalsegmente $r=3$ und $r=4$, sondern lediglich über das Verhältnis der Löhne der Arbeitskräfte aus den Segmenten $r=1$ und $r=4$, was von der Lösung Φ^F eingehalten wird.

Eine weiteren ‚Schwachpunkt' der Lösung Φ^F stellt möglicherweise ihre fehlende *Monotonie* im ‚traditionellen' Sinn dar.[1]
So gilt es zu beachten, dass die Forderung der ‚kollektiven Rationalität' (P.6.) zwar die Forderung ‚individuelle Rationalität' (P.5.) impliziert, jedoch nicht die *‚individuelle Monotonie'* der Entlohnungsfunktion sicherstellt.
Diese Eigenschaft könnte ebenfalls unter der Überschrift der ‚Teilnahmegerechtigkeit' erfasst werden. Sie manifestiert sich in einem monotonen Spiel nach Definition D.D.II.3. in steigenden Auszahlungen für die einzelnen Koalitionsmitglieder:

Postulat (P.10.): Koalitionsmonotonie
Die Arbeitskraft einer Koalition $\underline{K}'$ soll in einer größeren Koalition $\underline{K}''$ keinen geringeren Lohn erhalten:

$$\Phi_n(\underline{K}''; \boldsymbol{A}^\chi, \boldsymbol{b}^\chi, \boldsymbol{c}) \geq \Phi_n(\underline{K}'; \boldsymbol{A}^{\chi}{}', \boldsymbol{b}^\chi, \boldsymbol{c}') \qquad \underline{K}' \subset \underline{K}'' \subseteq \underline{N} \qquad (D.III.232.)$$
♦

Zwar ist die durch Φ^F generierte Entlohnung monoton hinsichtlich funktionaler Flexibilität im Sinne des Postulats (P.2.), sie ist aber nicht monoton hinsichtlich der Koalitionsgröße nach (D.III.232.), d.h. Spieler leiden unter der Bildung ‚großen Koalition'.

Beispiel B.D.III.14.
Betrachten wir erneut die Situation des vorigen Beispiels
In diesem Spiel ist es nicht möglich, mit Φ^F eine Entlohnung einer Arbeitskraft des Segments $r=1$ von über 1000 €/Periode zu generieren (dies führt zu einer Verschlechterung, sprich Erhöhung des Zielfunktionswertes des dualen Koalitionswertproblems). Gleichzeitig ist der Wert der ‚Einerkoalition' einer Arbeitskraft dieses Segments ebenfalls 1.000 €, weshalb aufgrund der individuellen Lohnrationalität die Entlohnung von Arbeitskräften dieses Segments auf diesen Betrag determiniert ist. Vergleicht man dies nun mit der resultierenden Lohnstruktur im Fall 9 aus Tabelle T.D.III.9., so lässt sich folgender problematischer Aspekt der Lösung Φ^F erkennen.
Hier liegt eine Unterkoalition mit der Personalstruktur $\underline{PA}$=(1, 0, 1, 1, 0, 0, 0) vor. Auch in diesem Fall ist die Entlohnung der einzigen Arbeitskraft des Segments $r=1$ determiniert. Es liegt nämlich ein Fall vor, in dem das ideale Leistungsprogramm dieser Koalition umgesetzt werden kann, was - gemäß des Egalitätspostulats – aufgrund der Lösung Φ^F zu einer paritätischen Aufteilung des ökonomischen Erfolges von 9000 € unter den drei Arbeitskräften und somit zu einer Entlohnung von 3.000 € führt. Während nun die beiden anderen Arbeits-

[1] Eine ausführliche Diskussion für Koalitionsspiele findet sich bei *Young (1985)* und *Sprumont (1990)*. Siehe zu solchen Monotonieaxiomen auch bei *Thomson (1985/1987)*, *Thomson/Lensberg (1989)*, *Thomson/Myerson (1990)*.

kräfte der Segmente $r=3$ und $r=4$ von der Bildung der großen Koalition profitieren, erleidet die bereits vorhandene Arbeitskraft des Segments $r=1$ unter der Bildung der großen Koalition. Man beachte, dass trotzdem sämtliche Bedingungen zur Teilnahmegerechtigkeit – Postulate (P.5.-7.) – erfüllt sind.

○

Der nächste Kritikpunkt an der Lösungsfunktion ist das Resultat aus der Kombination zweier Postulate, nämlich der intrakategorialen Lohnparität (P.1.) und der Nichtentlohnung ungenutzter Humanressourcen (P.3.).

Beispiel B.D.IIII.15.
Sie manifestiert sich beispielsweise im Fall 6 der Tabelle T.D.III.8. Hier wird nur die ‚halbe' Arbeitskraft der Segments $r=3$ benötigt, was dazu führt, dass diese Arbeitskraft in Gänze nicht entlohnt wird.
Plastischer wird dies möglicherweise durch das in Anhang D.III.54. dargestellte Modell, in dem eine Personalausstattung der Struktur $\underline{PA}$=(0, 0, 2, 2, 0, 0, 0) betrachtet wird (also eine Verdoppelung des Ressourcenausstattung gegenüber Fall 6). Der Prozess $j=3$ wird hier genau einmal durchgeführt, wofür eine Arbeitskraft der Kategorie $r=3$ benötigt wird. Die andere Arbeitskraft dieses Segments kann nicht genutzt werden, weshalb sie gemäß (P.3.) nicht zu entlohnen ist. Gleichzeitig fordert aber auch das Postulat (P.1.), dass alle Arbeitskräfte einer Kategorie identisch zu entlohnen sind. Da auch diese Forderung von Φ^F erfüllt wird resultiert eine Entlohnung in Höhe von null für die beiden Arbeitskräfte dieses Segments.

○

Mit dem Postulat (P.3.) ist eine substantielle Präzisierung der Entlohnungsfunktion nach Definition D.D.III.11. für bestimmte Fälle erforderlich. Anders als in der Definition der *Owen*-Lösung in Definition D.D.III.3., nach der sämtliche optimale Lösungsvektoren des Duals in die Ermittlung der Gleichgewichtspreise einbezogen werden können, hatten wir in der Definition D.D.III.11. auf diese grundsätzliche Abfassung wohlweislich verzichtet. Im Fall einer anzustrebenden egalitären Lohnstruktur aufgrund der Umsetzung des idealen Leistungsprogramms nach Definition D.D.III.9. können nämlich Optimallösungen des dualen Koalitionswertproblems existieren, die im Sinne des Postulats (P.3.) unerwünschte Gleichgewichtslöhne generieren.

Beispiel B.D.III.16.
Betrachtet wird der Fall 9 aus Tabelle T.D.III.8.
Hier kann die Personalausstattung mit der Struktur $\underline{PA}$=(1, 0, 1, 1, 0, 0, 0) das ideale Leistungsprogramm realisieren.

Aufgrund des optimalen Lösungsvektors

$$\tilde{\boldsymbol{y}}^{*\prime} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 3000)$$

erhält man eine erwünschte egalitäre Lohnstruktur

$$\underline{\Phi}_1^{F\prime} = 3000, \qquad \underline{\Phi}_3^{F\prime} = 3000, \qquad \underline{\Phi}_4^{F\prime} = 3000.$$

Daneben existiert aber u.a. die Optimallösung

$$\tilde{\boldsymbol{y}}^{*\prime\prime} = (0, 0, 0, 4500, 0, 0, 0),$$

welche in den gegen Postulat (P.3.) verstoßenden Entlohnungen resultiert:

$$\underline{\Phi}_1^{F\prime\prime} = 4500, \qquad \underline{\Phi}_3^{F\prime\prime} = 0, \qquad \underline{\Phi}_4^{F\prime\prime} = 4500.$$

○

Dies lässt sich auch in den Beweisschritten (D.III.154.) auf (D.III.155.) zum Nachweis der Postulatsgerechtigkeit erkennen: es existieren möglicherweise mehrere Optimallösungen des Duals, die die Bedingung (D.III.154.) erfüllen.
In der Behauptung zu diesem Beweis hatten wir daher auch nur beansprucht, dass eine optimale Lösung des dualen Koalitionswertproblems existiert, die im Fall der Umsetzung des idealen Leistungsprogramms eine egalitäre Lohnstruktur generiert. Andere Optimallösungen des Duals sind in diesem Fall zu verwerfen.

Die letzte hier diskutierte, möglicherweise als kritisch angesehene Eigenschaft betrifft ein nicht eingefordertes Gerechtigkeitspostulat, das eine gewisse Nähe zu *Nash*s Axiom der ‚Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen'[1] aufweist. *Harsanyi (1977, 146)* betitelt dieses Axiom von *Nash* auch als „irrelevance of unchosen alternatives",[2] *Bishop (1963, 565f.)* als „independence of rejected alternatives", was die Idee der folgenden Forderung treffend charakterisiert. Allerdings bezieht sie sich nicht wie im Falle *Nash*s unmittelbar auf nicht berücksichtigte Auszahlungsvektoren im Verhandlungsraum, sondern auf nicht berücksichtigte Produktionsprozesse (mit denen Auszahlungsvektoren assoziiert sind). Das Postulat könnte wie folgt lauten:

Postulat (P.11.): Unabhängigkeit von irrelevanten Produktionsprozessen
Betrachtet man zwei *erweiterte LPG* $\Gamma(\underline{N};\boldsymbol{A}^{\chi\prime},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c}')$ und $\Gamma(\underline{N};\boldsymbol{A}^{\chi\prime\prime},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c}'')$, die wie folgt gekennzeichnet sind:

[1] Vgl. bei *Nash (1950a, 159)*, *Nash (1953, 137)*.
[2] Nach *Harsanyi (1977, 298 f.)* geht diese Bezeichnung auf *Jacob Marschak* zurück. An gleicher Stelle verweist *Harsanyi*, wie auch *Gaertner (1992, 111),* auf das von *Arrow (1951)* formulierte Axiom, das allerdings inhaltlich von *Nashs* Axiom abweicht.

Ist $\boldsymbol{J}$ die Menge der zur Verfügung stehenden Produktionsprozesse,

$$\boldsymbol{J'} = \boldsymbol{J} \qquad \textit{(D.III.233.)},$$

$$\boldsymbol{J''} = \boldsymbol{J} \setminus \{j \mid x_j'^{*}=0 \text{ mit } \boldsymbol{x'}^{*}(N) \text{ in } \Gamma(N;\boldsymbol{A}^{\chi\prime},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c'}) \text{ gemäß Definition D.D.III.5.}\} \qquad \textit{(D.III.234.)},$$

dann soll gemäß der Lösungsfunktion $\Phi(\underline{N};\ \boldsymbol{A}^{\chi},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c})$ gelten:

$$\Phi_n(\underline{N};\ \boldsymbol{A}^{\chi\prime\prime},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c''}) = \Phi_n(\underline{N};\ \boldsymbol{A}^{\chi\prime},\boldsymbol{b}^{\chi},\boldsymbol{c'})$$

♦

Das Postulat fordert, dass die Elimination von Produktionsprozessen die nicht Gegenstand des optimalen Leistungsprogramms des Unternehmens sind, keine Auswirkungen auf die Lohnstruktur haben soll.

Dass Φ^F diesem Postulat nicht genügt, zeigt Fall 5 aus Tabelle T.D.III.9.

Beispiel B.D.III.17.
Betrachtet wird eine Gesamtpersonalausstattung der Struktur $\underline{PA}$=(1, 0, 0, 1, 0, 0, 0). Neben der in der Tabelle ausgewiesenen Lohnstruktur sind nach Φ^F weitere Lösungen möglich, beispielsweise auch die Lohnstruktur

$$\underline{\Phi}_1^F = 1000, \qquad \underline{\Phi}_4^F = 3000,$$

aufgrund eines optimalen Lösungsvektors

$$\tilde{\boldsymbol{y}}^* = (0, 2000, 4000, 0, 0, 0, 1000).$$

Durch die Elimination des von der ‚großen Koalition' nicht in Anspruch genommenen Prozesses $j=2$, der von Arbeitskräften des Segmentes $r=1$ allein ausgeführt werden kann und den Wert von deren ‚Einerkoalitionen' bestimmt (Fall 1 in Tabelle T.D.III.9.), würde auch im dualen Koalitionswertproblem die zweite Restriktion entfallen. Ohne diese Nebenbedingung wäre eine optimale Lösung des dualen Koalitionswertproblems der Vektor

$$\tilde{\boldsymbol{y}}^* = (0, 4000, 5000, 0, 0, 0, 0)$$

mit einer Lohnstruktur

$$\underline{\Phi}_1^F = 0, \qquad \underline{\Phi}_4^F = 4000.$$

○

Eine Berücksichtigung solcher irrelevanter Produktionsprozesse entspricht dem koalitionstheoretischen Charakter der Entscheidungssituation, da die Prozesse für die Bestimmung von Werten ‚kleiner Koalitionen' von Bedeutung sind.

2.4.4.5. Erweiterung auf den Mehrperiodenfall

In diesem Abschnitt werden die Wirkungen der Entlohnungsfunktion auf die Lohnstruktur in mehrperiodigen Betrachtungszeiträumen analysiert.
Wie sich zeigen wird, entsteht in im Zeitablauf veränderlichen Situationen aufgrund der Entlohnungsfunktion eine zunehmend differenzierte Lohnstruktur.
Dabei bleiben Charakteristika einer Lohnstruktur im Einperiodenfall erhalten:
- Arbeitskräfte eines im Sinne der Definition D.D.III.8. funktional flexibleren Personalsegmentes erhalten über den gesamten Betrachtungszeitraum eine mindestens so hohe Gesamtentlohnung wie Arbeitskräfte vergleichsweise inflexiblerer Personalsegmente.
- die Mächtigkeit des Verwendungsspektrums an sich liefert keinen Hinweis auf die Höhe der Entlohnung, sowohl in den einzelnen Perioden, als auch im gesamten Betrachtungszeitraum. Bedeutend für die Entlohnung ist die ökonomische Verwertbarkeit der Ressourcen.

Das primale Koalitionswertproblem im Mehrperiodenfall lautet

Zf.: $$\upsilon(\underline{N}) := Z_P = \sum_{t\in \boldsymbol{T}} \sum_{j\in \boldsymbol{J}} c_j^t \cdot x_j^t \overset{!}{=} max \qquad (D.III.234.)$$

Nb.: $$\sum_{q\in \tilde{Q}} \sum_{j\in \boldsymbol{J}} a_{q,j}^t \cdot x_j^t \leq b_{f(\tilde{Q})}(\underline{N}) = \sum_{r\in \bigcup_{q\in \tilde{Q}} R_q} PA_r \quad \text{für alle } \begin{matrix}\tilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q} \\ t\in \boldsymbol{T}\end{matrix} \qquad (D.III.235.)$$

Nnb.: $$x_j^t \geq 0 \quad \text{für alle } j\in \boldsymbol{J},\, t\in \boldsymbol{T} \qquad (D.III.236.)$$

Das korrespondierende duale Koalitionswertproblem lautet

Zf.: $$\upsilon(\underline{N}) := Z_D = \sum_{t\in \boldsymbol{T}} \sum_{\tilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q}} \left(\sum_{r\in \bigcup_{q\in \tilde{Q}} R_q} PA_r \right) \cdot \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^t \overset{!}{=} min \qquad (D.III.237.)$$

Nb.: $$\sum_{\tilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q}} \tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^t \cdot \left(\sum_{q\in \tilde{Q}} a_{q,j}^t \right) \geq c_j^t \quad \text{für alle } \begin{matrix} j\in \boldsymbol{J} \\ t\in \boldsymbol{T}\end{matrix} \qquad (D.III.238.)$$

Nnb. $$\tilde{y}_{f(\tilde{Q})}^t \geq 0 \quad \text{für alle } \tilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q}, t\in \boldsymbol{T} \qquad (D.III.239.)$$

Es gilt zu beachten, dass von einer im Planungszeitraum konstanten Personalausstattung ausgegangen wird.
Die Zielfunktion des dualen Koalitionswertproblems lässt sich umschreiben zu

$$\sum_{\tilde{Q}\subseteq \boldsymbol{Q}}\left(\left(\sum_{r\in \bigcup_{q\in \tilde{Q}} R_q} PA_r\right)\cdot \sum_{t\in \boldsymbol{T}} \tilde{y}^t_{f(\tilde{Q})}\right) \overset{!}{=} min \qquad (D.III.239.).$$

Unter Verwendung der Identität (D.III.123.) erhalten wir die Zielfunktion

$$\sum_{r\in \boldsymbol{R}}\left(\sum_{t\in \boldsymbol{T}} \sum_{\tilde{Q}\in \bigcup_{q\in Q_r} \tilde{Q}_q} \tilde{y}^t_{f(\tilde{Q})}\right)\cdot PA_r \overset{!}{=} min \qquad (D.III.240.).$$

Wie sich anhand dieser Formulierung nachvollziehen lässt, ergibt sich die Entlohnung einer Arbeitskraft des Segments $r\in \boldsymbol{R}$ im Betrachtungszeitraum als Summe der Entlohnung der Teilperioden gemäß Definition D.D.III.11:

$$\underline{\underline{\Phi}}^F_r = \sum_{t\in \boldsymbol{T}} \sum_{\tilde{Q}\in \bigcup_{q\in Q_r} \tilde{Q}_q} \tilde{y}^t_{f(\tilde{Q})} = \sum_{t\in \boldsymbol{T}} \Phi^{Ft}_r \qquad (D.III.241.),$$

mit

$\underline{\underline{\Phi}}^F_r$ als Gesamtentlohnung im Betrachtungszeitraum und

Φ^{Ft}_r als Entlohnung in einer Periode $t\in \boldsymbol{T}$.

Es ist also möglich, die Koalitionswertprobleme (D.III.234.-26.) und (D.III.237.-239.) in die Probleme der einzelnen Teilperioden aufzuspalten.

<u>*Beispiel B.D.III.18.*</u>[1]
Zunächst wird auf Grundlage des in Kapitel 2.4.4.1. eingeführten Beispiels eine Situation betrachtet, in der bei unveränderten Technologien im Zeitablauf Preisschwankungen am Absatzmarkt auftreten. Die Struktur der Gesamtpersonalausstattung sei **PA**=(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1) - alle Personalsegmente sind einfach besetzt.

Die Vektoren der Zielfunktionskoeffizienten $\boldsymbol{c}^t$ lauten

$$\boldsymbol{c}^1=(2.000,\ 1.000,\ 9.000)$$
$$\boldsymbol{c}^2=(3.000,\ 1.000,\ 6.000)$$
$$\boldsymbol{c}^3=(2.000,\ 3.000,\ 6.000)$$

Alle Lösungen sowohl der primalen als auch der dualen Koalitionswertprobleme sind eindeutig, d.h. in diesem Fall sind die durch die Lösungsfunktion generierten Lohnstrukturen Punktlösungen und keine Mengenlösungen.

[1] Auf Dimensionsangaben wird aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet.

In der ersten Periode erhalten wir das bereits aus Fall 10 in Tabelle T.D.III.9. bekannte Ergebnis:

$$\tilde{\boldsymbol{y}}^{1^*} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 3.000)$$

und die resultierende Lohnstruktur

$$\underline{\Phi}_r^{F\,1} = 3.000 \qquad \text{für alle } r \in \boldsymbol{R}.$$

In der zweiten Periode ergibt sich ein ökonomischer Erfolg in Höhe von 18.000 aufgrund des optimalen Leistungsprogramms

$$\boldsymbol{x}^{2*}(\underline{N}) = (4, 0, 1),$$

was im dualen Koalitionswertproblem zu

$$\tilde{\boldsymbol{y}}^{2^*} = (0, 0, 0, 3.000, 0, 0, 0)$$

und der Lohnstruktur

$$\underline{\Phi}_r^{F\,2} = 3.000 \qquad \text{für alle } r \in \boldsymbol{R} \setminus \{3\}.$$

$$\underline{\Phi}_3^{F\,2} = 0$$

führt.
In der Schlussperiode schließlich führt das Leistungsprogramm

$$\boldsymbol{x}^{3*}(\underline{N}) = (0, 2\tfrac{1}{2}, 1\tfrac{1}{2})$$

zum Koalitionswert von 16.500, was über die Optimallösung des Duals von

$$\tilde{\boldsymbol{y}}^{3^*} = (1.500, 0, 0, 0, 0, 0, 1.500)$$

zur Lohnstruktur der Periode führt:

$$\underline{\Phi}_r^{F\,3} = 3.000 \qquad \text{für } r \in \{1,4,5,7\},$$

$$\underline{\Phi}_r^{F\,3} = 1.500 \qquad \text{für } r \in \{2,3,6\}.$$

Man erkennt, wie sich aufgrund der Entlohnungsfunktion mit zunehmender Anzahl der Teilperioden und veränderlichen ökonomischen Rahmenbedingungen (hier des Absatzmarktes) eine immer differenzierte Lohnstruktur etabliert. Am Ende des Betrachtungszeitraums lautet die Gesamtentlohnung

Tabelle T.D.III.10.: resultierende Lohnstruktur im Beispiel

r	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
$\underline{\underline{\Phi}}{}_r^F$	9.000	7.500	4.500	9.000	9.000	7.500	9.000

Auch im Mehrperiodenfall können einfachqualifizierte Arbeitskräfte eine höhere Gesamtentlohnung erhalten als mehrfachqualifizierte Arbeitskräfte, was der Vergleich der Segmente *r=1* und *r=6* verdeutlicht, wenn sich diese Qualifikation als (im wahrsten Sinne des Wortes) ‚wertvoller' erweist.

○

Im zweiten Beispiel finden bei konstanten Absatzpreisen Verbesserungen in den Prozessen (verringerte Faktorbedarfe) statt. Auch in diesem Beispiel differenziert sich die zu Beginn homogene Lohnstruktur über die drei Perioden. Die Lohnstruktur über den gesamten Betrachtungszeitraum von drei Perioden weist wieder die beiden oben besprochenen Merkmale hinsichtlich wertvoller und wertloser Qualifikationen auf. Auch hier werden Arbeitskräfte funktional flexiblerer Personalsegmente bei zunehmend veränderlichem ökonomischen Umfeld Lohndifferentiale zu inflexibleren Arbeitskräften generieren.

Beispiel B.D.III.19.

Ausgangspunkt ist erneut das Beispiel aus Kapitel 2.4.4.1.
Jedoch können in *j=1* und *j=2* Prozessinnovationen umgesetzt werden, die zu einem geringeren Faktorbedarf und zu folgender Lohnstruktur führen.

Tabelle T.D.III.11.: resultierende Lohnstruktur im Beispiel

r	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
$\Phi_r^{F^1}$	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000
$\Phi_r^{F^2}$	5.000	5.000	0	5.000	5.000	5.000	5.000
$\Phi_r^{F^3}$	10.000	0	0	10.000	10.000	0	10.000
$\underline{\underline{\Phi}}{}_r^F$	18.000	8.000	3.000	18.000	18.000	8.000	18.000

Man beachte, dass sich eine ganz ähnliche Struktur wie in Beispiel B.D.III.18 etabliert. Solange keinen keine grundlegend neuen Prozesse hinzukommen, die einen bessere Nutzung der Tätigkeiten *q=2* und *q=3* implizieren, werden Personalsegmente, die ausschließlich über diese Tätigkeiten in ihrem Verwendungsspektrum verfügen, von der Entlohnungsfunktion Φ^F ‚benachteiligt' werden.

○

2.4.5. Vergleich mit etablierten spieltheoretischen Lösungskonzepten

In diesem Kapitel soll das Verhältnis der von uns propagierten flexibilitätsorientierten Entlohnungsfunktion Φ^F zu anderen spieltheoretischen Lösungskonzepten verdeutlicht werden.

Betrachten wir zunächst die in Kapitel D.II.2.2.1. vorgestellten Mengenkonzepte. Auch wenn Φ^F als Bereichskonzept in Abhängigkeit der Datenkonstellation möglicherweise mehrere zulässige Lohnstrukturen generiert,

◊ sind diese, wie wir durch die Eigenschaft der Ausgewogenheit zeigen konnten, stets im Kern des *erweiterten LPG*.
◊ Sie sind damit Teilmenge der Imputationen
◊ und Teilmenge der Vernünftigen Menge nach *Milor*.
◊ Sie sind damit zugleich Teil der Stabilen Mengen nach *von Neumann/Morgenstern*, d.h. sie genügen der Forderung der internen und externen Stabilität,
◊ und der Verhandlungsmenge nach *Aumann/Maschler*, d.h. sie können von keiner Koalition verworfen werden.

Von daher genügt die flexibilitätsorientierte Entlohnungsfunktion Φ^F sämtlichen Kriterien, die im Rahmen der genannten Lösungskonzepte hinsichtlich der Legitimierbarkeit, Rationalität oder Fairness einer Aufteilungsregel erhoben werden.

Aufgrund der fehlenden Konvexitätseigenschaft von *erweiterten LPG* garantieren andere Lösungskonzepte mit Ausnahme des Nucleolus keine Auszahlung im Kern, weder der *Shapley*-Wert oder der *Banzhaf*-Wert noch der $\boldsymbol{\tau}$-Wert (der sogar in konvexen Spielen Elemente außerhalb des Kerns als Lösung generieren kann), erst recht nicht die egalitäre Lösung.

Beispiel B.D.III.20.

Wir betrachten ein Unternehmen mit einer Gesamtpersonalausstattung (‚große Koalition'), die über den Vektor $\underline{PA}$=(2, 0, 0, 1, 0, 0, 0) beschreiben wird (erfasst in Fall 11 in Tabelle T.D.III.9.).
Zur folgenden Berechnung der unterschiedlichen Lösungen werden die drei Spieler der ‚großen Koalition' mit $\underline{N}=\{1', 1'', 4\}$ bezeichnet.[1]

$$v(1') = 1.000,\ v(1'') = 1.000,\ v(4) = 2.000,$$
$$v(1', 1'') = 2.000,\ v(1', 4) = 4.000,\ v(1'', 4) = 4.000$$
$$v(1', 1'', 4) = 5.000$$

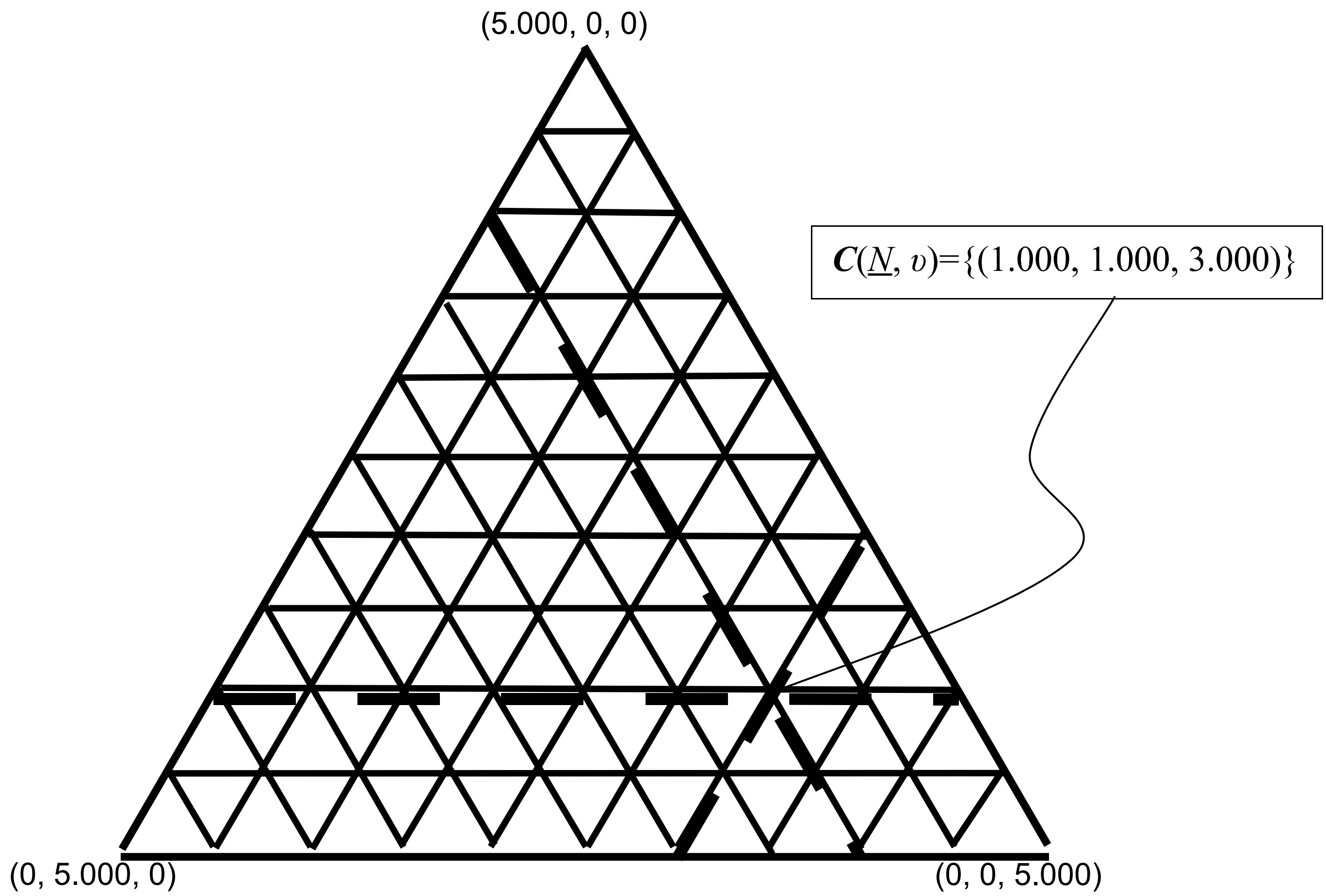
[1] Wir verwenden wie üblich die Schreibweise $v(4)$ statt der ‚korrekten' $v(\{4\})$ und verzichten auf die Dimension der Geldeinheiten für die Koalitionswerte.

Der Kern $\boldsymbol{C}(\underline{N}, \upsilon)$ als die Menge aller nicht dominierten Imputationen besteht in diesem Beispiel aus lediglich einem Element:

$$\boldsymbol{C}(\underline{N}, \upsilon)=\{(1.000, 1.000, 3.000)\}$$

Dies stellt sich in Abbildung A.D.III.6. wie folgt dar.

Abbildung A.D.III.6.: Menge der Pre-Imputationen und Kern im Beispiel B.D.III.20.



Für die *Shapley*-Werte erhält man

$$\begin{aligned}\phi_{I'} &= \frac{(1-1)!\cdot(3-1)!}{3!}\cdot(1.000-0)+\frac{(2-1)!\cdot(3-2)!}{3!}\cdot(2.000-1.000)\\ &\quad+\frac{(2-1)!\cdot(3-2)!}{3!}\cdot(4.000-2.000)+\frac{(3-1)!\cdot(3-3)!}{3!}\cdot(5.000-4.000)\\ &= \frac{2\cdot 1.000+1\cdot 1.000+1\cdot 2.000+2\cdot 1.000}{6}=\frac{7.000}{6}=1.166{,}67\end{aligned}$$

$$\phi_{1''} = \frac{(1-1)!\cdot(3-1)!}{3!}\cdot(1.000-0)+\frac{(2-1)!\cdot(3-2)!}{3!}\cdot(2.000-1.000)$$
$$+\frac{(2-1)!\cdot(3-2)!}{3!}\cdot(4.000-2.000)+\frac{(3-1)!\cdot(3-3)!}{3!}\cdot(5.000-4.000)$$
$$=\frac{2\cdot 1.000+1\cdot 1.000+1\cdot 2.000+2\cdot 1.000}{6}=\frac{7.000}{6}=1.166,67$$

$$\phi_{4} = \frac{(1-1)!\cdot(3-1)!}{3!}\cdot(2.000-0)+\frac{(2-1)!\cdot(3-2)!}{3!}\cdot(4.000-1.000)$$
$$+\frac{(2-1)!\cdot(3-2)!}{3!}\cdot(4.000-1.000)+\frac{(3-1)!\cdot(3-3)!}{3!}\cdot(5.000-2.000)$$
$$=\frac{2\cdot 2.000+1\cdot 3.000+1\cdot 3.000+2\cdot 3.000}{6}=\frac{16.000}{6}=2.666,67$$

Man erkennt, dass der *Shapley*-Wert als Baryzentrum des Kerns konvexer Spiele diese Eigenschaft in konkaven Spielen – wie dem *erweiterten LPG* – verliert und sich sogar außerhalb des Kerns befinden kann. Zwar sind im Beispiel die Kriterien der individuellen Rationalität erfüllt, jedoch verstoßen die *Shapley*-Werte gegen die Koalitionsrationaltät (Postulat (P.6.)) in zwei Fällen

$$\phi_{1'} + \phi_4 = 1.166,67 + 2.666,67 \leq 4.000 = v(1',4)$$
$$\phi_{1''} + \phi_4 = 1.166,67 + 2.666,67 \leq 4.000 = v(1'',4)$$

Der *Shapley*-Wert kommt allein daher als Lösung für eine flexibilitätsorientierte Entlohnung gemäß unserer Postulate nicht in Frage (auf weitere Verstöße kommen wir später zu sprechen).

Auf die exakte Ermittlung der Solidaritätslösung von *Nowak/Radzik* kann verzichtet werden. Sie generiert aufgrund der durchschnittlichen Grenzbeiträge noch höhere Auszahlungen für die Spieler *1'* und *1''* und liegt damit vom Kern des Spiels ‚noch weiter entfernt' als der *Shapley*-Wert.
Eine noch stärke Reduktion der Entlohnung des Spielers 4 bewirkt die Egalitäre Lösung nach D.II.63. Auch sie scheidet als Lösung für *erweiterte LPG* aus.

Prüfen wir den nächsten Kandidaten. Die *Banzhaf*-Werte lauten:

$$\beta_{1'} = \frac{1}{4}\cdot\left((1.000-0)+(2.000-1.000)+(4.000-2.000)+(5.000-4.000)\right)$$
$$=\frac{1}{4}\cdot(1.000+1.000+2.000+1.000)=\frac{5.000}{4}=1.250$$

$$\beta_{1''} = \frac{1}{4} \cdot \left((1.000 - 0) + (2.000 - 1.000) + (4.000 - 2.000) + (5.000 - 4.000) \right)$$

$$= \frac{1}{4} \cdot (1.000 + 1.000 + 2.000 + 1.000) = \frac{5.000}{4} = 1.250$$

$$\beta_4 = \frac{1}{4} \cdot \left((2.000 - 0) + (4.000 - 1.000) + (4.000 - 1.000) + (5.000 - 2.000) \right)$$

$$= \frac{1}{4} \cdot (2.000 + 3.000 + 3.000 + 3.000) = \frac{11.000}{4} = 2.750$$

Man erkennt, dass die Summe der *Banzhaf*-Werte mit 5.250 den Ertrag der ‚großen Koalition' übersteigt. Zwar lässt sich der Verstoß gegen das Zulässigkeitsgebot (D.II.11.) durch die ‚Normalisierung' der *Banzhaf*-Werte beheben, jedoch bleibt auch hier, wie bereits beim *Shapley*-Wert, die Verletzung der Koalitionsrationalität (Postulat (P.6.) bestehen.
Mit dem Gewichtungsfaktor

$$g := \frac{v(\underline{N})}{\sum\limits_{n \in \underline{N}} \beta_n} = \frac{5.000}{1.250 + 1.250 + 2.750} = \frac{5.000}{5.250} \approx 0{,}9524$$

erhält man die normalisierten *Banzhaf*-Werte

$$\beta_{1'}^{\circ} = 1.190{,}5 \qquad \beta_{1''}^{\circ} = 1.190{,}5 \qquad \beta_4^{\circ} = 2.619 \qquad ,$$

die in zwei Fällen nicht der Forderung nach koalitionaler Rationalität genügen:

$$\beta_{1'} + \beta_4 = 1.190{,}5 + 2.619 \leq 4.000 = v(1',4)$$
$$\beta_{1''} + \beta_4 = 1.190{,}5 + 2.619 \leq 4.000 = v(1'',4) \; .$$

Der $\boldsymbol{\tau}$-Wert ist in diesem Beispiel deckungsgleich mit dem Kern:

$$\boldsymbol{m}^*(\underline{N},v) = \begin{pmatrix} 1.000 \\ 1.000 \\ 3.000 \end{pmatrix}$$

und

$$\underline{\boldsymbol{m}}(\underline{N},v) = \begin{pmatrix} 1.000 \\ 1.000 \\ 3.000 \end{pmatrix}$$

*Tabelle T.D.III.12: Residua und Mindestanspruchsniveaus der Spieler zur Berechnung des **τ**-Werts*

1'	*1"*	*4*
$Я_{1'}(\{1'\})=$ 1.000-0=1.000	$Я_{1''}(\{1''\})=$ 1.000-0=1.000	$Я_4(\{4\})=$ 2.000-0=2.000
$Я_{1'}(\{1',1''\})=$ 2.000-1.000=1.000	$Я_{1''}(\{1',1''\})=$ 2.000-1.000=1.000	$Я_4(\{1',4\})=$ 4.000-1.000=3.000
$Я_{1'}(\{1',4\})=$ 4.000-3.000=1.000	$Я_{1''}(\{1'',4\})=$ 4.000-3.000=1.000	$Я_4(\{1'',4\})=$ 4.000-1.000=3.000
$Я_{1'}(\{1',1'',4\})=$ 5.000-3.000-1.000= 1.000	$Я_{1''}(\{1',1'',4\})=$ 5.000-3.000-1.000= 1.000	$Я_4(\{1',1'',4\})=$ 5.000-1.000-1.000= 3.000
$\underline{m}_{1'}(\underline{N}, v)$=1.000	$\underline{m}_{1''}(\underline{N}, v)$=1.000	$\underline{m}_4(\underline{N}, v)$=3.000

Für den **τ**-Wert ergibt sich unter den Bedingungen $\tau_1+\tau_2+\tau_3$=5.000 und $\tau \in [0, 1]$

$$\boldsymbol{\tau}(\underline{N},v)=\begin{pmatrix}1.000\\1.000\\3.000\end{pmatrix}$$

mit beliebigem τ im zulässigen Intervall.

Die gleiche Lohnstruktur wie der **τ**-Wert generiert der Nucleolus:

$$\boldsymbol{N}(\underline{N},v)=\begin{pmatrix}1.000\\1.000\\3.000\end{pmatrix}$$

Bei diesem Auszahlungsvektor resultieren folgende Überschüsse.

Tabelle T.D.III.13.: Überschüsse der Koalitionen für die Auszahlungen des Nucleolus im Beispiel

Koalition	Überschüsse $E(\underline{K})$ bzgl. $\boldsymbol{N}(\underline{N}, v)$
{1'}	1.000-1.000=0
{1"}	1.000-1.000=0
{4}	2.000-3.000=-1.000
{1',1"}	2.000-2.000=0
{1',4}	4.000-4.000=0
{1",4}	4.000-4.000=0
{1',1",4}	5.000-5.000=0

Betrachtet man den Vektor der lexikographischen Überschüsse

$$\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{N}(\underline{N}, v)) = (0, 0, 0, 0, 0, 0, -1.000) \qquad ,$$

so lässt sich leicht erkennen, dass sich kein lexikographisch kleinerer Auszahlungsvektor konstruieren lässt. Verringert man exemplarisch im Vektor

$$\boldsymbol{u}' = (1000+\Delta,\ 1000,\ 3000-\Delta)$$

die Auszahlung des Spielers $n=4$ um Δ zugunsten des Spielers $n=1'$, so verändert sich zwar der Überschuss der Koalitionen $\{1'\}$ und $\{1',1''\}$ auf $-\Delta$, gleichzeitig erhöht sich aber $E(\{1'',4\})$ um Δ:

Tabelle T.D.III.14.: Überschüsse der Koalitionen für die Auszahlungen des Alternativvektors im Beispiel

Koalition	Überschüsse $E(\underline{K})$ bzgl. $\boldsymbol{u}'$
$\{1'\}$	1.000-(1.000+Δ)=- Δ
$\{1''\}$	1.000-1.000=0
$\{4\}$	2.000-(3.000-Δ)=-1.000+Δ
$\{1',1''\}$	2.000-(2.000+Δ)=-Δ
$\{1',4\}$	4.000-4.000=0
$\{1'',4\}$	4.000-(4.000-Δ)=Δ
$\{1',1'',4\}$	5.000-5.000=0

Für den Vektor der lexikographischen Überschüsse

$$\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{u}') = (\Delta, 0, 0, 0, -\Delta, -\Delta, -1.000+\Delta)$$

gilt daher im Vergleich zum Nucleolus die Relation

$$\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{N}(\underline{N}, v)) \prec \boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{u}') \qquad .$$

Dies lässt sich in verschiedenen Varianten durchspielen, ohne jedoch zu einem lexikographisch kleineren Vektor der Überschüsse als auf Grundlage des oben als Nucleolus ausgewiesenen Auszahlungsvektors zu gelangen.

Trotz der Eigenschaft des Nucleolus als lexikographisches Zentrum des Kerns stets die Bedingungen der Teilnahmegerechtigkeit zu erfüllen, erweist er sich aufgrund seines erheblichen Berechnungsaufwands (siehe Kapitel D.II.2.2.2.4.) hinsichtlich der Anwendbarkeit auf *erweiterte LPG* als problematisch sein.

○

Offensichtlich generieren die etablierten Lösungen intrakategoriale paritätische Lösungen, und zwar aufgrund der von allen diesen Lösungen erfüllten Symmetrieeigenschaft. Die anderen Postulate zur Flexibiltätsgerechtigkeit (Monotonie und Egalität) bewegen sich im Spannungsfeld der Belohnung ökonomisch ‚wertvoller' und der Nichtentlohnung ökonomisch ‚wertloser' Flexibilität. Dabei erweist sich das Postulat (P.3.) der Egalität, das der Problematik der Nichtentlohnung ungenutzter Ressourcen gewidmet war, als eine Forderung, die von keiner der etablierten Lösungen erfüllt wird.

Beispiel B.D.III.21.
Dazu betrachten wir den Fall 9 aus Tabelle T.D.III.9. mit $\underline{PA}$=(1, 0, 1, 1, 0, 0, 0). Diese Personalausstattung kann das ideale Leistungsprogramm umsetzen, nach dem Egalitätspostulat sollten also alle Arbeitskräfte paritätisch entlohnt werden. Wie sich leicht überprüfen lässt, ist keines der vorgestellten Wertkonzepte in der Lage, diese von Φ^F erfüllte Eigenschaft zu generieren. Für den *Shapley*-Wert, die *Nowak/Radzik*-Lösung und den *Banzhaf*-Wert ist dies offensichtlich (der interessierte Leser möge dies nachprüfen). Lediglich die Egalitäre-Lösung kommt hier zu einem postulatsgerechten Ergebnis, genau so wie der der $\boldsymbol{\tau}$-Wert mit

$$\boldsymbol{m}^*(\underline{N},v) = \begin{pmatrix} 9.000 - 4.500 = 4.500 \\ 9.000 - 4.000 = 5.000 \\ 9.000 - 1.000 = 8.000 \end{pmatrix}$$

und

$$\underline{\boldsymbol{m}}(\underline{N},v) = \begin{pmatrix} 1.000 \\ 0 \\ 2.000 \end{pmatrix}$$

Tabelle T.D.III.15: Residua und Mindestanspruchsniveaus der Spieler zur Berechnung des $\boldsymbol{\tau}$-Werts

1	*3*	*4*
$Я_1(\{1\})=$ 1.000-0=1.000	$Я_3(\{3\})=$ 0-0=0	$Я_4(\{4\})=$ 2.000-0=2.000
$Я_1(\{1,3\})=$ 1.000-5.000=-4.000	$Я_3(\{1,3\})=$ 1.000-4.500=-3.500	$Я_4(\{1,4\})=$ 4.000-4.500=-500
$Я_1(\{1,4\})=$ 4.000-8.000=-4.000	$Я_3(\{3,4\})=$ 4.500-8.000=-3.500	$Я_4(\{3,4\})=$ 4.500-5.000=-500
$Я_1(\{1,3,4\})=$ 9.000-8.000-5.000= -4.000	$Я_3(\{1,3,4\})=$ 9.000-8.000-4.500= -3.500	$Я_4(\{1,3,4\})=$ 9.000-4.500-5.000= -500
$\underline{m}_1(\underline{N}, v)$=1.000	$\underline{m}_3(\underline{N}, v)$=0	$\underline{m}_4(\underline{N}, v)$=2.000

Die $\boldsymbol{\tau}$-Werte lauten

$$\boldsymbol{\tau}(\underline{N},v) = \begin{pmatrix} 2.448 \\ 2.069 \\ 4.483 \end{pmatrix}$$

aufgrund τ=0,5862.

Gleichzeitig ist $\boldsymbol{\Phi}^F$=(3.000, 3.000, 3.000) nicht der Nucleolus. Der Vektor der lexikographischen Überschüsse lautet

Tabelle T.D.III.16.: Überschüsse der Koalitionen für die Auszahlungen für $\boldsymbol{\Phi}^F$=(3.000, 3.000, 3.000)

Koalition	Überschüsse $E(\underline{K})$ bzgl. $\boldsymbol{\Phi}^F$
{1}	1.000-3.000=-2.000
{3}	0-3.000=-3.000
{4}	2.000-3.000=-1.000
{1,3}	1.000-6.000=-5.000
{1,4}	4.000-6.000=-2.000
{3,4}	4.500-6.000=-1.500
{1,3,4}	9.000-9.000=0

$$\theta(\boldsymbol{\Phi}^F)= (0, -1.000, -1.500, -2.000, -2.000, -3.000, -5.000) \quad .$$

Durch eine Erhöhung der Auszahlung an den Spieler des Segments *r=4* zu lasten des Spielers des Segments *r=3* kann man jedoch einen Vektor

$$\boldsymbol{u'} = (3.000, 3.000\text{-}\Delta, 3.000\text{+}\Delta)$$

generieren, der $\boldsymbol{\Phi}^F$ lexikographisch dominiert, so dass dieser nicht der Nucleolus sein kann:

*Tabelle T.D.III.17.: Überschüsse der Koalitionen für die Auszahlungen des Alternativvektors **u'** im Beispiel*

Koalition	Überschüsse $E(\underline{K})$ bzgl. $\boldsymbol{u'}$
{1}	-2.000
{3}	-3.000+Δ
{4}	-1.000-Δ
{1,3}	-5.000+Δ
{1,4}	-2.000-Δ
{3,4}	-1.500
{1,3,4}	0

Der Vektor der lexikographischen Überschüsse bezüglich $\boldsymbol{u}'$ lautet

$$\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{u}')= (0, (-1.000- \Delta), -1.500, -2000, (-2.000-\Delta), (-3.000+\Delta), (-5.000+\Delta)) \quad ,$$

womit gilt

$$\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{u}')\prec\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{\Phi}^F) \quad .$$

○

Somit genügt keine der etablierten Lösungen dem Egalitätspostulat, außer der egalitären Lösung selbst, welche aber aufgrund ihres Verstoßes gegen die Teilnahmegerechtigkeit nicht als Lösung des erweiterten LPG in Frage kommt.

Grundsätzlich ließen sich sämtliche in Teil D.II. vorgestellten Mengen- und Wertkonzepte auf das erweiterte ‚Linear Production Game' anwenden. Das grundsätzliche Problem der herkömmlichen Lösungskonzepte beruht auf der ‚Informationsvernichtung' durch die charakteristischen Funktion, auf der diese Spiele definiert sind, so dass nicht alle relevanten Informationen des Spiels verarbeitet werden.

Beispiel B.D.III.22.

Betrachtet werden zwei *erweiterte LPG*.

$$\boldsymbol{c}'=(1.000, 1.500),\ A' = \begin{pmatrix} 0 & 1{,}0 \\ 1{,}0 & 1{,}0 \end{pmatrix},\ \underline{PA}'=(1, 1, 0) \text{ mit}$$

Tabelle T.D.III.18.: Bereitstellungs- und Verwendungsspektren

q\r	*1*	*2*	*3*
1	+		+
2		+	+

$$\text{und } \boldsymbol{c}''=(1.000, 3.000),\ A'' = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 1{,}0 \\ 0{,}5 & 1{,}0 \\ 0 & 1{,}0 \end{pmatrix},\ \underline{PA}''=(0, 0, 1, 1, 0, 0, 0) \text{ mit}$$

Tabelle T.D.III.19.: Bereitstellungs- und Verwendungsspektren

q\r	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
1	+			+	+		+
2		+		+		+	+
3			+		+	+	+

Die charakteristischen Funktionen der beiden Spiele lauten (mit der Bezeichnung der Spieler nach der Zugehörigkeit zu ihren Personalsegmenten):

$$v(1)'=0,\ v(2)'=1.000,\ v(1,2)'=1.500$$

und

$$v(3)''=0,\ v(4)''=1.000,\ v(3,4)''=1.500$$

.

Wie sich erkennen lässt, sind beide charakteristische Funktionen gleich, obwohl völlig unterschiedliche Situationen vorliegen.
Entsprechend generieren die etablierten Koalitionslösungen auf Basis der charakteristischen Funktion in beiden Spielen identische Lösungen. So lauten beispielsweise der *Shapley*-, der *Banzhaf*- und der $\boldsymbol{\tau}$-Wert sowie der Nucleolus jeweils in beiden Spielen (250, 1.250).

Die flexibilitätsorientierte Entlohnung Φ^F generiert jedoch die beiden (eindeutigen) Lösungen

$$\boldsymbol{\Phi}^{F'} = (500, 1000)$$
$$\boldsymbol{\Phi}^{F''} = (0, 1500)$$

.

Im Fall des ersten Spiels mit zwei einfach qualifizierten Arbeitskräften findet im Vergleich zum Auszahlungsvektor (250, 1.250) eine Annäherung der Auszahlungen der Spieler statt, im Fall unterschiedlicher funktionaler Flexibilität streben die Entlohnungen dagegen auseinander.

○

Dieses Beispiel verdeutlicht, dass die flexibilitätsorientierte Entlohnung Φ^F neben den Informationen der charakteristischen Funktion noch weitere Charakteristika eines *erweiterten „Linear Production Game“* verarbeitet und so zu differenzierteren Ergebnissen gelangt, als es etablierte spieltheoretische Konzepte können.

IV. Zusammenfassung der Ergebnisse

Die wichtigsten Erkenntnisse dieses Teils lassen sich wie folgt resümieren.
Der Ansatz, über die ‚Schattenpreise' dualer Optimierungsprobleme „Gleichgewichtslöhne" für die Inhaber von Ressourcenbündeln zu generieren, erweist sich auch im hier betrachteten Fall funktionaler Flexibilität als fruchtbar. Dabei stellen die Ressourcenbündel eine Art von Humankapital dar, nämlich Qualifikationen, die einen Einsatz von Arbeitskräften in verschiedenen Tätigkeiten des Leistungserstellungsprozesses ermöglichen. Diese Eigenschaft hatten wir als funktionale Flexibilität definiert und versucht, eine Entlohnungsfunktion zu generieren, die solche Qualifikationen genau dann entlohnt, wenn Sie einen positiven Beitrag zum wirtschaftlichen Erfolg leisten. Erstaunlicherweise gelingt dies über den *Kossbielschen* impliziten Ansatz, eine Verallgemeinerung der *Hallschen Bedingung* der Graphentheorie, ohne eine Aussage über die konkrete Ressourcenverwendung - den Personaleinsatz - zu treffen. Ein hier nicht geprüfter aber naheliegender und zu verfolgender Punkt wäre: Wenn wie von *Muche* und *Jarr* nachgewiesen, vom impliziten auf den expliziten Ansatz geschlossen werden kann und vice versa (vgl. die Ausführungen des Kapitels C.I.2), dann müssten sich die auf der Basis des impliziten Ansatzes generierten Lohnstrukturen auch über den expliziten Ansatz respektive die daraus resultierenden primalen und dualen Koalitionswertprobleme ermitteln lassen.

Ebenso überraschend können die etablierten spieltheoretischen Lösungen den erhobenen Postulaten nicht in Gänze genügen. Wie *Fromen (2004, 145)* anmerkt, wird „zur Beherrschung der Managementkomplexität verlangt, dass im Rahmen der Lösung eines Aufteilungsproblems auf einen zu großen Detaillierungsgrad verzichtet wird, gleichzeitig aber die situationsspezifisch relevanten, Struktur gebenden Abhängigkeiten berücksichtigt werden.", d.h. die durch die Modellierung abgebildeten Strukturelemente müssen von den Lösungskonzepten tatsächlich genutzt werde. Genau diesem Kriterium genügen rein auf der charakteristischen Funktion basierende Lösungen im *erweiterten LPG* - wie die Beispiele zeigen – nicht immer.
Ob die vorgeschlagene Lösung neben ihrem normativen Charakter auch einem deskriptiven Anspruch genügen kann, mag bezweifelt werden. Ebenso muss ihre praktische Etablierbarkeit – beispielsweise im Rahmen kollektivrechtlicher Vereinbarungen über Tarifverträge oder Betriebsvereinbarungen – offen bleiben.
Insofern mag man sich dem Urteil *Colmans (1982, 254)* anschließen: „But the hard truth of the matter is that formal game theory seldom provides straightforward solutions to practical problems."

E. Schlussbetrachtung, Modell- und Verfahrenskritik

Im Jahr 1986 konstatierte *Kossbiel*[1] eine „noch in den Kinderschuhen steckende ‚Personalstrukturtheorie' ". Trotz des Ausbaus bzw. Vordringens solcher Ansätze wie des ‚Ressourcen-basierten Ansatzes', der Organisationsdemographie und des ‚diversity management', die ausdrücklich Bezug auf nach unterschiedlichsten Kriterien differenzierten Personalausstattungen nehmen, können die Fortschritte jenseits der angeführten Arbeiten von *Kossbiel* und *Muche* hinsichtlich einer *gestaltungsorientierten* Strukturforschung von Personalausstattungen seitdem als „übersichtlich" charakterisiert werden. Auch die aktuelle Diskussion um flexible Arbeitszeitgestaltung und flexible Fertigungssysteme mit entsprechenden Implikationen hinsichtlich des Bedarfs an temporal und funktional flexibel einsetzbaren Arbeitskräften hat der am Gestaltungsziel orientierten Personalstrukturforschung kaum Impulse geben können. In methodischer Hinsicht war die Entdeckung des Zusammenhangs der *Hall*schen- Bedingung der Graphentheorie mit dem für analytische Fragen im Bereich der Personalstruktur so bedeutenden impliziten Ansatz nach *Kossbiel (1970)* sicherlich hervorstechend.
Ziel dieser Arbeit war es, Beiträge in inhaltlicher Hinsicht zur Personalstrukturforschung zu leisten. Zum einen hinsichtlich der *Gestaltung bedarfsadäquater Personalstrukturen*, zum anderen in der *Setzung einer hinsichtlich des Beurteilungskriteriums ‚funktionale Flexibilität' orientierten Lohnstruktur*.

Zunächst wurde der interpretationsoffene Begriff der ‚funktionalen Flexibilität' des Produktionsfaktors Arbeit unter Rückgriff auf elaborierte Konzepte in der Literatur in Hinblick auf die Problemstellungen der Arbeit präzisiert. In Teil C. der Arbeit wurde deutlich, warum die ‚Anpassungsfähigkeit' von Potentialfaktoren bei unsicheren und veränderlichen Bedingungen wirtschaftlichen Handelns eine Eigenschaft darstellt, die sie sowohl für die betriebliche Praxis als auch die theoretisch orientierte Personalwirtschaft attraktiv macht. Dabei hatten wir uns zunächst auf die Frage konzentriert, wie betriebliche Personalausstattungen beschaffen sein sollten, um als möglichst ‚bedarfsadäquat' bezeichnet werden zu können. Hier konnte durch die Vorstellung eines neuen Ansatzes, basierend auf der Idee der *Hausdorff*-Distanz, und den Vergleich mit dem etablierten Verfahren von *Kossbiel (2001)* gezeigt werden, dass zur Beantwortung dieser Frage verschiedene Distanzmaße denkbar sind, die (allerdings) zu ambivalenten Ergebnissen führen, die einer weiterführenden Diskussion und Bewertung bedürfen.

[1] Vgl. *Kossbiel (1986, 86)*.

Unser Interesse in Teil D der Arbeit galt der Konzeption einer flexibilitätsorientierten Entlohnung von Arbeitskräften. Dabei folgten wir der Argumentationskette: wenn sich die Qualifikation einer Arbeitskraft in ihrer funktionalen Flexibilität niederschlägt und diese ihrerseits auf den ökonomischen Erfolg eines Unternehmens wirkt, dann kann durch eine geeignete Kopplung der Entlohnung an aus unterschiedlichen Qualifikationen resultierenden Verwendungsspektren neben einer Flexibilitätsgerechtigkeit auch einer Ergebnisgerechtigkeit Genüge getan werden. Die kritische Frage ist dabei, wie Gerechtigkeit definiert wird bzw. welche Verkopplung zwischen ökonomischem Erfolg und funktionaler Flexibilität einerseits und der Entlohnung andererseits zu wählen ist, also letztlich die klassischen Frage der Gestaltung von Anreizsystemen, nämlich die Anreiz-Kriteriums-Relation. Durch die Anwendung einer solchen Entlohnungsfunktion auf die qualifikatorisch differenzierte Personalausstattung entsteht auf der derart etablierten Personalstruktur eine durch Lohndifferentiale zwischen den einzelnen Personalsegmenten charakterisierte Lohnstruktur. Wie wir sehen konnten, genügen die etablierten spieltheoretischen Lösungskonzepte in einer Klasse von Koalitionsspielen, die wir als das *erweiterte ‚Linear Production Game‘* eingeführt hatten - im Gegensatz zu der von uns abgeleiteten Entlohnungsfunktion - nicht allen Anforderungen, die wir zuvor an eine *flexibilitätsgerechte* Lohnstruktur formuliert hatten.

Die folgenden Ausführungen sind den der Komplexitätsreduktion geschuldeten vereinfachenden Annahmen gewidmet.
In der Literatur wird vielfach zurecht auf die Gefahr suboptimaler Lösungen von Partialmodellen im Allgemeinen bzw. sukzessiver Entscheidungsmodelle der Personalbereitstellung bzw. -verwendung hingewiesen.[1] Unsere Beschränkung auf solche sukzessiven Entscheidungsmodelle in den Teilen C. und D. der Arbeit lässt sich auf mehrere Gründe zurückführen. Als erster und wichtigster Grund ist zu nennen, dass die Flexibilität von Ressourcen, wie hier des Potentialfaktors ‚Arbeitskräfte‘ insbesondere dann von ökonomischer Bedeutung ist, wenn eine der beiden abzustimmenden Seiten ‚Faktorbedarf‘ und ‚Faktorausstattung‘ nicht justiert werden kann.[2] Dies hatten wir einerseits in Teil C. thematisiert, in dem es darum ging, Überlegungen hinsichtlich der Bereitstellung hinreichend flexibler Personalausstattungen zur Deckung schwankender Personalbedarfe anzustellen. In Teil D. waren wir der Frage nachgegangen, wie eine gegebene Personalausstattung ökonomisch effektiv verwendet werden sollte und wie der erzielte ökonomische Erfolg auf die Arbeitskräfte verteilt werden sollte. Beide betrachteten Entscheidungssituationen lassen sich dahingehend kritisieren, dass stets eine Zuordnungsseite – also die Bedarfs- oder die Ausstattungsseite – als betrieblicherseits nicht mehr beeinflussbar unterstellt wurde.

[1] Vgl. statt vieler bei *Kossbiel (1991, 251/1998, 290)*.
[2] Vgl. hierzu bei *Muche (1989, 11f.)*.

Dies kann zum einen mit dem Hinweis auf die Fristigkeit der Planung begründet werden, beispielsweise weil Personalausstattungen aufgrund der Vertragsgestaltung (Dauerschuldverhältnis), arbeitsrechtlicher Regelungen (Kündigungsschutz),[1] personalpolitischer Grundsatzentscheidungen,[2] oder Kollektivvereinbarungen (betriebliche Beschäftigungspakte)[3] oder des Verlusts an betriebsspezifischem Humankapital nicht beliebig justiert werden können oder sollen. Zudem stehen solche sukzessiven Modelle in Übereinstimmung mit dem in der Praxis verbreiteten Vorgehen, insbesondere wegen ihres komplexitäts- und kontingenzreduzierenden Charakters.[4]

Hinsichtlich der in Teil C vorgestellten Modelle der Personalbereitstellung kann sicherlich das Fehlen originär ökonomischer Größen kritisiert werden. Insofern kann die ökonomische Optimalität der Lösung nur dann unterstellt werden, wenn die Transaktionskosten der Justierung der Personalausstattung und die Lohnkosten für alle Personalsegmente identisch sind, also gerade nicht so eine Lohnstruktur existiert, wie sie in Teil D. der Arbeit zu etablieren war. Die Aufhebung dieser Annahmen könnte wichtige Erweiterung der Entscheidungssituation darstellen. Auch hinsichtlich der Berücksichtigung anderer als der unterstellten Verteilung über die möglichen Personalbedarfskonstellationen durch die Berücksichtigung abweichender stochastischer[5] oder unscharfer[6] Streuungen über die Personalbedarfe ließen sich wichtige Modellerweiterungen implementieren.

Eine Verbindung mit den noch seltenen behandelten Ansätzen der *‚fuzzy coalition games'*[7] stellt möglicherweise eine fruchtbare Erweiterung des Modellrahmens in Teil D. dar, wie erste, in dieser Arbeit noch nicht berücksichtigte Überlegungen unsererseits zeigen. Auch in der Abwandlungen der Problemstellung auf Seiten der Produktion, beispielsweise die Berücksichtigung von Kuppelproduktionen, mehrstufigen Produktionsprozessen und allgemeine CES-Produktionsfunktionen, oder auf der Absatzseite, etwa Absatzrestriktionen oder unsichere bzw. unscharfe Marktpreise, sehen wir potentielle Erweiterungen der Problemstellung.

Ebenfalls stellt die Annahme identischer Leistungsgrade der Arbeitskräfte eine leicht angreifbare Annahme der Entscheidungsmodelle dar. Hier ließen sich Differenzierungen zwischen Arbeitskräften bzw. Personalsegmenten oder beispiels-

---

[1] Vgl. ausführlich bei *Brox et al. (2004)*.
[2] Vgl. bei *Kossbiel (1988, 1051f.)*.
[3] Vgl. statt vieler bei *Bürkle/Knörzer (2003/2007)*.
[4] Vgl. die Ausführungen in den Teilen A. und B. dieser Arbeit.
[5] Vgl. *Jarr (1978)*.
[6] Vgl. *Spengler (1990/1992/1993)*.
[7] Vgl. bei *Aubin (1993/1997), Butnariu (1978/1980) Denneberg/Grabisch (1996), Branzei/Tijs (2001) Nishizaki/Sakawa (2001), Tsurumi/Tatino/Inuiguchi (2001), Mareš (2001), Molina/Tejada (2002), Branzei/Dimitrov/Tijs (2003/2005), Weiß (2003), Tijs/Branzei/Muto/Ishihara (2004), Branzei/Dimitrov/Tijs (2005).*

weise unscharfe Leistungsgrade[1] integrieren. Hier sind jedoch die Grenzen der Abbildungsmöglichkeiten der *Hall/Kossbiel*schen-Bedingung (siehe Kapitel C.I.5., insbesondere Abbildung A.C.I.5.), auf der die Abstimmung der Faktorbedarfe und Faktorausstattungen in dieser Arbeit beruht, zu beachten.[2] Eng damit verbunden ist die Frage der Leistungsbereitschaft, also der motivationalen Disposition der Arbeitskräfte. Die ausgeblendete Wirksamkeitsproblematik ist daher ebenso angreifbar, wie die implizit unterstellte Akzeptanz der Gerechtigkeitspostulate, worauf sich der erwartete Wirkungszusammenhang von Lohngerechtigkeit und Verbleibensmotivation gründet.
Das Ausblenden von Aspekten der Unsicherheit und der daraus resultierenden asymmetrischen, unvollständigen bzw. unvollkommenen Information, bietet grundsätzlich einen großen Erweiterungsbereich der Problemstellungen.
Eine weitere Modifikation stellt die Einbeziehung zusätzlicher Drohpunkte aus ‚outside options', z.B. die Verwertung des Humankapitals auf dem unternehmensexternen Arbeitsmarkt, in das Verteilungsergebnis dar. Dabei könnten sowohl Aspekte unsicherer Drohpunkte und von Drohmengen oder die Wahl des optimalen Drohverhaltens thematisiert werden.
Daneben existieren eine Reihe weiterer Aspekte, die in unseren Überlegungen außen vor gelassen wurden. So werden in der Literatur Fragen des Einflusses von Konventionen, von Zeitpräferenzen der Spieler und der Verhandlungsmacht diskutiert. Diese Aspekte, zusammen mit Unsicherheit und Risikoaversion der Spieler, münden häufig in sog. „asymmetrischen Lösungen".[3] Auch die Stützung der vorgestellten Lösung durch ein nichtkooperatives Verhandlungsmodell, das analoge Ergebnisse generiert, stellte eine sinnvolle Ergänzung dar. Ein Beitrag des Verfassers in dieser Hinsicht ist bereits angedacht.

Zudem soll ein weiterer grundsätzlicher Aspekt nicht unerwähnt bleiben. Er betrifft die empirische Relevanz der Überlegungen im Teil D. der Arbeit. Die in dieser Arbeit vorgestellten Modelle sind durch Ihren stark normativen bzw. präskriptiven Charakter geprägt und, insbesondere was die Gestaltung von Entlohnungssystemen betrifft, sehr stark werturteilbehaftet. Inwieweit sich hieraus empirisch testbare Hypothesen ableiten lassen, wäre zu untersuchen. So wäre letztlich zu prüfen, inwieweit die von uns postulierten Gerechtigkeitsanforderungen tatsächlich repräsentativ und geeignet sind, zur Mitarbeiterzufriedenheit beizutragen und somit einen (ex ante unterstellten) positiven Beitrag zur Verfügbarkeitsproblematik zu leisten (siehe hierzu die Kapitel A.I.2. und B.II.2.2.1.).
Ohnehin mag die Bedeutung qualifikationsorientierter Lohnkonzepte für interne Arbeitsmärkte deutscher Unternehmen angezweifelt werden. Zwar wurde deut-

[1] Vgl. *Schroll/Spengler (2002)*.
[2] Vgl. ausführlich in Kapitel C.I..
[3] Zu asymmetrischen Varianten des *Shapley*-Werts, des Kerns und der *von Neumann/Morgenstern-Lösung* vgl. u.a. bei *Chun(1991)*, *Kalai/Samet (1987)*, *Monderer/Samet/Shapley (1992)*, *Vasilev (2006)*.

lich, dass in der betrieblichen Praxis vorwiegend in den USA ‚skill based pay'-Systeme eine weite Verbreitung mit steigender Tendenz aufweisen, während dagegen Tarifverträge in Deutschland nach wie vor eine starke Ausrichtung an anforderungs- und leistungsorientierten Löhnen vorherrscht.

Aufgrund der Vielzahl restriktiver Annahmen unserer Modelle mag das Urteil *Schotters (1981, 154)* über die kooperative Spieltheorie hinsichtlich des „huge amount of effort that has gone into proofing limit theorems" auch auf diese Arbeit angewendet werden. Daran schließt sich ein grundsätzlicher Kritikpunkt an der Theorie kooperativer Spiele an. So bemerken *Harsanyi/Selten (1988, 7f.)*:

> „the classical theory of noncooperative games is essentially a theory of one basic solution concept, that of equilibrium points. In contrast, the classical theory of cooperative games offers a rich variety of alternative solution concepts (vNM stable sets, Shapley Value, Core, AM bargaining sets). Individually each of these solution concepts is of great theoretical interest. But as a group they fail to provide a clear, coherent theory of cooperative games. "

Ähnlich äußert sich *Martin (1978, 98)*:

> „applying a game theory framework to ethical situations is more likely to obscure satisfactory solutions than to reveal them"[1]

Insofern hat diese Arbeit möglicherweise keinen Beitrag zur Klärung, sondern eher ein unterstützendes Argument für die eben zitierten Einschätzungen geliefert. Wie wir jedoch bereits in Teil B. angemerkt hatten, ist diese Uneinheitlichkeit axiomatischer Ansätze sowohl in der Wohlfahrtsökonomie als auch in der kooperativen Spieltheorie auf die Werturteilsbehaftung der zugrunde liegenden Gerechtigkeitsvorstellungen zurückzuführen. Die Vielzahl der ‚Lösungen' für Aufteilungsprobleme kann als Beleg für diese Divergenz der Vorstellungen von Gerechtigkeit gelten. Unseres Erachtens ‚rechtfertigen' sich solche Ansätze trotz ihrer Heterogenität allein schon dann, wenn sie durch eine präzise Offenlegung dessen, was aus Sicht des Autors als gerecht erscheint, geschaffen wird. So merkt *Schmidt (2000, 21)* an: „Man muss sich nicht mit der Gerechtigkeit identifizieren; es genügt, zu beobachten und zu beschreiben, was geschieht, wenn unter Bezugnahme auf den Wert der Gerechtigkeit gehandelt oder wie mit Problemen umgegangen wird, die Gerechtigkeitsfragen aufwerfen." In dieser Hinsicht sollte die Arbeit einen Beitrag zur Diskussion von Lohngerechtigkeit geleistet haben.

---

[1] Noch kritischer urteilt *Colman (1982, 151)*:

> „A large number of formal solutions to cooperative multi-person games, apart from the von Neumann-Morgenstern solution have been based on the characteristic function. None is entirely persuasive as a criterion for rationality."

Literaturverzeichnis

Abraham, M. (2007): Wann werden Löhne als gerecht eingeschätzt? - Eine tauschtheoretische Betrachtung der Lohngerechtigkeit auf dem Arbeitsmarkt. Zeitschrift für Arbeitsmarktforschung 40, 9-22.
Abrahamsson, B. (1993): The Logic of Organization. Sage, Newbury Park u.a. 1993.
Achatz, *H. (1999)*: Partitionierung von Werkern aufgrund von Qualifikationsprofilen. In: Kossbiel (1999), 143-158.
Ackermann, K. (2003): Bestimmung des Humankapitals. Personalwirtschaft 30, Heft 9, 46-49.
Ackermann, K./Eisele, D. (2000): Entgelt- und Beteiligungssysteme. Akad, Stuttgart.
Ackermann, K./Reber, G. (1981a) [Hg.]: Personalwirtschaft – Motivationale und kognitive Grundlagen. Poeschel, Stuttgart.
Ackermann, K./Reber, G. (1981b): Entwicklung und gegenwärtiger Stand der Personalwirtschaftslehre. In: dieselben (1981a), 3-53.
Adam, D./Backhaus, K./Meffert, H./Wagner, H. (1989) [Hg.]: Integration und Flexibilität – eine Herausforderung für die Allgemeine Betriebswirtschaftslehre. Gabler, Wiesbaden.
Adams, J. (1963): Toward an Understanding of Inequity. Journal of Abnormal and Social Psychology 67 (1963), 422-436.
Adams, J. (1965): Inequality in Social Exchange. In: Berkowitz (1965), 267-300.
Akerlof, G. (1970): The Market for ‚Lemons' – Quality Uncertainty and the Market Mechanism. Quarterly Journal of Economics 66, 488-500.
Akerlof, G. (1982): Labor Contracts as Partial Gift Exchange. Quarterly Journal of Economics 97, 543-569.
Akerlof, G. (1984): Gift Exchange and Efficiency-Wage-Theory – Four Views. American Economic Review 74, 79-83.
Akerlof, G./Yellen, J. (1982): The Fair Wage-Effort Hypothesis and Unemployment. Quarterly Journal of Economics 47, 543-569.
Albach, H. (1989): Organisation – Mikroökonomische Theorie und ihre Anwendungen. Gabler, Wiesbaden.
Albert, H. (1964a): Probleme der Theoriebildung. In: Albert (1964b), 3-70.
Albert, H. (1964b) [Hg.]: Theorie und Realität. Mohr, Tübingen 1964.
Albert, H. (1967): Marktsoziologie und Entscheidungslogik – Ökonomische Probleme in sozialer Perspektive. Neuwied.
Albizuri, M./Santos, C./Zarzuelo, J. (2002): On the Serial Cost Sharing Rule. International Journal of Game Theory 31, 437-446.
Alchian, A./Demsetz, H. (1972): Production, Information Costs, and Economic Organization. American Economic Review 62, 777-795.
Alchian, A./Woodward, S. (1988): The Firm is Dead, Long Live the Firm. Journal of Economic Literature 26, 65-79.
Alderfer, C. (1972): Existence, Relatedness, and Growth – Human Needs in Organizational Settings. Free Press, New York u.a.
Alewell, D. (1993): Interne Arbeitsmärkte – eine informationsökonomische Analyse. Steuer- & Wirtschaftsverlag, Hamburg.
Alewell, D. (1996): Zum Verhältnis von Arbeitsökonomik und Verhaltenswissenschaften. Die Betriebswirtschaft 56, 667-683.
Alewell, D. (1997): Stellungnahme. Die Betriebswirtschaft 57, 132-134.
Aoki, M. (1984): The Cooperative Game Theory of the Firm. Clarendon Press, Oxford.
Arin, J./Kuipers, J./Vermeulen, D. (2003): Some Characterizations of Egalitarian Solutions on Classes of TU-Games. Mathematical Social Sciences 46, 327-345.
Arnold, T./Schwalbe, U. (2002): Dynamic Coaliton Formation and the Core. Journal of Economic Behavior & Organization 49, 363-380.

Aschenbrücker, K./Pleiß, U. (1991) [Hg.]: Menschenführung und Menschenbildung. Schneider-Hohengehren, Baltmannsweiler.
Arrow, K.: Social Choice and Individual Values. New Haven.[2]
Aspert, N./Santa-Cruz, D./Ebrahimi, T. (2002): Measuring Errors between Surfaces Using the Hausdorff Distance. Proceedings of the ICME, Lausanne.
Atkinson, J. (1987): Flexibility, Uncertainty and Manpower Management. IMS Report No. 89.
Aubin, J. (1981): Cooperative Fuzzy Games. Mathematics of Operations Research 6, 1-13.
Aubin, J. (1982): Mathematical Methods of Game and Economic Theory. North-Holland, Amsterdam u.a.
Aubin, J. (1993): Optima and Equilibria - An Introduction to Nonlinear Analysis. Springer, Heidelberg u.a.
Aubin, J. (1997): Dynamic Economic Theory. Springer, Heidelberg u.a.
Auer, M./Laske, S. (1997) [Hg.]: Personalwirtschaftliche Ausbildung an Universitäten. Hampp, München u.a.
Aumann, R. (1960): Linearity of Unrestrictedly Transferable Utilities. Naval Reserach Logistics Quarterly 7, 281-284.
Aumann, R. (1967): A Survey of Cooperative Games without Side Payments. In: Shubik (1967), 3-27.
Aumann, R. (1991): Game Theory. In: Eatwell et al. (1991), 460-482.
Aumann, R./Hart, S. (1994) [Hg.]: Handbook of Game Theory with Economic Applications, Volume II. North Holland, Amsterdam u.a.
Aumann, R./Maschler, M. (1964): The Bargaining Set for Cooperative Games. Annals of Mathematic Studies 52, 443-476.
Aumann, R./Shapley, L. (1974): Values of Non-Atomic Games. Princeton University Press, Princeton.
Axelrod, R. (1988): Die Evolution der Kooperation. Oldenbourg, München.
Axer, H. (1985): Neue Technologien und Entgeltfindung. In: Zink (1985), 63-79.
Azariadis, C. (1975): Implicit Contracts and Underemployment Equilibria. Journal of Political Economy 83, 1183-1202.
Azariadis, C./Stiglitz, J. (1983): Implicit Contracts and Fixed Price Equilibria. Quarterly Journal of Economics 98, 1-22.
Backes-Gellner, U. (1993): Personalwirtschaftslehre – eine ökonomische Disziplin? Zeitschrift für Personalforschung 7, 513-529.
Backes-Gellner, U. (1996): Personalökonomie und Verhaltenswissenschaften. Die Betriebswirtschaft 56, 855-858.
Backes-Gellner, U./Lazear, E./Wolff, B. (2001): Personalökonomik. Schäffer-Poeschel, Stuttgart.
Baker, G./Gibbs, M./Holmstrøm, B. (1994a): The Internal Economics of the Firm – Evidence from Personnel Data. Quarterly Journal of Economics 109, 881-919.
Baker, G./Gibbs, M./Holmstrøm, B. (1994b): The Wage Policy of the Firm. Quarterly Journal of Economics 109, 921-955.
Bakke, W. et al. (1954) [Hg.]: Labour Mobility and Economic Opportunity. Technology Press of MIT, Cambridge 1954.
Ballwieser, W./Berger, K.-H. (1985) [Hg.]: Information und Wirtschaftlichkeit. Gabler, Wiesbaden.
Banzhaf, J. (1965): Weighted Voting doesn't Work – a Mathematical Analysis. Rutgers Law Review 19, 317-343.
Banzhaf, J. (1968): One man, 3312 Votes – a Mathematical Analysis of the Electoral College. Villanova Law Review 13, 304-332.
Barnard, C. (1938): The Functions of the Executive. Harvard University Press, Cambridge (1962[2]).

Barney, J. (1991): Firm Resources and Sustained Competitive Advantages. Journal of Management 17, 99-120.
Baron, J./Kreps, D. (1999): Strategic Human Resource Management. Wiley, New York u.a.
Barth, F. (1966): Models of Social Organization. Royal Anthropological Institute, Glasgow.
Bea, F./Friedl, B./Schweitzer, M. (2006a) [Hg.]: Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, Band 1 –Grundfragen. Lucius&Lucius, Stuttgart[9].
Bea, F./Friedl, B./Schweitzer, M. (2006b) [Hg.]: Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, Band 2 –Führung. Lucius&Lucius, Stuttgart[9].
Bea, F./Friedl, B./Schweitzer, M. (2006c) [Hg.]: Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, Band 3 – Leistungsprozess. Lucius&Lucius, Stuttgart[9].
Becker, F. (1990): Anreizsysteme für Führungskräfte. Stuttgart.
Becker, G. (1964): Human- Capital – A Theoretical and Empirical Analysis with Special Reference to Education. Midway, Chicago (1980[2]).
Becker, G. (1981): A Treatise on the Family. Harvard University Press, Cambridge u.a..
Becker, O./Richter, R. (1975) [Hg.]: Dynamische Wirtschaftsanalyse. Mohr, Tübingen.
Becker, S. (2000): Lohnstrukturen – Eine betriebswirtschaftliche Untersuchung. Hampp, München u.a.
Beckmann, M. (1991): The Roommate Problem. In: Fandel et al. (1991), 133-137.
Beier, C. (2006) [Hg.] : Interkulturelle Kompetenz. MA Akademie Verlag, Essen.
Bergantiños, G./Massó, J.(1996): Notes on a New Compromise Value - The χ-Value. Optimization 38, 277-286.
Berkowitz, L. (1965) [Hg.]: Advances in Experimental Social Psychology, Vol. 2. Academic Press, New York.
Berninghaus, S./Ehrhardt, K. /Güth, W. (2002): Strategische Spiele. Springer, Heidelberg u.a.
Berthel, J. (1998) [Hg.]: Unternehmen im Wandel - Konsequenzen für und Unterstützung durch die Personalwirtschaft. Hampp, München u.a. 1998.
Bhattacharya, A. (2004): On the Equal Division Core. Social Choice and Welfare 22 (200), 391-399.
Bierfelder, W. (1976) [Hg.]: Handwörterbuch des öffentlichen Dienstes. Berlin.
Billera, L./Heath, D. (1982): Allocation of Shared Costs – A Set of Axioms Yielding a Unique Procedure. Mathematics of Operations Research 7, 32-39.
Bikhchandani, S./Ostroy, J. (2002): The Package Assignment Model. Journal of Economic Theory 107, 377-406.
Binmore, K. (1985): Bargaining and Coalitons. In: Roth (1985), 269-304.
Bird, C. (1976): On the Cost Allocation for a Spanning Tree – A Game Theoretic Approach. Networks 6, 335-350.
Birkhoff, G. (1946): Three Observations on Linear Algebra. Rev. Univ. Nac. Tacumán, Series A, Vol. 5 (1946), 147-151.
Bjørndal, E./Jørnsten, K. (2002): Lower and Upper Bounds for Linear Production Games. Discussion Paper 2002/21, Institut of Finance and Management Science, Norges Handelshøyskole.
Bondareva, O. (1962a): The Theory of the Core of an n-Person Game. Vestnik Leningrad. Univ. 13, 141-142. [Wiederabgedruckt in: Selected Russian Papers on Game Theory 1959-1965, Princeton University (1968), 29-31.]
Bondareva, O. (1962b): The Existence of a Solution, Coinciding with the Core in an n-Person Game. Proceedings of the VI Soviet Union‘s Conference on Theory of Probabilities and Mathematical Statistics (Vilnius 1960). [Wiederabgedruckt in: Selected Russian Papers on Game Theory 1959-1965, Princeton University (1968), 69.]
Bondareva, O. (1963): Einige Anwendungen von LP-Methoden auf die Theorie kooperativer Spiele (russisch). Problemi Kibernetiki 10, 119-139. [Wiederabgedruckt in: Selected Russian Papers on Game Theory 1959-1965. Princeton University (1968), 79-114.]

Blau, P. (1964).: Exchange and Power in Social Life. New York.
Blau, P./Scott, W. (1962): Formal Organizations – A Comprehensive Approach. San Francisco.
Blum, A. (1999): Integriertes Arbeitszeitmanagement. Bern u.a.
Brams, S./Affuso, P. (1976): Power and size – New Paradox. Theory and Decision 7, 29-56.
Branzei, R./Dimitrov, D./Tijs, S. (2003): Convex Fuzzy Games and Participation Monotonic Allocation Schemes, Fuzzy Sets and Systems 139, 267-281.
Branzei, R./Dimitrov, D./Tijs, S. (2004): Egalitarianism in Convex Fuzzy Games. Mathematical Social Sciences 47, 313-325.
Brânzei, R./Dimitrov, D./Tijs, S. (2005): Models in Cooperative Game Theory – Crisp, Fuzzy and Multi-Choice Games. Springer, Heidelberg u.a.
Bowey, A.M. (1977): Corporate Manpower Planning. Mangement Decisions 15, 421-496.
Braithwaite, R. (1955): Theory of Games as a Tool for the Moral Philosopher. Cambridge University Press, Cambridge.
Brecht, W./Wittenbecher, B. (1998): Optimierung von Personalausstattung und –einsatz. Vortragsmanuskript, HTWK Leipzig.
Bres. E.S./Leader F./Moore, B.E./Sholtz, D. (1978): Models for Organization Design and Staffing. In: Bryant et al. (1978), 15-30.
Bretzke, W.(1980): Der Problembezug von Entscheidungsmodellen. Mohr, Tübingen.
Brosseau, J. (2000): Skill-Based Pay in a Unionized Environment – A Case Study. IRC Press, Ontario.
Bruce, K. (2006): Henry S. Dennison, Elton Mayo, and Human Relations Historiography. Management & Organizational History 1, 177-199.
Bruggemann, A./Groskurth, P./Ulich, E. (1975): Arbeitszufriedenheit. Huber, Bern u.a.
Brumlop, E. (1986): Arbeitsbewertung bei flexiblem Personaleinsatz – Das Beispiel Volkswagen AG. Frankfurt am Main u.a. 1986.
Brunner, K./Meckling, W. (1977): The Perception of Man and the Conception of Government. Journal of Money, Credit and Banking 9, 70-85.
Bruyneel, G. (1978): On Balanced Sets - With Applications in Game Theory. Bulletin de la Societé Mathematique de Belgique, 93-108.
Bryant, D./Niehaus, R. (1978) [Hg.]: Manpower Planning and Organization Design. Plenum Press, New York.
Buchanan, J. (1975): The Limits of Liberty – Between Anarchy and Leviathan. University of Chicago Press, Chicago.
Buchanan, J./Tullock, G. (1962): The Calculus of Consent. University of Michigan Press, Ann Arbor.
Büchner, S./Coricelli, G./Greiner, B. (2007): Self-Centered and Other-Regarding Behavior in the Solidarity Game. Journal of Economic Behavior&Organization 62, 293-303
Burgess, R./Bushell, D. (1969) [Hg.]: Behavioral Psychology. New York u.a.
Bürkle, T. (1999): Qualitätsunsicherheit am Arbeitsmarkt. Hampp, München u.a.
Bürkle, T. (2004): Beschäftigungssicherheit als konstituierendes Element interner Arbeitsmärkte. Hampp, München u.a.
Bürkle, T./Knörzer, M. (2003): Beschäftigungssicherheit auf betrieblicher Ebene – Personalpolitische Implikationen einer Neuinterpretation des Günstigkeitsprinzips. Zeitschrift für Personalforschung 17, 278-303.
Bürkle, T./Knörzer, M. (2005): Verhandlungs- und gerechtigkeitstheoretische Implikationen für die Entstehung von Personal- und Lohnstrukturen. In: Lindstädt et al. (2005), 83-108.
Bürkle, T./Knörzer, M. (2007): Betriebliche Beschäftigungspakte und deren ökonomische Effizienz. Zeitschrift für Management 2, 112-144.
Burkhard, R./Derings, U. (1980): Assignment and Matching Problems. Springer, Heidelberg u.a.

Butnariu, D. (1978): Fuzzy Games – A Description of the Concept. Fuzzy Sets and Systems 1, 181-192.
Butnariu, D. (1980): Stability and Shapley Value for an n –Person Fuzzy Game.Fuzzy Sets and Systems 4, 63-72.
Butler, F. (1987) [Hg.]: Arbeitsmarkt und Beschäftigung - Neuere Beiträge zur institutionalistischen Arbeitsmarktanalyse. Frankfurt am Main u.a.
Chandler, A.: Strategy and Structure. Cambridge 1962.
Charnes, A./Cooper, W./Niehaus, R./Stedry, A. (1969): Static and Dynamic Assignment Models with Multiple Objectives, and Some Remarks on Organization Design. Management Science 15, B365-B375.
Charnes, A./Cooper, W./Niehaus, R./Lewis, K. (1976): A Multi-Objective Model for Planning Equal Employment Opportunities. In: Zeleny (1976), 111-134.
Chun, Y. (1989): A NewAxiomatization of the Shapley Value. Games and Economic Behavior 1, 119-130.
Chun, Y. (1991): On the Symmetric and Weighted Shapley Values. International Journal of Game Theory 20, 183-190.
Churchman, W./Ackoff, R./Arnoff, L. (1971): Operations Research. Oldenbourg, München u.a.
Coase, R. (1937): The Nature of the Firm. Economica 4, 386-405.
Coase, R. (1960): The Problem of Social Cost. Journal of Law and Economics 3, 1-44.
Coase, R. (1978): Economics and Contiguous Disciplines. Journal of Legal Studies 7, 201-211.
Cobb, C./Douglas, P. (1928): A Theory of Production. American Economic Review 18, Supplement Papers and Proceedings of the Fortieth Annual Meeting of the American Economic Association, 139-165.
Cofsky, K. (1993): Critical Keys to Competence-Based Pay. Compensation and Benefits Review, November/December 1993, 46-52.
Cohen, R. (1985): Procedural Justice and Participation. Human Relations 38, 643-663.
Coleman, J. (1969): Beyond Pareto Optimality. In: Morgenbesser et al. (1969), 415-439.
Coleman, J. (1973): The Mathematics of Collective Action. Aldine, Chicago.
Coleman, J. (1979): Macht und Gesellschaftsstruktur. Mohr Tübingen.
Coleman, J. (1988): Social Capital in the Creation of Human Capital. American Journal of Sociology 94, Supplement, Organizations and Institutions - Sociological and Economic Approaches to the Analysis of Social Structure, 95-120.
Coleman, J. *(1990)*: Foundations of Social Theory. Harvard University Press, Cambridge.
Coleman, J. (1991): Grundlagen der Sozialtheorie – Handlungen und Handlungssysteme. Oldenbourg, München.
Coleman, J. (1992): Grundlagen der Sozialtheorie –Körperschaften und die moderne Gesellschaft. Oldenbourg, München.
Coleman, J. (1994): Grundlagen der Sozialtheorie –Die Mathematik der sozialen Handlung. Oldenbourg, München.
Colman, A. (1982): Game Theory and Experimental Games - The Study of Strategic Interaction. Pergamon Press, Oxford u.a.
Conklin, M./Lipovetsky, S. (2000).: A Winning Tool for CPG. Marketing Research 11, 22-27.
Conrath, D./Hamilton, W. (1971): The Economics of Manpower Pooling. Management Science 18, B19-B29.
Corsten, H. (1992): Lexikon der Betriebswirtschaftslehre. Oldenbourg, München u.a. 1992.
Cournot, A. (1838): Recherches sur les principes mathematiques de la theorie des richesses. Paris.
Cox, T./Lobl, S./McLeod, P. (1991).: Effects of Ethnic Group Cultural Differences on Cooperative and Competitive Behavior on a Group Task. Academy of Management Journal 34, 827-847.

Crozier, M./Friedberg, E. (1976): Organizations as Means and Constraints of Collective Action. International Institut of Management, Wissenschaftszentrum Berlin.
Crozier, M./Friedberg, E. (1979): Macht und Organisation – Die Zwänge kollektiven Handelns. Königstein 1979.
Curiel, I. (1997): Cooperative Game Theory and Applications. Kluwer, Boston u.a.
Curiel, I./Pederzoli, G./Tijs, S. (1989): Reward Allocations in Production Systems. OR Spektrum 11, 83-88.
Curiel, I./Derks, J./Tijs, S. (1988): On Balanced Games and Games with Committee Control. In: Eiselt et al., 186-199.
Cyert, R./March, J. (1959): A Behavioral Theory of Organizational Objectives. In: Haire (1959), 76-90.
Cyert, R./March, J. (1963): A Behavioral Theory of the Firm. Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
Cyert, R./March, J. (1969).: A Behavioral Theory of Organizational Objectives. In: Litterer (1969), 349-357.
Cyert, R.M./March, J.G. (1995): Eine verhaltenswissenschaftliche Theorie der Unternehmung. Schäffer-Poeschl, Stuttgart.[2]
Czayka, *L. (1991)*: Formale Logik und Wissenschaftsphilosophie. Oldenbourg, München u.a.
Dabrowski, H./Jacobi, O./Schudlich, E./Teschner, E. (1990) [Hg.]: Rahmentarifpolitik im Strukturwandel, Band 4. Hans-Böckler-Stiftung, Düsseldorf.
Dantzig, G. (1966): Lineare Programmierung und Erweiterungen. Springer, Heidelberg u.a.
Davis, J./Schoorman, D./Donaldson, L. (1997): Toward a Stewardship Theory of Managemnt. Academy of Managemnt Review 22, 20-47.
Davis, Morton D. (1999): Spieltheorie für Nichtmathematiker. R. Oldenbourg, München.
Davis, Morton D./Maschler, Michael M. (1965): The Kernel of a Cooperative Game. Naval Research Logistics Quarterly 12, 223-259.
Davis, M./Maschler, M. (1967): Existence of Stable Payoff Configurations for Cooperative Games. In: Shubik (1967), 39-52.
Demange, G./Wooders, M. (2005) [Hg.]: Group Formation in Economics – Networks, Clubs, and Coalitions. Cambridge University Press, Cambridge u.a.
Demsetz, H. (1967): Toward a Theory of Property Rights. American Economic Review 57, 347-359.
Derks, J. (1992): A Short Proof of the Inclusion of the Core in the Weber Set. International Journal of Game Theory 21 (1992), 149-150.
Derks, J./Peters, H. (1993): A Shapley Value for Games with Restricted Coalitions. International Journal of Game Theory 21, 351-360.
de Silva, S. (1998): An Introduction to Performance and Skill-Based Pay Systems. International Labour Organization, ACT/EMP Publications, http://www.ilo.org/public/english/dialogue/actemp/Papers/1998/srspaysy/htm.
Dessler, G. (2005): Human resource management. Pearson, New Jersey.[10]
Dickens, W./Katz, L.: Inter-Industry Wage Differences and Industry Characteristics. In: Lang et al. (1987), 113-138.
Diubin, G. (2006a): A Sufficient Condition for the Coincidence of the Core of a Cooperative Game with its Solution. In: Driessen et al. (2006), 79-81.
Diubin, G. (2006b): On the Shapley Function for Games with an Infinite Number of Players. In: Driessen et al. (2006), 83-89.
Doeringer, P./Piore, M. (1971): Internal Labor Markets and Manpower analysis. Lexington.
Domsch, M. (1970): Simultane Personal- und Investitionsplanung im Produktionsbereich. Bielefeld.
Doralt, P. (2005): Rationality at Work – Logics of Collective Action in the Labour Market. Springer, Wien u.a.

Dorfman, R./Samuelson, P.A./Solow, R.M. (1958): Linear Programming and Economic Analysis. New York u.a.
Dragan, I. (1981): A Procedure for Finding the Nucleolus of a Cooperative *n* Person Game. Zeitschrift für Operations Research 25, 119-131.
Dragendorf, R./Heering, W. (1987): Beschäftigungsdauer, Effizienz und Flexibilität. In: Butler (1987), 121-156.
Dresher, M./Shapley, L./Tucker, A. (1964) [Hg.]: Advances in Game Theory. Princeton University Press, Princeton.
Drenick, R. (1986): A Mathematical Organization Theory. North Holland, New York u.a.
Drèze, J. (1976): Some Theory of Laobor Management and Participation. Econometrica 44, 1125-1139.
Driessen, T. (1988): Cooperative Games, Solutions and Apllications. Kluwer, Dordrecht u.a.
Driessen, T./Tijs, S. (1985): The τ-Value; the Core and Semiconvex Games. International Journal of Game Theory 14, 229-248.
Driessen, T./van der Laan, G./Vasilev, V./Yanovskaya, E. (2006) [Hg.]: Russian Contributions to Game Theory and Equilibrium Theory. Springer, Heidelberg u.a
Drumm, H./Scholz, C. *(1982)*: OR/MS Methods in Manpower Planning – The Theorem of Acceptance. Regensburger Diskussionsbeiträge zur Wirtschaftswissenschaft No. 145.
Dubey, P. (1975): On the Uniqueness of the Shapley Value. International Journal of Game Theory 4, 131-139.
Dubey, P./Geanakoplos, J. (2003): From Nash to Walras via Shapley-Shubik. Journal of Mathematical Economics 39, 391-400.
Dunn, M. (1998): Die Unternehmung als soziales System – Ein sozialwissenschaftlicher Beitrag zur Neuen Mikroökonomie. Duncker&Humblot, Berlin.
Dutta, B. (1990): The Egalitarian Solution and Reduced Game Properties in Convex Games, International Journal of Game Theory 19, 153-169.
Dutta, B./Ray, D. (1989): A Concept of Egalitarianism under Participation Constraints. Econometrica 57, 403-422.
Dyckhoff, H./Derigs, U./Salomon, M./Tijms, H. (1994) [Hg.]: Operations Research Proceedings 1993. Springer, Heidelberg u.a.
Dzielinski, B./Gomorry, R. (1965): Optimal Programming of Lot Sizes, Inventory and Labor Allocations. Management Science 11, 874-890.
Eatwell, J./Milgate, M./Newman, P. (1989) [Hg.]: The New Palgrave. Macmillan, London u.a. 1989.
von Eckardstein, Dudo/Fredecker, Ines/Greife, Wolfgang/Janisch, Rainer/Zingsheim, Gabriele (1988): Die Qualifikation der Arbeitnehmer in neuen Entlohnungsmodellen. Lang, Frankfurt am Main u.a.
Edgeworth, F.(1881): Mathematical Psychics. Kegan-Paul, London.
Eiselt, H./Pederzoli, G. (1988) [Hg.] : Advances in Optimization and Control. Springer, Heidelberg u.a.
Eisenführ, F./Weber, M. (2003): Rationales Entscheiden. Springer, Heidelberg u.a.[4]
Ekeh, P. (1974): Soccial Exchange Theory – Two Traditions. London 1974.
Ellinger, T (1985).: Operations Research. Springer, Heidelberg u.a. 1985.
Elster, J. (1989): The Cement of Society – A Study of Social Order. Cambridge University Press, Cambridge.
Emerson, R. (1969): Operant Psychology and Exchange Theory. In: Burgess et al. (1969), 379-405.
Emery, J. (1969): Organizational Planning and Control Systems – Theory and Technology. MacMillan, New York 1969.
Engelbrecht-Wiggans, R./Granot, D. (1985): On Market Prices in Linear Production Games. Mathematical Programming 32, 366-370.

Erez, M./Somech, A. (1996): Is Group Productivity Loss the Rule or the Expectation? Academy of Management Journal 39, 1513-1537.
Etzioni, A. (1975): Eine Theorie gesellschaftlicher und politischer Prozesse. Westdeutscher Verlag, Opladen.
Ewert R./Wagenhofer, A. (2003): Interne Unternehmensrechnung. Springer, Berlin.[5]
Fabel. O. (1996): Anmerkungen zu den Beiträgen von Dorothea Alewell und Jürgen Weibler. Die Betriebswirtschaft 56, 860-863.
Faigle, U./Kern, W. (1992): The Shapley Value for Cooperative Games under Precedence Constraints. International Journal of Game Theory 21, 249-266.
Faigle, U./Kern, W./Kuipers, J. (2001): On the Computation of the Nucleolus of a Coopeartive Game. International Journal of Game Theory 30, 79-98.
Fandel, G. (2005): Produktion I - Produktions- und Kostentheorie. Springer, Heidelberg u.a.[6].
Fandel, G./Gehring, H. (1991) [Hg.]: Operations Research – Beiträge zur quantitativen Wirtschaftsforschung. Springer, Heidelberg u.a. 1991.
Fernández, F./Fiestras, G./García-Jurado, I./Puerto, J. (2003): On the Allocation of Excesses of resources in Linear Production Games. In: Leopold-Wildburger et al., 465-470.
Fernández, F./Fiestras-Janeiro, G./García-Jurado, I./Puerto, J. (2005): Competition and Coopeartion in Non-Centralized Linear Production Games. Annals of Operations Research 137, 91-100.
Ferris, G./Beehr, T./Gilmore, D. (1978): Social Facilitation – A Review and Alternative Conceptual Model. Academy of Management Review 3, 338-347.
Fitzenberger, B. (1999): Wages and Employment Across Skill Groups – An Analysis for West Germany. Physica, Heidelberg.
Fitzenberger, B./Garloff, A./Kohn, K. (2003): Beschäftigung und Lohnstrukturen nach Qualifikationen und Altersgruppen – Eine empirische Analyse auf Basis der IAB-Beschäftigtenstichprobe. Mitteilungen aus der Arbeitsmarkt- und Berufsforschung 36, 509-524.
Flood, M. (1953): On the Hitchcock Distribution Problem. Pacific Journal of Mathematic 3, 369-386.
Folger, R./Cropanzano, R. (1998): Organizational Justice and Human Resource Management. Sage, Thousand Oaks.
Foote, K. (2001): Competencies in the Real World. Compensation and Benefits Review, July/ August 2001, 25-33.
Forges, F./Minelli, E. (2001): A Note on the Incentive Compatible Core. Journal of Economic Theory 98, 179-188.
Fourier, J. (1826): Solution d'une question particiulière du calcuk des inegaliés. Noveau Bulletin des Sciences par la Societé philomatique de Paris.
Franke, G. (1977): Stellen- und Personalbedarfsplanung. Westdeutscher Verlag, Opladen.
Franz, W. (2003): Arbeitsmarktökonomik. Springer, Heidelberg u.a.[5]
Franz, W./Pfeiffer, F. (2004): Lohntheorien. In: Gaugler et al. (2004), 1120-1132.
Freiling, J. (2004): A Competence-based Theory of the Firm. Management Revue 14, 27-52.
Frey, B. (1997): Wie ökonomische Anreize die (Arbeits-)Moral verdrängen. Vahlen, München.
Frey, B./Bohnet, I. (1995): Institutions Affect Fairness – Experimental Investigations. Journal of Institutional and Theoretical Economics 151, 286-303.
Frey, B./Jegen, R. (2001): Motivation Crowding Theory – A Survey on Empirical Evidence. Journal of Economic Surveys 15, 589-611.
Frey, B./Osterloh, M. (1997): Sanktionen oder Seelenmassage? Motivationale Grundlagen der Unternehmensführung. Die Betriebswirtschaft 57, 307-321.
Friedman, E./Moulin, H. (1999): Three Methods to Share Joint Costs or Surplus. Journal of Economic Theory 87, 275-312.

Fromen, B. (2004): Freie Aufteilung in Unternehmensnetzwerken – Lösungsvorschläge auf der Basis der kooperativen Spieltheorie. Gabler, Wiesbaden 2004.

Fudenberg, D./Tirole, J. (1991): Game Theory. MIT Press, Cambridge u.a.

Fuhrmann, A. (1998): Approximation konvexer Polyeder in der Hausdorff-Metrik. Universität Saarbrücken.

Fukuda, E./Ishihara, S./Muto, S./Tijs, S./Branzei, R. (2004): Coopearative Fuzzy Games Arising from Economic Situations. VALDES Research Paper Series E No. VRP-E-04-01.

Funaki, Y./Yamato, T. (1999): The Core of an Economy with a Common Pool Ressource – A Partition Function Form Approach. International Journal of Game Theory 28, 151-171.

Gäfgen, G. (1963): Theorie der wirtschaftlichen Entscheidungen – Untersuchungen zur Logik und ökonomischen Bedeutung des rationalen Handelns. Mohr, Tübingen.

Gale, D. (1956): The Basic Theorems of Real Linear Equations, Inequalities,Linear Programming and Game Theory. Naval Research Logistics Quarterly 3, 193-200.

Gale, D. (1960): The Theory of Linear Economic Models. University of chicago Press, Chicago.

Gale, D./Shapley, L. (1962): College Admissions and the Stability of Marriage. American Mathematical Monthly 69 (1962), 9-15.

Gale, D./Sotomayor, M. (1985): Some Remarks on the Stable Matching Problem. Discrete Applied Mathematics 11 (1985), 223-232.

Gamson, W. (1961): A Theory of Coalition formation. American Sociological Review 26, 373-382.

Gardner, R. (2003): Games for Business and Economics. Wiley, New York u.a.

Gately, D. (1974): Sharing the Gains from Regional Cooperation – A Game Theoretic Application to Planning Investment in Electric Power. International Economic Review 15, 195-208.

Gaugler, E. (1986) [Hg.]: Betriebliche Weiterbildung als Führungsaufgabe. Gabler, Wiesbaden.

Gaugler, E./Weber, W. (1992) [Hg.]: Handwörterbuch des Personalwesens. Schäffer-Poeschel, Stuttgart.[2]

Gaugler, E./Oechsler, W./Weber, W. (2004) [Hg.]: Handwörterbuch des Personalwesens. Schäffer-Poeschel, Stuttgart 2004[3].

Gaul, W./Bachem, A./Habenicht, W./Runge, W./Stahl, W. (1992) [Hg.]: Operations Research Proceedings 1991. Springer, Heidelberg u.a.

Gerhart, B. (2005): Human Resources and Business Performance. Management Revue 16, 174-185.

George, J. (1992): Extrinsic and Intrinsic Origins of Perceived Social Loafing in Organizations. Academy of Managemnt Journal 35, 191-202.

Gerard-Varet, L./Zamir, S. (1969): Remarks on the Set of Reasonable Outcomes in a General Coalition Function Form Game. International Journal of Game Theory 16, 123-143.

Gillenkirch, R./Schauenberg, B./Schenk-Mathes, H./Velthuis, L. (2004) [Hg.]: Wertorientierte Unternehmenssteuerung. Springer, Heidelberg u.a. 2004.

Gillies, D. (1953): Some Theorems on n-person Games. Princeton University Press, Princeton.

Giraud, G. (2003): Strategic Market Games – An Introduction. Journal of Mathematical Economics 39, 355-375.

Goberna, M./Lopez, M. (2001) [Hg.]: Semi-Infinite Programming –Recent Advances. Kluwer, Dordrecht u.a.

Goerke, L./Holler, M. (1997): Arbeitsmarktmodelle. Springer, Heidelberg u.a.

Gómez, D./González-Arangüena, E./Conrado, M./Owen, G./der Pozo, M./Tejada, J. (2003): Centrality and Power in Social Networks – A Game Theoretic Approach. Mathematical Social Sciences 46, 27-54.

Gottinger, H./Leinfellner, W. (1978): Decision Theory and Social Ethics. Reidel, Dordrecht u.a. 1978.
Grant, R.M. (1991): The Resource-Based Theory of Competitive Advantage – Implications for Strategy Formulation. California Management Review 33, 114-135.
Granot, D. (1986): A Generalized Linear Production Model – A Unifying Model. Mathematical Programming 34, 212-222.
Granot, D./Huberman, G. (1981): Minimun Cost Spanning Tree Games. Mathematical Programming 21, 1-18.
Granot, D./Huberman, G. (1984): On the Core and Nucleolus of Minimun Cost Spanning Tree Games. Mathematical Programming 29, 323-347
Greife, W. (1990): Der Beitrag des Qualifikationslohns zur Flexibilität industrieller Arbeit. Lang, Frankfurt am Main u.a.
Grob, R. (1986): Flexibilität in der Fertigung Organisation und Bewertung von Personalstrukturen. Springer, Heidelberg u.a. 1986.
Grochla, E./Wittmann, W. (1976) [Hg.]: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft. Stuttgart.[4]
Grochla, E./Gaugler, E. (1990) [Hg.]: Handbook of German Business Management. Poeschel/Springer, Stuttgart/Heidelberg u.a. 1990.
Gruber, P. (1993a): The Space of Convex Bodies. In: Gruber/Wills (1993), 301-318.
Gruber, P. (1993b): Aspects of Approximation of Convex Bodies. In: Gruber/ Wills (1993), 319-345.
Gruber, P./ Wills, J. (1993) [Hg.]: Handbook of Convex Geometry. Elsevier Science.
Grunwald, W./Lilge, H. (1981) [Hg.]: Kooperation und Konkurrenz in Organisationen. Haupt, Bern u.a.
Günther, H. (1989): Produktionsplanung bei flexibler Personalkapazität. Stuttgart.
Güth, W. (1992a): Spieltheorie – Nichtooperative Spiele. In: Corsten (1992), 797-800.
Güth, W. (1992b): Spieltheorie – Kooperative Spiele. In: Corsten (1992), 800-807.
Güth, W. (1999): Spieltheorie und ökonomische (Bei)Spiele. Springer, Heidelberg u.a.[2]
Gul, F. (1989): Bargaining Foundations of Shapley Value. Econometrica 57, 81-96.
Gupta, Nina/Schweizer, Timothy P./Jenkins, Douglas G. (1987): Pay-for-Knowledge Compensation Plans – Hypothesis and Survey Results. Monthly Labor Review, October 1987, 40-43.
Hackman, R./Oldham, G. (1980): Work Redesign. Addison-Wesley, Reading u.a..
Haire, M. (1959) [Hg.]: Organization Theory. Wiley, New York u.a..
Haller, H. (1994): Collusion Properties of Values. International Journal of Game Theory 23, 261-281.
Halmos, P./Vaughn, H. (1950): *The Marriage Problem*. American Journal of Mathematics 72, 214-215.
Hamblin, R./Kunkel, J. (1977) [Hg.]: Behavioral Theory in Sociology. Transaction Publishers, New Brunswick.
Hambrick, D.C./Mason, P.A. (1984): Upper Echolons – The Organization as a Reflection of its Top Managers. Academy of Management Review 9, 193-206.
Hamlen, S./Hamlen, W./Tschirhart, J. (1977): The Use of Core Theory in Evaluating Joint Cost allocation Schemes. Accounting Review 52, 616-627.
Harsanyi, J. (1959): A Bargaining Model for the Cooperative n –Person Game. In: Tucker et al. (1959), 325-355.
Harsanyi, J (1977).: Rational Behavior and Bargaining Equilibrium in Games and Social Situations. Cambridge University Press, Cambridge u.a..
Harsanyi, J./Selten, R. (1980a): A Non-Cooperative Solution Theory with Cooperative Aplications –Preliminary Discussion. Arbeiten aus dem Institut für Mathematische Wirtschaftsforschung No. 91, Universität Bielefeld.

Harsanyi, J./Selten, R. (1980b): A Non-Cooperative Solution Theory with Cooperative Aplications –Consequences of Desireable Properties. Arbeiten aus dem Institut für Mathematische Wirtschaftsforschung No. 92, Universität Bielefeld.
Harsanyi, J./Selten, R. (1988): A General Theory of Equilibrium Selection in Games. MIT Press, Cambridge u.a..
Hart, O. (1983): Optimal Labour Contracts under Asymmetric Information - An Introduction. Review of Economic Studies50, 3-35.
Hart, O./Moore, J. (1990): Property Rights and the Nature of the Firm. Journal of Political Economy 98, 1119-1158.
Hart, S. (1974): Formation of Cartels in Large Markets. Journal of Economic Theory 7, 453-466.
Hart, S. (1985): Axiomatic Approaches to Coalitional Bargaining. In: Roth (1985), 305-320.
Hart, S./Mas-Colell, A. (1989): Potential, Value, and Consistency. Econometrica 57, 589-614.
Hartz, P. (1995): Wege zur Kostenentlastung und Beschäftigungssicherung. In: Scholz et al. (1995), 51-59.
Haussdorff, F. (1949): Grundzüge der Mengenlehre. Chelsea Public Company, New York (Nachdruck).
Haussdorff, F. (1957): Set Theory. Chelsea Public Company, New York 1957.
Hax, A./Candea, D. (1984): Production and Inventory Management. Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1984.
Hax, H. (1965): Die Koordination von Entscheidungen. Heymann, Köln u.a.
Hax. H. (1970) [Hg.]: Entscheidungen bei unsicheren Erwartungen. Köln-Opladen.
Hax, H. (1991): Theorie der Unternehmung – Informationen, Anreize und Vertragsgestaltung. In: Ordelheide et al. (1991), 51-72.
Hax, H./Laux, H. (1972a): Flexible Planung – Verfahrensregeln und Entscheidungsmodelle für die Planung bei Ungewißheit. Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung 24, 318-340.
Hax, H./Laux, H. (1972b): Zur Diskussion um die flexible Planung. Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung 24, 477-479.
Heinen, E. (1976): Grundfragen einer Entscheidungsorientierten Betriebswirtschaftslehre. München.
Heldemag, F. (2003): Faire Löhne – Normen und Fakten. Perspektiven der Wirtschaftspolitik 4, 17-28.
Helmer, O. (1957): A Game-Theoretiocal Approach to Organization Theory. RAND-Paper P-1026, RAND Corporation, Santa Monica.
Helmer, O. (1958): The Prospects of a Unified Theory of Organizations. Management Science 4, 172-176.
Henderson, J./Quandt, R. (1980): Microeconomic Theory – A Mathematical Approach. McGraw-Hill, New York u.a.[3]
Henrikson, J. (1999): Completeness and Total Boundedness on the Hausdorff Metric. MIT Journal of Mathematics 1, 69-80.
Hentze, J. (2004): Lohnformen. In: Gaugler et al. (2004), 1104-1114.
Herzberg, F. (1966): Work and the Nature of Man. World, New York.
Herzberg, F./Mausner, B./Snyderman, B. (1959): The Motivation to Work. Wiley, New York.[2]
Hillier, Frederick S./Lieberman, Gerald J. (1988): Operations Research. Oldenbourg, München u.a.[4]
Hirschmann, R. (1985): Größere Flexibilität als Konzept eines mittelständischen Unternehmens. In Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung 37, 144-153.
Hochschild, J. (1981): What's Fair? Harvard University Press, Cambridge.
Holler; M. (1984) [Hg.]: Coalitions and collective Actions. Physica, Würzburg u.a..

Holler, M. (1992): Ökonomische Theorie der Verrhandlungen. Oldenbourg, München u.a.[3]
Holler, M./Illing, G. (2006): Einführung in die Spieltheorie. Springer, Heidelberg u.a.[6]
Homans, G. (1958): Social Behavior as Exchange. American Journal of Sociology 63, 597-606.
Homans, G. (1961): Social Behavior – Ist Elementary Forms. Harcourt,Brace&World, New York (Nachdruck 1974).
Homans, G. (1969): A Life of Synthesis. In: Horowitz (1969), 13-33.
Homans, G. (1972a): Grundfragen soziologischer Theorie. Opladen.
Homans, G. (1972b): Was ist Sozialwissenschaft? Opladen.[2]
Holmstrøm, B. (1979): Moral Hazard and Observability. Bell Journal of Economics 10, 74-91.
Holmstrøm, B. (1979): Moral Hazardin Teams. Bell Journal of Economics 13, 324-340.
Holmstrøm, B./Milgrom, P. (1991): Multitask Principla-Agent Analyses – Incentive Contracts, Asset Ownership, and Job Design. Journal of Law, Economics & Organization 7, 24-52.
Holt, C./Modigliani, F./Muth, J./Simon H. (1960): Planning Production, Inventories, and Work Force. Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
Horowitz, I. (1969) [Hg.]: Sociological Self-Images – A Collective Portrait. Oxford u.a.
Hu, S. (1972): Putty-Putty versus Putty-Clay - A Systhesis. International Economic Review 13, 324-341.
Ichiishi, T. (1988): Comparative Cooperative Game Theory. Arbeiten aus dem Institut für Mathematische Wirtschaftsforschung Nr. 165, Universität Bielefeld.
Indyk, P. (200): Embedding into l_∞. Skriptum, Stanford University.
Intrilligator, M. (1971): Mathematical Optimization and Economic Theory. Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
International Personnel Management Association [IPMA] (2005): Skill-based Pay. Center for Personnel Research Series, Alexandria.
Izqierdo, J./Llerena, F./Rafels, C. (2005): Sequentially compatible payoffs and the Core in TU-Games. Mathematical Social Sciences 50, 318-330.
Jackson, M. (2005): A Survey of Network Formation Models – Stability and Efficiency. In: Demange et al. (2005), 11-57.
Jacob, Herbert (1988) [Hg.]: Allgemeine Betriebswirtschaftslehre. Gabler, Wiesbaden.[5]
Jahnke, H./Brüggemann, W. (2003) [Hg.]: Betriebswirtschaftslehre und betriebliche Praxis. Gabler, Wiesbaden.
Jans, M. (2003): Diversität als Ressource? Ergebnisse und Erkenntnisse der Organisationsdemographieforschung. In: Martin (2003), 53-78.
Jarr, K. (1978): Stochastische Personalplanungen. Gabler, Wiesbaden.
Jarrell, D. (1993): Human Resource Planning – A Business Planning Approach. Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
Jenkins, G./Gupta, N. (1985): The Payoffs for Paying for Knowledge. National Productivity Review, Spring 1985, 121-130.
Jensen, M./Meckling, W. (1976): Theory of the Firm – Managerial Behaivor, Agency Costs, and Ownership Structure. Journal of Financial Economics 3, 305-360.
Jentzsch, G. (1964): Some Thoughts on the Theory of Cooperative Games. In: Dresher et al. (1964), 407-409.
Johansen, L. (1959): Substitution versus Fiexd Production Coefficients in the Theory of Economic Growth – A Synthesis. Econometrica 27, 157-175.
Jung, H. (2005): Personalwirtschaft. Oldenbourg, München.[6]
Kalai, E. (2000): Games, Computers, and OR. Arbeitspapier, Kellogg School of Management, Northwestern University.

Kalai, E./Samet, D. (1985): Monotonic Solutionsto General Cooperative Games. Econometrica 53, 307-328.
Kalai, E./Samet, D. (1987): On Weighted Shapley Values. International Journal of Game Theory 16, 205-222.
Kaluza, B./Blecker, T. (2005) [Hg.]: Erfolgsfaktor Flexibilität – Technological Economics, Band 60. Schmidt, Berlin 2005.
Kandel, E./Lazear, E. (1992): Peer Pressure and Partnerships. Journal of Political Economy 100, 801–817
Karau, S./Williams, K. (1993): Social Loafing – A Meta-Analytic Review and Theoretical Integration. Journal of Personality and Social Psychology 65, 681-706
Karau, S./Williams, K. (1997): The Effects of Group Cohessiveness on Social Loafing and Social Compensation. Group Dynamics 1, 156-168.
Kellerer, H./Pferschy, U./Pisinger, D. (2004): Knapsack Problems. Springer, Heidelberg u.a.
Kellermanns, F./Floyd, S. (2005): The Effect of Strategic Consensus on Organizational Flexibility. In: Kaluza et al. (2005), 55-70.
Kelsen, H. (1953): Was ist Gerechtigkeit? Deuticke, Wien (Reclam, Stuttgart 2000).
Kerr, C. (1954): The Balkanization of Labour Markets. In: Bakke et al. (1954), 92-110.
Kim, K./Roush, F. (1983): A Dynamic Solution in N-Person Cooperative Game Theory. Mathematical Social Sciences 6, 49-63.
Klijn, F./Slikker, M./Tijs, S./Zarzuelo, J. (2000): The Egalitarian Solution for Convex Games – Some Characterizations. Mathematical Social Sciences 40, 111-121.
Knight, F. (1921): Risk, Uncertainty and Profit. Kelley, New York (Nachdruck 1967).
Knörzer, M. (1999): Personalbereitstellungsplanung im Ausgleich von Arbeitgeber und Betriebsratszielen. In: Kossbiel (1999), 125-124.
Knörzer, M. (2000a): Befristete Beschäftigungsverhältnisse zur Lösung personalwirtschaftlicher Verfügbarkeitsprobleme in IT-Unternehemen - Grundüberlegungen und Planungsmodelle. Wirtschaftsinformatik - Sonderheft IT & Personal, 36-43.
Knörzer, M. (2000b): Die Anreizwirkungen betrieblicher Zusatzleistungen. Management Revue 11, 216-220.
Knörzer, M. (2001): Auswirkungen von Mehrarbeit auf die Flexibilität von Personalausstattungen. In: Kossbiel (2001b), 117-137.
Knörzer, M. (2002a): Flexible Arbeitszeiten und alternative Beschäftigungsformen in der Personalplanung - Optimierungsmodelle aus Unternehmenssicht und Kompromißmodelle zur Berücksichtigung betrieblicher Mitbestimmung. Hampp, München u.a.
Knörzer, M. (2002b): Kompromisse zwischen Arbeitgeber und Betriebsrat am Beispiel ‚Einstellungen vs. Mehrarbeit mit Freizeitausgleich‘. In: Kossbiel/ Spengler (2002), 141-160.
Knörzer, M. (2003): Flexible Arbeitszeiten und alternative Beschäftigungsformen in der Personalplanung. Zeitschrift für Personalforschung 17, 510-513.
Knörzer, M. (2004a): Aussagegehalt der Prinzipal-Agenten-Theorie und Integration verhaltenswissenschaftlicher Erkenntnisse. Die Betriebswirtschaft, 64, 117-120.
Knörzer, M. (2004b): Konzepte zur Ermittlung bedarfsangemessener Personalstrukturen. In: Kossbiel/Spengler (2004), 91-108.
Knörzer, M. (2005a): Informationsökonomische und spieltheoretische Aspekte des Personnel-Assignment-Problems bei Vorliegen ordinaler Präferenzen. In: Kossbiel/Spengler (2005a), 155-174.
Knörzer, M. (2005b): Der Einfluß von Personalstrukturen auf die Flexibilität und Formbarkeit von Personalausstattungen - Eine Untersuchung am Beispiel der Metall- und Elektroindustrie. In: Kossbiel/Spengler (2005b), 177-192.

Knörzer, M. (2006): Inhalte, Probleme und Verfahren der Messung interkultureller Kompetenz im Rahmen der internationalen Personalauswahl. In: Beier (2006), 95-124.
Knörzer, M. (2007): Lohnfindung in Zuordnungsproblemen bei zentralem und dezentralem Matching. In: Spengler (2007), (erscheint demnächst).
Kochen, R. (1979): Personalplanung bei Auftragsfertigung. Vandenhoeck& Ruprecht, Göttingen.
Kohlberg, E. (1971): On the Nucleolus of a Characteristic Function Game. SIAM Journal on Applied Mathematics 20, 62-66.
Kohlberg, E. (1972): The Nucleolus as a Solution of a Minimization Problem. SIAM Journal on Applied Mathematics 23, 34-39.
Köhler, O. (1927): Über den Gruppenwirkungsgrad der menschlichen Körperarbeit und die Bedingung optimaler Kollektivkraftreaktion. Industrielle Psychotechnik 4, 209-226.
Koopmans, T./Beckmann, M. (1957): Assignemtn Problems and the Location of Economic Activities. Econometrica 25, 53-76.
Kosiol, E. (1962): Leistungsgerechte Entlohnung. Gabler, Wiesbaden.[2]
Kossbiel, H. (1970): Die Bestimmung des Personalbedarfs, des Personaleinsatzes und der Personalausstattung als betriebliches Entscheidungsproblem. Unveröffentlichte Habilitationsschrift, Kiel.
Kossbiel, H. (1971): Zur Behandlung mehrfach qualifizierter Arbeitskräfte in der Personalplanung. Zeitschrift für Betriebswirtschaft 41, 167-184.
Kossbiel, H. (1974): Probleme und Instrumente der betrieblichen Personalplanung. Schriften zur Unternehmensführung 20, 5-39.
Kossbiel, H. (1975): Personalplanung. In: Gaugler (1975), 1616-1631.
Kossbiel, H. (1976): Personalplanung (inklusive Personalplanungsmodelle). In: Bierfelder (1976), 1235-1252.
Kossbiel, H. (1978): Möglichkeiten und Grenzen einer langfristigen Personalbereitstellungsplanung mit Hilfe quantitativer Ansätze. In: Müller-Merbach (1978), 361-373.
Kossbiel, H. (1980): Überlegungen zur Verbindung von Stellen- und Personalplanung. Unveröffentlichtes Vortragsmanuskript. Universität Hamburg.
Kossbiel, H. (1986): Betriebliche Weiterbildung und ihre Wirkungen auf Personalstruktur und Personalflexibilität. In: Gaugler (1986), 85-118.
Kossbiel, H. (1988): Personalbereitstellung und Personalführung. In: Jacob (1988), 1045-1257.
Kossbiel, H. (1990a): Thesen zum Wandel der Entgeltbegründung. In: Dabrowski et al. (1990), 195-209.
Kossbiel, H. (1990b): Wage and Salary Policy. In: *Grochla/Gaugler (1990b)*, 2472-2482.
Kossbiel, H. (1991): Personalplanung und betriebliche Weiterbildung. In: Aschenbrücker (1991), 247-266.
Kossbiel, H. (1992a): Personalbereitstellungsplanung bei Arbeitszeitflexibilisierung. Zeitschrift für Betriebswirtschaft 62, 175-198.
Kossbiel, H. (1992b): Personaleinsatz und Personaleinsatzplanung. In: Gaugler et al. (1992), 1654-1666.
Kossbiel, H. (1992c): Personalbedarfsermittlung. In: Gaugler et al. (1992), 1596-1608.
Kossbiel, H. (1993a): Beiträge verhaltens- und wirtschaftswissenschaftlicher Theorien zur Beurteilung der Effizienz betrieblicher Anreizsysteme – Eine Vorstudie auf der Grundlage einiger ausgewählter Ansätze. In: Weber (1993), 79-103.
Kossbiel, H. (1993b): Personalplanung. In: Wittmann et. al. (1993), 3127-3140.
Kossbiel, H: (1994): Überlegungen zur Effiziez betrieblicher Anreizsysteme. Die Betriebswirtschaft 54, 75-93.

Kossbiel, H. (1995): Personalwirtschaftliches Handeln und Human Resource Management. In: Ekonomika Pracy w Zarzadzanu. Krakau.
Kossbiel, H. (1997a): Personalwirtschaftslehre, quo vadis? Die Betriebswirtschaft 57, 123-127.
Kossbiel, H. (1997b): Überlegungen zur ökonomischen Legitimierbarkeit betrieblicher Personalausstattungen. Arbeitspapier, Universität Frankfurt am Main.
Kossbiel, H. (1998a): Vom ökonomischen Charme einfacher Pooling-Modelle der Personalplanung. In: Woratschek (1998), 287-316.
Kossbiel, H. (1998b) [Hg.]: Modellgestützte Personalentscheidungen 2. Hampp, München u.a.
Kossbiel, H. (1999a).: Lohn, Gerechtigkeit und Eigennutz. In: Wagner (1999), 402-423.
Kossbiel, H. (1999b) [Hg.]: Modellgestützte Personalentscheidungen 3. Hampp, München u.a. 1999b.
Kossbiel, H. (2000a): Wie eine gewisse Heiratsbedingung zur Lösung personalwirtschaftlicher Verfügbarkeitsprobleme beiträgt. Vortragsmanuskript, Universität Frankfurt am Main.
Kossbiel, H. (2000b) [Hg.]: Modellgestützte Personalentscheidungen 4. Hampp, München u.a..
Kossbiel, H. (2001a): Die Strukturierung von Arbeitsgruppen als Thema der Personalpolitik im Verständnis von Karl Hax und als Problem der aktuellen Personalwirtschaftslehre. Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, Sonderheft 47, 149-175.
Kossbiel, H. (2001b) [Hg.]: Modellgestützte Personalentscheidungen 5. Hampp, München u.a.
Kossbiel H. (2001c): Verhandlungen über Löhne und Arbeitszeiten bei technischem Fortschritt. Zeitschrift für Betriebswirtschaft 71, 1405-1429.
Kossbiel, H. (2003): Wie eine gewisse Heiratsbedingung zur Lösung personeller Verfügbarkeitsprobleme beiträgt. In: Jahnke et al. (2003), 283-324.
Kossbiel, H. (2004a): Die Abbildung von Arbeitsleid und Arbeitsfreude in Nutzenfunktionen – Erkenntnisse aus einem Experiment. In: Gillenkirch et al. (2004), 99-132.
Kossbiel, H. (2004b): Personalstruktur. In: Gaugler et al. (2004), 1640-1652.
Kossbiel, H. (2006): Personalwirtschaft. In: Bea et al. (2006c), 517-622.
Kossbiel, H. (2007): Anmerkungen zur Logik, Mystik und Heroik in der sogenannten Saarbrücker Formel für die Bewertung des Humankapitals. Zeitschrift für Management 2 (demnächst).
Kossbiel, H./Spengler, T. (1997): Ökonomisch legitimierbare Personalentscheidungen als Gegenstand personalwirtschaftlicher Hochschulausbildung - Grundfragen, Konzepte und Erfahrungen. In: Auer et al. (1997), 48-73.
Kossbiel, H./Spengler, T. (1998): Legitimationsgrundlagen betrieblicher Personalentscheidungen. In: Berthel (1998), 13-44.
Kossbiel, H./Spengler, T. (2002) [Hg.]: Modellgestützte Personalentscheidungen 6. Hampp, München u.a.
Kossbiel, H./Spengler, T. (2004) [Hg.]: Modellgestützte Personalentscheidungen 7. Hampp, München u.a.
Kossbiel, H./Spengler, T. (2005a) [Hg.]: Modellgestützte Personalentscheidungen 8. Hampp, München u.a.
Kossbiel, H./Spengler, T. (2005b) [Hg.]: Modellgestützte Personalentscheidungen 9. Hampp, München u.a.
Kossbiel, H./Türk, K. (1976): Betriebliche Sozialpolitik. In: Grochla u.a. (1976), 3573-3588.
Kovalenkov, A./Wooders, M. (2005): Games in Economics with Near Exhaustion of Gains of Scale. In: Demange et al. (2005), 209-245.
Kräkel, M. (1992): Stochastisch bedingte Skalenvorteile einer zentralen Personalabteilung bei der Einstellung neuer Mitarbeiter. In: Kossbiel (1998), 9-22.

Kräkel, M. (1994): Frühstarteffekte in betrieblichen Karrieren. Zeitschrift für Personalforschung 8, 1994, 419-445.
Kräkel, M. (1997): Ökonomische Analyse betrieblicher Karrierepolitik. Hampp, München/Mering 1997.
Krahnen, J. (1991): Sunk Costs und Unternehmensfinanzierung. Gabler, Wiesbaden.
Krahnen, J./Schmidt, R./Terberger, E. (1985): Der ökonomische Wert von Flexibilität und Bindung. In: Ballwieser/Berger (1985), 253-285.
Kreitner, R./Kinicki, A./Buelens, M. (2002): Organizational Behaviour. McGraw-Hill, New York u.a.[2]
Kreps, D. (1994): Mikroökonomische Theorie. Verlag Moderne Industrie, Landsberg.
Kreps, D. (2004): Microeconomics for Managers. Norton, New York u.a.
Kreps, D./Rubinstein, A. (1997): An Appreciation. In: Kuhn (1997), XI-XV.
Krueger, A./Summers, L. (1988): Efficiency Wages and the Inter-Industry Wage Structure. Econometrica 56, 259-293.
Krugman, P. (1994): Past and Prospective Causes of High Unemployment. In: Reducing Unemployment – Current Issues and Policy Options. Federal Reserve Bank of Kansas City, 68-81.
Kuhn, A. (1974): The Logic of the Social System. San Francosco u.a.
Kuhn, H. (1997) [Hg.]: Classics in Game Theory. Princeton University Press, Princeton.
Kuhn, H./Tucker, A. (1953) [Hg.]: Contributions to the Theory of Games Vol. II. Princeton University Press, Princeton 1953.
Lado, A./Boyd, N./Wright, P. (1992): A Competency-Based Model of Sustainable Competitive Advantage. – Toward a Conceptual Integration. Journal of Management 18, 77-92.
Lado, A./Wilson, M. (1994): Human Resource Systems and Sustained Competitive Advantage – A Competency Based Perspective. Academy of Management Review 19, 699-728.
Lang, K./Leonard, J. (1987) [Hg.]: Employment and the Structure of the Labor Market. Blackwell, Oxford 1987.
Larrea, C./Santos, C. (2006): Cost Allocation Schemes – An Asymptotic Approach. Games and Economic Behavior 57, 63-72.
Lautmann, R. (1990): Die Wirklichkeit des Rechts. Westdeutscher Verlag, Opladen.
Laux, H. (1971): Flexible Investitionsplanung – Einführung in die Theorie der sequentiellen Entscheidungen bei Unsicherheit. Westdeutscher Verlag, Opladen.
Laux, H./Liermann, F. (2005): Grundlagen der Organisation. Springer, Heidelberg u.a.[5]
Lawler, E. (1981): Pay and Organization Development. Addison-Wesley, Reading.
Lawler, E. (1984): The Strategic Design of Reward Systems. In: Fombrun et al. (1984), 127-147.
Lawler, E./Ledford, G.(1987): Skill-Based Pay. Management Review, February 1987, 46-51.
Lazear, E. (1979): Why is There Mandatory Retirement? Journal of Political Economy 87, 1261-1264.
Lazear, E. (1995): Personnel Economics. MIT Press, Cambridge u.a.
Lazear, E. (1998): Personnel Economics for Managers. Wiley, New York u.a.
Lazear, E./Rosen, S. (1981): Rank-order Tournaments as Optimal Labor Contracts. Journal of Political Economy 89, 841-864.
Le Breton, M./Weber, S. (2005): Secession-Prof Cost Allocations and Stable Group Structures in Models of Horizontal Differentiation. In: Demange et al. (2005), 266-285.
Lederle, S. (2007): Die Einführung von Diversity Management in deutschen Organisationen. Zeitschrift für Personalforschung 21, 22-41.
Ledford, G. (1991): Three Case Studies on Skill-Based pay. Compensation and Benefits Review, March/April 1991, 12-22.

Lehrer, E. (1988): An Axiomatization of the Banzhaf Value. International Journal of Game Theory 17, 89-99.
Leonard, H. (1983): Elicitation of Honest Preferences for the Assignment of Individuals to Positions. Journal of Political Economy 91, 461-479.
Leonard, R. (1992): Creating a Context for Game Theory. In: *Weintraub(1992*), 29-76.
Leopold-Wildburger, U./Rend, F./Wäscher, G. (2003) [Hg.]: Operations Research Proceedings 2002. Springer, Heidelberg et al.
Levine, D. (1991): Cohesiveness, Productivity, and Wage Dispersion. Journal of Economic Behavior and Organization 15, 237-255.
Lindbeck; A./Snower, D. (1986): Wage Setting, Unemployment, and Insider-Outsider Relations. American Economic Review 76, 235-239.
Lindbeck; A./Snower, D. (1987): Efficiency Wages versus Insiders and Outsiders. European Economic Review 31, 407-416.
Lindbeck; A./Snower, D. (1988a): The Insider-Outsider Theory of Employment and Unemployment. Cambridge University Press, Cambridge.
Lindbeck; A./Snower, D. (198b): Cooperation, Harassment, and Involuntary Unemployment - An Insider-Outsider Approach. American Economic Review 78, 167-188.
Lindbeck, A./ Snower, D. (1996): Reorganization of Firms and Labor-Market Inequality. American Economic Review 86, 315-321.
Lindstädt, H./Spengler, T. (2005) [Hg.]: Strukturelle Stimmigkeit in der Betriebswirtschaftslehre. Hampp, München u.a.
Linne, G. (1991): Personalpolitische Funktionen, betriebspolitische und soziale Folgen befristeter Arbeitsverträge. Dissertation Universität Göttingen.
Lipsey, R./Steiner, P. (1969): Economics. Harper&Row, New York u.a.[2]
Litterer, J. (1969) [Hg.]: Organizations – Sytems, Control, and Adaptation.
Littlechild, S./Owen G. (1973): A Simple Expression for the Shapley Value in a Special Case. Management Science 20, 370-372.
Littlechild, S./Thompson, G. (1977): Airfield Landing Fees A Game Theoretic Approach. Bell Journal of Economics 8, 186-205.
Löhner, M. (1995).: Ethik und strategisches Personalmanagement als Widerspruch. In: Scholz et al. (1995), 77-90.
Loucs, J./Jacobs, R. (1990): Tour Scheduling and Task assignment of a Heterogenous Work Force. Decision Sciences 22, 719-738.
Lovász, L./Plummer, M. (1986): Matching Theory. North-Holland, Amsterdam u.a.
Lucas, W. (1986): A Game with no Solution. Bulletin of the American Mathematical Society 74, 237-239.
Luce, D./Raiffa, H. (1957): Games and Decisions. Wiley, New York.
Luhmann, N. (1964): Funktionen und Folgen formaler Organisation. Duncker& Humblot, Berlin.
Luhmann, N. (1973): Zweckbegriff und Systemrationalität. Suhrkamp, Frankfurt am Main.
Luthans, F./Fox, M. (1989): Update on Skill-Based Pay. Personnel 66, 26-31.
Lutz, R. (2005): Determinanten betrieblicher Zusatzleitungen. Diskussionspapier Nr. 35 Universität Erlangen-Nürnberg.
Mag, *W. (1990)*: Personnel Planning. In: Grochla et al. (1990), 1705-1720.
Majumdar, M. (1992) [Hg.]: Equilibrium and Dynamics. Macmillan, London u.a.
March, J. (1962): The Business Firm as a Political Coalition. Journal of Politics 24, 662-678.
March, J.G. (1990a) [Hg.]: Entscheidung und Organisation. Gabler, Wiesbaden.
March, J.G. (1990b): Die Unternehmung als politische Koalition. In: March (1990a), 115-130. Gabler, Wiesbaden 1990.
March, J./Simon, H. (1976): Organisation und Individuum. Gabler, Wiesbaden.
March, J./Simon, H. (1958): Organizations. Wiley, New York.

Mareš, M. (2001): *Fuzzy Cooperative Games – Cooperation with Vague Expetations. Physica, Heidelberg u.a.*

Markakis, E./Saberi, A. (2005): On the core of the multicommodity flow game. Decision Support Systems 39 (1), 3-10.

Marr, R. (2003): Flexibilität. Personalwirtschaft 30, 52-54.

Marshall, A. (1925): A Fair Rate of Wage. In Pigou (1925).

Martin, A. (2003) [Hg.]: Personal als Ressource. Hampp, München u.a.

Martin, D. (1978): The Selective Usefulness of Game Theory. Social Studies of Science 8, 85-110.

Mas-Colell, A. (1987): Cooperative Equilibrium. In: Eatwell et al. (1987), 659-662.

Maschler, M./Peleg, B./Shapley, L. (1972): The Kernel and Bargaining Set for Convex Games. International Journal of Game Theory 1, 73-79.

Maschler, M./Peleg, B./Shapley, L. (1977): Geometric Properties of the Kernel, Nucleolus and Related Solution Conceps. RAND Corporation, Publication P-6027, Santa Monica.

Mathews, J. (1993): The Industrial Relations of Skills Formation. International Journal of Human Resource Management 4, 591-609.

Mayo, E. (1933): The Social Problems of an Industrial Civilisation. Harvard University Press, Boston.

McKinsey, J. (1952): Introduction to the Theory of Games. McGraw-Hill, New York.

Meffert, H. (1985): Größere Flexibilität als Unternehmenskonzept. Zeitschrift für Betriebswirtschaft 55, 121-137.

Mellwig, W. (1972): Anpassungsfähigkeit und Ungewissheitstheorie – Zur Berücksichtigung der Elastizität des Handelns in der Unternehmenstheorie. Mohr, Tübingen.

Mellwig, W. (1979a) [Hg.]: Unternehmenstheorie und Unternehmensplanung. Gabler, Wiesbaden.

Mellwig, W. (1979b): Integrierte Unternehmensplanung und betriebswirtschaftliche Modellanalyse. In Mellwig (1979a), 147-180.

Meinhard, H. (1999): Common Pool Games are Convex Games. Journal of Public Economic Theory 2, 247-270.

Meinhardt, H. (2002): Cooperative Decision Making in Common Pool Situations. Springer, Heidelberg u.a.

Milanowski, A. (2002): The Varieties of Knowledge and Skill-based Pay Design. Consortium for Policy Research in Education, Madison.

Milgrom, P./Roberts, J. (1990): The Economics of Modern Manufactoring – Technology. Strategy, and Organization. American Economic Review, Vol. 80, 511-528.

Milgrom, P./Roberts, J. (1992): Economics, Organization, and Management. Prentice-Hall, Englewood Cliffs.

Milnor, J. (1952): Reasonable Outcomes for n-Person Games. RAND Research Memorandum RM 916, The RAND Corporation, Santa Monica.

Mirman, L./Tauman, Y. (1982): Demand compatible equitable cost sharing prices. Mathematics of Operations Research 7, 40-56.

Mirowski, P. (1992): What Were von Neumann and Morgenstern Trying to Accomplish? In: *Weintraub(1992*), 113-147.

Miyazaki, H. (1977): The Rat Race and Internal Labor Markets. Bell Journal of Economics 8, 394-418.

Moeschlin, O./Pallaschke, D. (1981) [Hg.]: Game Theory and Mathematical Economics. North Holland, Amsterdam 1981.

Molina, E./Tejada, J. (2002): The Equalizer and the Lexicographical Solutions for Cooperative Fuzzy Games – Characterization and Properties. Fuzzy Sets and Systems 125, 369-387.

Monderer, D./Samet, D./Shapley, L. (1992): Weighted Shapley Values and the Core, International Journal of Game Theory 21, 27-39.
Morgenbesser, S./Suppes, P./White, M. (1969) [Hg.]: Philosophy, Science, and Method. St. Martin's Press, New York.
Morgenstern, O. (1951): Prolegomena to a Theory of Organization. RAND Research Memorandum RM-734, RAND Corporation, Santa Monica.
Morgenstern, O. (1963): Spieltheorie und Wirtschaftswissenschaften. Oldenbourg, Wien.
Morgenstern, O. (1972): Thirteen Critical Points in Contemporary Economic Theory – An Interpretation. Journal of Economic Literature 10, 1163-1189.
Morgenstern, O. (1976): The Collaboration between Oskar Morgenstern and John von Neumann on the Theory of Games. Journal of Economic Literature 14, 805-816.
Motzkin, T. (1936): Beiträge zur Theorie der Linearen Ungleichungen. Dissertation Universität Jerusalem.
Moulin, H. (1988): Axioms of Cooperative Decision Making. Cambridge University Press, Cambridge u.a.
Moulin, H. (1993): On Additive Methods to Share Joint Costs. Japanese Economic Review, 46, 303-332.
Moulin, H. (1995): Axiomatic Cost and Surplus-Sharing. In: Arrow et al. (1995), 235-248.
Moulin, H./Vohra, R. (2003): Characterization of Additive Cost Sharing Methods. Economics Letters 80, 399-407.
Moulin, H./Shenker, S. (1992): Serial Cost sharing. Econometrica 60, 1009-1037.
Müller-Merbach, H. (1978) [Hg.]: Quantitative Ansätze in der Betriebswirtschaftslehre. München.
Muche, G (1989).: Personalplanung bei gegebener Personalausstattung. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen.
Muche, G. (1994): Multifunktionaler Einsatz von Personal in der Hotellerie. In: Dyckhoff et al. (1994), 50-56
Muche, G. (1996): Realitätsnähe der Personalwirtschaftslehre. Die Betriebswirtschaft 56, 855-858.
Muche, G. (2000a): Der implizite Ansatz der Personalplanung und die Hallsche Bedingung. In: Kossbiel (2000b), 127 – 151.
Muche G. (2000b): Instrumente zur Personalstrukturanalyse – Interpretation des Flexibilitätspolyeders. Vortragsmanuskript, Universität Frankfurt.
Muche, G. (2001): Messung des Flexibilitätspotenzials von Personalstrukturen mit Hilfe der Hall/Kossbielschen Bedingung. In: Kossbiel (2001b), 139 – 159.
Muche, G. (2005): Erweiterung der Hall/Kossbielschen Bedingung mit differenzierten Personaleinsatzkoeffizienten. In: Lindstädt et al. (2005), 109-126.
Murray, B./Gerhart, B. (1998): An Empirical Analysis of a Skill-Based Pay Program and Plant Performance Outcomes. Academy of Management Journal 41, 68-78.
Murray, B./Gerhart, B. (2000): Skill-Based Pay and Skill Seeking. Human Resource Management Review 10, 271-287.
Myerson, R. (1982): Optimal coordination Mechanisms in Generalized Principal-Agent-Problems. Journal of Mathematical Economics 10, 67-81.
Myerson, R. (1991): Game Theory – Analysis of 'Conflict. Harvard University Press, Cambridge u.a.
Nash, J. (1950a): Equilibrium Points in n-Person Games. Proceedings of the National Academy of Sciences 36, 48-49. [Wiederabgedruckt in: Kuhn (1997), 3-4.]
Nash, J. (1950b): The Bargaining Problem. Econometrica 18, 155-162.
Nash, J. (1951): Non-cooperative Games. Annals of Mathematics 54, 286-295. [Wiederabgedruckt in: Kuhn (1997), 14-26.]
Nash, J. (1953): Two-Person Cooperative Games. Econometrica 21, 128-140.

Nemhauser, G./Wolsey, L. (1988): Integer and Combinatorial Optimization. Wiley, New York u.a.

Neumann, K./Morlock, M. (1993): Operations Research. Hanser, München u.a..

Nienhüser, W. (1998): Ursachen und Wirkungen betrieblicher Personalstrukturen. Schäffer-Poeschel, Stuttgart.

Nicholson, W. (2005): Microeconomic Theory. South-Western, Mason.[9]

Nishizaki, I./Sakawa, M. (2001): On Computational Methods for Solutions of Multiobjective Linear Programming Games. European Journal of Operational Research 129, 386-413.

North, D. (1992): Institutionen, institutioneller Wandel und Wirtschaftsleistung. Mohr, Tübingen.

Núñez, M./Rafels, C. *(2002)*: The Assignment Game – The τ-Value. International Journal of Game Theory31, 411-422.

Ockenfels, A./Weimann, J. (1999): Types and Patterns - An Experimental East-West-German Comparison of Cooperation and Solidarity. Journal of Public Economics 71, 275–287.

Odden, A. (2000): About Knowledge- and Skill-Based-Pay. Consortium for Policy Research in Education, Madison.

Oi, W. (1962): Labor as a Quasi-fixed Factor. Journal of Political Economy 70, 538-555.

Olson, M. (1965): The Logic of Collective Action. Cambridge, Harvard University Press.

Opp, K. (1983): Die Entstehung sozialer Normen – Ein Integrationsversuch soziologischer, sozialpsychologischer und ökonomischer Erklärungen. Mohr, Tübingen.

Ordelheide, D./Rudolph, B./Büsselmann, E. (1991) [Hg.]: Betriebswirtschaftslehre und ökonomische Theorie. Poeschel, Stuttgart.

Osborne, M. (2004): An Intrduction to Game Theory. Oxford University Press, Oxford u.a. 2004.

Owen, G. (1972): Multilinear Extensions of Games. Management Science 18, Theory Series, 64-79.

Owen, G. (1974): A Note on the Nucleolus. International Journal of Game Theory 3, 101-103.

Owen, G. (1975): On the Core of Linear Production Games. Mathematical Programming 9, 358-370.

Owen, G.: Game Theory. Academic Press.[3]

Parsons, T. (1964): The Social System. Free Press, Glencoe.[5]

Parsons, T. (1976): Zur Theorie sozialer Systeme. Westdeutscher Verlag, Opladen.

Peleg, B. (1967): Existence Theorem for the Bargaining Set . In Shubik (1967), 53-56.

Peleg, B./Sudhölter, P. (2004): Introduction to the Theory of Cooperative Games. Kluwer, Amsterdam u.a.

Perry, M./Reny, P. (1994): A Noncooperative View of Coalition Formation and the Core. Econometrica 62, 795-817.

Picot, A. (1997): Ökonomische Theorien und Führung. In: Reber et al. (1997), 1583-1595.

Picot, A./Wolff, C. (2005): Grundlagen für ein Flexibilitätsmanagement zwischenbetrieblicher Kooperationen. – Implikationen aus Sicht der ökonomischen Vertragstheorie. In: Kaluza et al. (2005), 383-408.

Pigors, P./Myers, C. (1981): Personnel Administration. McGraw-Hill, New York u.a.

Pigou, A. (1925) [Hg.]: Memorials of Alfred Marshall. McMillan1925.

Pigou, A. (1932): The Economics of Welfare. London.

Podelske, A./Schuster, J. (2000): What to do about Skill Based Pay? HRZone Publications, http://www.hrzone.com/topics/skill_based_pay.html, July 2000.

Pondy, L. (1967): Organizational Conflict – Concepts and Models. Adminitrative Science Quarterly 12, 296-320.

Popper, K. (1994): Logik der Forschung. Mohr, Tübingen.[10]

Porter, M. (1980): Competitive Strategy. New York u.a. 1980.

Porter, M. (1985): Competitive Advantage. New York u.a. 1985.

Potters, J. (1987).: Linear Optimization Games. In: Peters et al. (1987), 251-276.
Potters, J. (1991): An Axiomatization of the Nucleolus. International Journnal of Game Theory 19,365-373.
Potters, J./Reijnierse, J./Ansing, M. (1996): Computing the Nucleolus by Solving a Prolonged Simplex Algorithmus. Mathematics of Operations Research 21, 757-768.
Prahalad, C.K./Hamel, G. (1990): The Core Competence of the Corporation. Human Resource Management 90, 79-91.
Preparata, F./Shamos M. (1985): Computational Geometry. *Springer*, New York u.a.[2]
Personnel Society of America (2007): Explaining the Hay Point System. http://www.psa.org/library.
Pull, K. (1999): What is the Fair Wage? Quint-Essenzen Nr. 58, Institut für Arbeitsrecht und Arbeitsbeziehungen in der Europäischen Gemeinschaft, Trier.
Rae, D. (1969): Decision-Rules and Individual Values in Constitutional Change. American Political Science Review 63, 40-86.
Rafels, C./Tijs, S. (1997): On Cores of Cooperative Games and the Stability of the Weber Set. International Journal of Game Theory 26, 491-499.
Raiffa, H. (1953): Arbitration Schemes for Generalized Two-Person Games. In *Kuhn/Tucker (1953)*, 361-387.
Raiffa, H. (1992): Game Theory at the University of Michigan 1948-1952. In: *Weintraub (1992)*, 165-175.
Rapoport, A. (1970): N- Person Game Theory – Concepts and Applications. University of Michigan Press, Ann Arbor.
Rapoport, A. (1981): Konflikt und Kooperation im Lichte der Entscheidungstheorie. In: Grunwald et al. (1981). 125-142.
Rapoport, A./Chammah, A. (1970): Prisoner's Dilemma. University of Michigan Press, Ann Arbor.[2]
Rasmusen, E. (2001): Games & Information. Blackwell, Malden u.a.[3]
Rausch, J. (1986): Entlohnungstendenzen bei Volkswagen. Personal 38, 153-156.
Reber, G. (1997): Ökonomie vs. Person (Verhalten) und wo bleibt der Betrieb. Die Betriebswirtschaft 57, 121-123.
Reber, G./Wunderer, R. (1997) [Hg.]: Handwörterbuch der Führung. Poeschel, Stuttgart.
Rebitzer, J. (1993): Radical Political Economy and the Economics of Labor Markets. Journal of Economic Literature 31, 1394-1434.
REFA – Verband für Arbeitsstudien (1987): Methodenlehre der Arbeitsstudiums – Teil Entgeltdifferenzierung. München.
Rellstab, U. (1992a): Ökonomie und Spiele. Rüegger, Zürich u.a.
Rellstab, U. (1992b): New Insights into the Collaboration between John von Neumann and Oskar Morgenstern on the Theory of Games and Economic Behavior. In: *Weintraub(1992*), 77-93.
Rider, R. (1992): Operations Research and Game Theory. In: *Weintraub(1992*), 225-239.
Rieck, C. (1992): Spieltherie. Gabler, Wiesbaden.
Riker, W. (1962): The Theory of Political Coalitions. Yale University Press, New Haven 1962.
Riker, William H. (1992): The Entry of Game Theory into Political Science. In: *Weintraub(1992*), 207-223.
Robinson, R./Bell, W. (1978): Equality, Success, and Social Justice in England and the United States. American Sociological Review 42, 125-143.
Robbins, S./Coulter, M. (2007): Management. Pearson, Upper Saddle River.[9]
Roemer, J. (1988): Axiomatic Bargaining Theory on Economic Environments. Journal of Economic Theory 45, 1-31.

Roethlisberger, F./Dickson, W./Wright, H. (1939): Management and the Worker. Harvard University Press, Cambridge (Nachdruck 2003).
Rosen, S. (1993): Transaction Costs and Internal Labor Markets. In: Williamson/Winter (1993), 75-89.
Rosenmüller, J. (1981): Theory of Games and Markets. North-Holland, Amsterdam.
Rosenmüller, J./Shitovitz, B. (1980): A Characterization of vNM-Stable Sets for Linear Production Games. Working-Paper No. 32, Institute of Mathematical Economics, Universität Bielefeld.
Roth, A. (1977): The Shapley Value as a von Neumann-Morgenstern Utility. Econometrica 45, 657-664.
Roth, A. (1980): Values for Games without Sidepayments – Some Difficulties with Current Concepts. Econometrica 48, 457-466.
Roth, A. (1982): The Economics of Matching – Stability and Incentives. Mathematics of Operations Research 7, 617-628.
Roth, A. (1984a): The Evolution of the Labor Market for Medical Interns and Residents – A Case Study in Game Theory. Journal of Political Economy 92, 991-1016.
Roth, A. (1984b): Stability and Polarization of Interests in Job Matching. Econometrica 52, 47-58.
Roth, A. (1985a): Conflict and Coincidence of Interest in Job Matching – Some New Results and Open Questions. Mathematics of Operations Research 10, 379-389.
Roth, A. (1985b): The College Admissions Problem Is Not Equivalent to the Marriage Problem. Journal of Economic Theory 36, 277-289.
Roth, A. (1985c) [Hg.]: Game-Theoretic Models of Bargaining. Cambridge University Press, Cambridge u.a. 1985c.
Roth, A. (1986): On the Allocation of Residents to Rural Hospitals – A General Property of Two-Sided Matching Markets. Econometrica 54, 425-428.
Roth, A. (1988) [Hg.]: The Shapley Value. Cambridge University Press, Cambridge u.a.
Roth, A./Sotomayor, M. (1989): The College Admissions Problem Revisited. Econometrica 57, 559-570.
Ruban, A. (2006): Simultane Personalplanung bei integrierter Auftragsfolgeplanung – Eine Durchführbarkeitsuntersuchung bei anwendung von Entscheidungsbaum- und naturanalogen Verfahren. Eingereichtes Dissertationsmanusskript, Universität Frankfurt am Main.
Ruiz, L./Valenciano, F./Zarzuelo, J. (1996): The least square prenucleolus and the least square nucleolus – Two values based on the excess vector. International Journal of Game Theory 25, 113-134.
Sadowski , D. (1991): Humankapital und Organisationskapital – Zwei Grundkategorien einer ökonomischen Theorie der Personalpolitik in Unternehmen. In: Ordelheide et al. (1991), 127-141.
Sadowski, D. (2002): Personalökonomie und Arbeitspolitik. Schäffer-Poeschel, Stuttgart.
Sadowski, D./Backes-Gellner, U./Frick, B./Brühl, N./Pull, K./Schröder, M./ Müller, C. (1994): Weitere 10 Jahre Personalwirtschaftslehren – ökonomischer Silberstreif am Horizont. Die Betriebswirtschaft 54, 397-410.
Sadowski, D./Czap, H./Wächter, H. (1996) [Hg.]: Regulierung und Unternehmenspolitik – Methoden und Ergebnisse der betriebswirtschaftlichen Rechtsanalyse. Gabler, Wiesbaden.
Sadowski, D./Pull, K./Schneider, M. (1998): Vertrauen – Voraussetzung oder Ergebnis effizienter Arbeitsbeziehungen? – Gutenbergs Solidaritätsaxiom und die institutionenökonomische Unternehmenstheorie. Quint-Essenzen Nr. 52, Institut für Arbeitsrecht und Arbeitsbeziehungen in der Europäischen Gemeinschaft, Trier.
Salop, J./Salop, S. (1976): Self-selection and Turnover in the Labor Market. Quarterly Journal of Economics 90, 619-627.

Samet, D./Zemel, E. (1984): On the Core and Dual Set of Linear Programming Games. Mathematics of Operations Research 9, 309-316.
Sandsmark, M. (1999): Production Games under Uncertainty. Computational Economics 14, 237-253.
Sasaki, H. (1995): Consistency and Monotonocity in Assignment Problems. International Journal of Game Theory 24, 371-397.
Sauermann, H. (1967) [Hg.]: Beiträge zur Experimentellen Wirtschaftsforschung. Mohr, Tübingen.
Sauermann, H. (1972) [Hg.]: Contributions to Experimentation in Economics Vol. 3. Mohr, Tübingen 1972.
Scarf, H. (1967): The Core of an N Person Game. Econometrica 35, 50-69.
Scarf, H. (1971): On the Existence of a Cooperative Solution for a General Class of *N*-Person Games. Journal of Economic Theory 3, 169-181.
Schanz, G. (2006): Wissenschaftsprogramme der Betriebswirtschaftslehre. In Bea et al (2006a), 83-164.
Schelling, T. (1960): The Role of Theory in the Study of Conflict. RAND Research Memorandum RM-2515, RAND Corporation, Santa Monica.
Schelling, T. (1997): The Strategy of Conflict. Harvard University Press, Cambridge.[17]
Schlicht, E. (1984): Cognitive Dissonance in Economics. In: Todt (1984), 61-81.
Schmeidler, D. (1969): The Nucleolusof a Chracteristic Function Game. Siam Journal of Applied Mathematics 17, 1163-1170.
Schmid, G. (1992): Equality and Efficiency in the Labour Market – Towards a Socio-Economic Theory of Cooperation in the Context of a Globalyzing Economy. Discussion Paper FS I 92-1, Wissenschaftszentrum Berlin, 1992.
Schmidt, R. (1996): Betriebswirtschaftslehre und Rechtspolitik – eine ökonomische Perspektive. In: Sadowski et al. (1996), 51-78.
Schmidt, R. (1998): Erich Gutenberg und die Theorie der Unternehmung. Working Paper Series Finance No.13, Universität Frankfurt am Main.
Schmidt, V. (2000): Bedingte Gerechtigkeit – Soziologische Analysen und philosophische Theorien. Campus, Frankfurt am Main u.a.
Schneider, H/Knebel, H. (2000): Team und Teambeurteilung. Bachem, Köln.
Schnabel, C. (2005): Gewerkschaften und Arbeitgeberverbände – Organisationsgrade, Tarifbindung und Einflüsse auf Löhne und Beschäftigung. Diskussionspapier No. 34, Lehrstuhl für Arbeitsmarkt- und Regionalpolitik, Universität Erlangen-Nürnberg.
Schoeck, H. (1979): Das Recht auf Ungleichheit. Herbig, München.
Scholz, C (1993).: Personalmanagement. Vahlen, München.[3]
Scholz, C./Djarrahzadeh, M. (1995) [Hg.]: Strategisches Personalmanagement. Schäffer-Poeschl, Stuttgart.
Scholz, C./Stein, V./Bechtel, R. (2004): Human Capital Management. Luchterhand, München.
Schotter, A. (1981): The Economic Theory of Social Institutions. Cambridge University Press, Cambridge u.a. 1981.
Schotter, A. (1992): Oskar Morgenstern's Contribition to the Development of the Theory of Games. In: *Weintraub(1992*), 95-112.
Schotter, A./Schwödiauer, G. (1980): Economics and the Theory of Games – A Survey. Journal of Economic Literature 18, 479-527.
Schroll, A./Spengler, T. (2002): Fuzzy-Control in der Personaleinsatzplanung. In: Kossbiel et al. (2002), 121-140.
Schultz, T. (1992): The Economic Value of Education. Elgar, Aldershot.
Schweitzer, M. (2006): Grundfragen. In: Bea/Friedl/Schweitzer (2006a), 1-22.
Schweitzer, M. (2006): Gegenstand und Methoden der Betriebswirtschaftslehre. In: Bea/Friedl/Schweitzer (2006a), 23-82.

Scott, R. (1986): Grundlagen der Organisationstheorie. Campus, Frankfurt am Main.
Selten, R. (1960): Bewertung strategischer Spiele. Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft 116, 221-282.
Selten, R. (1967): Die Strategiemethode zur Erforschung eingeschränkt rationalen Verhaltens im Rahmen eines Oligopolexperimentes. In: Sauermann (1967), 136–168.
Selten, R. (1972): Equal Share Analysis of Characteristic Function Experiments. In: Sauermann (1972), 130-165.
Selten, R. (1975a): Reexamination of the Perfectness concept for Equilibrium Points in Extensive Games. International Journal of Game Theory 4, 25-55.
Selten, R. (1975b): Bargaining under Incomplete Information. In: Becker et al. (1975), 203-232.
Selten , R. (1978): The Equity Principle in Economic Behavior. In: Gattinger et al., 289-301.
Selten, R./Ockenfels, A. (1998): An Experimental Solidarity Game. Journal of Economic Behavior and Organization 34, 517–539
Semlinger, K. (1991a): Flexibilität und Autonomie - Zur Verteilung von Verhaltensspielräumen und Anpassungszwängen in Beschäftigungssystemen. In: Semlinger (1991b), 17-38.
Semlinger, K. (1991b): Flexibilisierung des Arbeitsmarktes. Camus, Frankfurt am Main u.a..
Sen, A. (1970): Collective Choice and Social Welfare. Holden-Day, San Francisco u.a. 1970.
Sen, A. (1982): Choice, Welfare and Measurement. Blackwell, Oxford 1982.
Sen, A. (1987): On Ethics and Economics. Blackwell Oxford 1987.
Shapiro, C./Stiglitz, J. (1984): Equilibrium Unemployment as a Worker Discipline Device. American Economic Review 74, 433-444.
Shapley, L. (1951): Notes on the n-Person Game II – The Value of an n-Person Game. RAND Research Memorandum RM-670. RAND Corporation, Santa Monica.
Shapley, L. (1953): A Value for n-Person Games. In: Kuhn/Tucker (1953): 307-317.
Shapley, L. (1967a): On Balanced Sets and Cores. Naval Research Logistics Quarterly 14, S.453-460.
Shapley, L. (1967b): The ‚Value of a Game' as a Tool in Theoretical Economics. RAND Publication P-3658, Santa Monica.
Shapley, L. (1968): N-Person Game Theory. RAND Publication P-3752, Santa Monica.
Shapley, L. (1969): Utility comparision And the Theory of Games. In: La Décision – Aggfregation et Dynamique des Ordres de Greference. Editions du Centre National de la Recherche Scientifique, Paris. Wiederabgedruckt in: Roth (1988), 307-319.
Shapley, L. (1971): Cores of Convex Games. International Journal of Game Theory 1, 11-26.
Shapley, L./Shubik, M. (1953): Solution of N-Person Games with Ordinal Utility. Econometrica 21, 348-349.
Shapley, L./Shubik, M. (1963): The Core of an Economy with Nonconvex Preferences. RAND Corporation, Research Memorandum RM-3518, Santa Monica.
Shapley, L./Shubik, M. (1966): Quasi-Cores in a Monetary Economy with Nonconvex Preferences. Econometrica 34, 805-827..
Shapley, L./Shubik, M. (1969a): On Market Games. Journal of Economic Theory 1, 9-25.
Shapley, L./Shubik, M. (1969b): Pure Competition, Coalition Power, and Fair Division. International Economic Review 10, 337-362.
Shapley, L./Shubik, M. (1971): The Assignment Game I – The Core. RAND Report R-874-RC. RAND Corporation, Santa Monica 1971.
Shapley, L./Shubik, M. (1972): The Assignment Game I – The Core. International Journal of Game Theory 1, 111-130.
Shubik, M. (1967) [Hg.]: Essays in Mathematical Economics. Princeton University Press, Princeton 1967.

Shubik, M. (1982): Game Theory in the Social Sciences – Concepts and Solutions. MIT Press, Cambridge u.a.

Shubik, M. (1987): Cooperative Games. In: Eatwell (1987), 662-664.

Shubik, M. (1992): Game Theory at Princeton 1949-1955. In: Weintraub (*1992*), 151-163.

Siebel, K. (1980): Simultane Personal- und Produktionsplanung mit Hilfe der linearen Programmierung. Dissertation, Universität Saarbrücken.

Simon, H. (1947): Administrative Behavior. MacMillan, New York.

Simon, H. (1951): A Comparision of Organization Theories. RAND Paper P-219, RAND Corporation, Santa Monica 1951. (Auch erschienen in: Review of Economic Studies 20 (1952/53), 40-48.)

Simon, H. (1981): Entscheidungsverhalten in Organisationen. Verlag Moderne Industrie, Landsberg am Lech.

Simon H./Smithburg, D./Thompson, V. (1950): Public Administration. Knopf, New York.

Simpson, D. (2005): Amicus Guide to Bargaining Pay Systems. Amicus, London.

Sliwka, D. (2003): Anreize, Motivationsverdrängung und Prinzipal-Agenten-Theorie. Die Betriebswirtschaft 63, 293-308.

Smith, A. (1970): Models of Manpower Systems. English University Press, London 1970.

Sobolev, A. (1975a): The Functional Equations that Gives the Payoffs of the Players in an n-Person Game. Mathematical Methods in the Social Sciences 6, 94-151.

Sobolev, A. (1975b): The Characterization of Optimality Principles in Cooperative Games by Functional Equations. Mathematical Methods in the Social Sciences 6, 151-165.

Solow, R. (1962): Substitution and Fixed Proportions in the Theory of Capital. Review of Economic Studies 24, 207-218.

Solow, R. (1990): The Labor Market as a Social Institution. Blackwell, Cambridge u.a.

Solow, R./Tobin, J./von Weizsäcker, C.C./Yaari, M. (1966): Neoclassical Growth with Fixed Proportions. Review of Economic Studies 33, 79-115.

Solymosi, T. (1993): On Computing the Nucleolus of Cooperative Games. Dissertation, University of Illinois, Chicago.

Solymosi, T./Aarts, H./Driessen, T. (1995): On Computing the Nucleolus of a Balanced Connected Game. Faculty of Applied Mathematics, Memorandum 1256, University of Twente.

Sotomayor, M. (1992): The Multiple Partners Game. In: Majumdar (1992), 322-354.

Spengler, T (1990).: Fuzzy Entscheidungsmodelle für die Planung der Personalbereitstellung. In: Gaul et al. (1990), 501-508.

Spengler, T. (1992): Fuzzy-Entscheidungsmodelle für die Planung der Personalbereitstellung. Arbeitspapier, Universität Frankfurt am Main, 1992.

Spengler, T. (1993): Lineare Entscheidungsmodelle zur Organisations- und Personalplanung. Physika, Heidelberg.

Spengler, T. (1994): Humankapitaltheoretische Fundierung von Personalplanungsmodellen bei terminologischer und relationaler Unschärfe. In: Dyckhoff et al. (1994), 416-480.

Spengler, T. (1998): Flexible Personalplanung mit additiven und nicht-additiven Wahrscheinlichkeiten. In: Kossbiel (1998b), 147-172.

Spengler, T. (1999): Grundlagen und Ansätze der strategischen Personalplanung mit vagen Daten. Hampp, München u.a..

Spengler, T. (2007) [Hg.]: Modellgestützte Personalentscheidungen 10. Hampp, München u.a.

Spence, M. (1993): Job Market Signaling. Quarterly Journal of Economics 87, 355-374.

Sprumont, Y. (1990): Population Monotonic Allocation Schemes for Cooperative Games with Transferable Utility. Games and Economic Behavior 2, 378-394.

Sprumont, Y. (1998): Ordinal Cost Sharing. Journal of Economic Theory 81 (1998), 126-162.

Sprumont, Y. (2000): Coherent Cost-Sharing. Games and Economic Behavior 33, 126-144.

Staffelbach, B. (1997): Personalökonomik oder die Obsoleszenz der Konkurrenz zwischen Ökonomik und Psychologie in der Personalwirtschaft. Die Betriebswirtschaft 57, 119-121.
Stahl, D./Haruvy, E. (2006): Other-Regarding Preferences - Egalitarian Warm Glow, Empathy, and Group Size. Journal of Economic Behavior & Organization 61, 20–41.
Stavrou, E./Brewster, C. (2005): The Configurational Approach to Linking Strategic Human Resource Management Bundles with Business Performance. Management Revue 16 (2005), 186-201.
Stephen, F. (1984) [Hg.]: Firms, Organization, and Labor. London 1984.
Stiglitz, J. (1978): Principal and Agent. In: Eatwell et al. (1987), 966-972.
Stolte, J./Emerson, R. (1977): Structural Inequality – Position and Power in Network Structures. In: Hamblin/Kunkel (1977), 117-138.
Straffin, P./Heaney, J. (1981): Game Theory and the Tenneessee Valley Authority. International Journal of Game Theory 10, 35-43.
Süß, S. (2004): Weitere 10 Jahre später – Verhaltenswissenschaften und Ökonomik – Eine Chance für die Personalwirtschaftslehre. Zeitschrift für Personalforschung 18, 222-242.
Suijs, J. (1999): Price Uncertainty in Linear Production Situations. Discussion Paper 91, Center for Economic Research, Tilburg University.
Suijs, J./Borm, P./De Waegenaere, A./Tijs, S. (1999): Cooperative Games with Stochastic Payoffs. European Journal of Operational Research 113, 193-205.
Suzuki, M/Nakayama, M. (1976): The Cost Assignment of Cooperative Water Resource Development – A Game Theoretical Approach. Management Science 22, 1081-1086.
Tauman, Y. (1988): The Aumann-Shapley Prices –A Survey. In: Roth (1988), 279-304.
Telser, L. (1978a): Competition, Collusion and Game Theory. MacMillan Press, London u.a.
Telser, L. (1978b): Economic Theory and the Core. University of Chicago Press, Chicago u.a.
Telser, L. (1980): A Theory of Self-Enforcing Agreements. Journal of Business 53, 27-44.
Telser, L. (1987): A Theory of Efficient Cooperation and Compettition. Cambridge University Press, Cambridge u.a.
Thibaut, J./Kelley, H. (1959): The Social Psychology of Groups. New York.
Thomson, W. (1985): Axiomatic Theory of Bargaining with a Variable Population. In: Roth, (1985), 233-268.
Thomson, W. (1987): Monotonicity of Bargaining Solutions with Respect to the Disagreement Point. Journal of Economic Theory 42, 50-58.
Thomson, W. (1994): Cooperative Models of Bargaining. In: Aumann/Hart (1994), 1237-1284.
Thomson, W./Lensberg, T. (1989): Axiomatic Theory of Bargaining with a variable Number of Agents. Cambridge u.a.
Thomson, W./Myerson, R. (1990): Monotonicity and Independence Axioms. In International Journal of Game Theory 9, 37-49.
Thorp, D. (1993): Skills Based Pay. Public Service Association, Industry Training Paper No. 4, Wellington.
Tijs, S. (1981): Bounds for the Core and the τ-Value. In: Moeschlin et al. (1981), 123-132.
Tijs, S. (1987): An Axiomatization of the **τ**-Value. Mathematical Social Sciences 13, 171-181.
Tijs, S./Branzei, R./Ishihara, S./Muto, S. (2004): On Cores and Stable Sets for Fuzzy Games. Fuzzy Sets and Systems 146, 285-296.
Tijs, S./Branzei, R./Ishihara, S./Muto, S./Fukuda, E. (2004): Fuzzy Clan Games and Bi-Monotonic Allocation Rules, Fuzzy Sets and Systems 146, 271-284.
Tijs, S./Timmer, J./Llorca, N./Sánchez-Soriano, J. (2001): The Owen Set and the Core of Semi-Infinite Linear Production Situations. In: Goberna et al. (2001), 365-386.
Timmer, J./Borm, P./Suijs J. (2000): Linear Transformation of Products – Games and Economies. Journal of Optimization Theory and Applications 105, 677-706.

Timmer, J./Tijs, S./Llorca, N. (2000): Games Arising from Infinite Production Situations. International Game Theory Review 2 (2000), 97-105.
Tirole, J. (1986): Hierarchies and Bureaucracies – On the Role of Collusion in Organizations. Journal of Law, Economics and Organization 2, 181-214.
Tittmann, P. (2000): Kombinatorik. Spektrum, Heidelberg u.a.
Todt, H. (1984) [Hg.]: Normengeleitetets Handeln in den Sozialwissenschaften. Duncker&Humblot, Berlin.
Trahair, R. (2005): Elton Mayo - The Humanist Temper. Transaction Publishers.
Tsurumi, M./Tanino, T./Inuiguchi, M. (2001): A Shapley Function on a Class of Cooperative Fuzzy Games. European Journal of Operational Research 129, 596-618.
Tucker, A./Luce, R. (1959) [Hg.]: Contributions to the Theory of Games IV. Princeton University Press, Princeton.
Türk, K. (1978): Soziologie der Organisation. Enke, Stuttgart.
Ulich, E. (2005): Arbeitspsychologie. Schäffer-Poeschel, Stuttgart.[6]
Vajda, S. (1970): A Historical Survey. In: Smith (1970), 7-10.
Vanberg, V. (1982): Markt und Organisation Individualistische Sozialtheorie und das Problem korporativen Handelns. Mohr, Tübingen.
Van Cam, T. (1993): Modelle der Flexibilisierung des Arbeitsinhaltes und der Arbeitszeit und ihre personalwirtschaftlichen Wirkungen. Dissertation Universität Leipzig.
van Deemen, A. (1991): Coalition Formation and Social Choice. Dissertation, Katholische Universität Nijmegen, Institute for Cognition Research and Information Technology, NICI Technical Report 91-01.
van den Brink, R./van der Laan, G. (1998): Axiomatizations of the Normalized Banzhaf Value and the Shapley Value. Social Choice and Welfare 15, 567-582.
van den Brink, R. (2001): An Axiomatization of the Shapley Value Using a Fairness Property. International Journal of Game Theory 30, 309-319.
van Gellekom, J./Potters, J./Reijnierse, J./Engel. M./Tijs, S. (2000): Chracterization of the Owen Set of Linear Production Processes. Games and Economic Behavior 32, 139-156.
van Heumen, H. (1984): The μ-Value - A Solution Concept for Cooperative Games. Master Thesis, University of Nijmegen 1984 (in niederländisch).
van den Nouweland, A. (2005): Models of Network Formation in Cooperative Games. In: Demange et al. (2005), 58-88.
Vasilev, V. (2006): Cores and Generalized NM-Solutions for Some Classes of Cooperative Games. In: Driessen (2006), 91-150.
Varoufakis, Y. (1991): Rational Conflict. Blackwell, Oxford u.a.
Verhoeven, C. (1982): Techniques in Corporate Manpower Planning – Methods and Applications. Kluwer, Boston u.a.
Vickerstaff, S. (1992): Human Resource Management in Europe. Chapman&Hall. London u.a.
Volberg, K. (1981): Zur Problematik der Flexibilität menschlicher Arbeit. Düsseldorf.
von Hayek, F. (1945): The Use of Knowledge in Society. American Economic Review 35, 519-530.
von Neumann, J. (1928): Zur Theorie der Gesellschaftsspiele. Mathematische Annalen 100, 295-320.
von Neumann, J. (1940): Theory of Games Part I – Analytical Foundations. Von Neumann Papers, Box 23, Library of Congress, Washington D.C., 1940. Auch: Theory of Games I. Manuscript in *Oskar Morgenstern Papers*, Box 51, File *John von Neumann* (1940-1948), Duke University Library, 1940.
von Neumann, J. (1941a): Theory of Games Part II – Decomposition Theory. Von Neumann Papers, Box 23, Library of Congress, Washington D.C., 1941. Auch: Theory of Games II. Manuscript in *Oskar Morgenstern Papers*, Box 51, File *John von Neumann* (1940-1948), Duke University Library, 1941.

von Neumann, J. (1941b): Theory of Games Part III – General Considerations about Solutions. *Von Neumann Papers*, Box 23, Library of Congress, Washington D.C., 1941. Auch: Theory of Games III. Manuscript in *Oskar Morgenstern Papers*, Box 51, File *John von Neumann* (1940-1948), Duke University Library, 1941.
von Neumann, J. (1946): Symmetric Solutions of Some General N Person Games. Unveröffentlichtes Manuskript, Princeton 1946. (Abgedruckt in *Taub, A.H.* (Hg.): John von Neumann – Collected Works. Volume IV: Theory of Games, Astrophsic, Hydrodynamics and Meteorology. Pergamon Press, Oxford u.a.)
von Neumann, J. (1953): A Certain Zero-Sum Two-Person Game is Equivalent to the Optimal Assignment Problem. In: Kuhn et al. (1953), 44-49.
von Neumann, J./Morgenstern, O. (1944): Theory of Games and Economic Behavior. Princeton University Press, Princeton (Nachdruck 2004).
Wachter, M./Wright, R. (1990): The Economics of Internal Labor Markets. Industrial Relations 29, 240-262.
Wächter, H. (1996): Stellungnahme zu den Aufsätzen von Dorothea Alewell und Jürgen Weibler. Die Betriebswirtschaft 56, 863-865.
Wagner, G. (1999) [Hg.]: Unternehmensführung, Ethik und Umwelt. Gabler, Wiesbaden.
Walster, E./Walster, W. (1975): Equity and Social Justice. Journal of Social Issues 31, 21-43.
Walster, E./Walster, W./Berscheid, E. (1977): Equity – Theory and Research. Allyn&Bacon, Boston.
Wang, Y. (1999): The Additivity and Dummy Axioms in the Discrete Cost Sharing Model. Economic Letters 64, 187-192.
Weber, J. (1999): Flexible Arbeitszeiten in der Personalplanung. München u.a. 1999.
Weber, R. (1988): Probabilistic Representations of the Shapley Value Based on Average Relative Payoffs. In: Roth (1988), 101-120.
Weber, W. (1993) [Hg.]: Entgeltsysteme. Schäffer-Poeschel, Stuttgart.
Weber, W./Kabst, R. (2004): Human Resource Mangement – The Need for Theory and Diversity. Management Revue 15, 171-177.
Weibler. J. (1997): Personalwirtschaftslehre auf der Suche nach Identität. Die Betriebswirtschaft 57, 127-131.
Weibler, J./Wald, A. (2004): 10 Jahre personalwirtschaftliche Forschung – Ökonomische Hegemonie und die Krise einer Disziplin. Die Betriebswirtschaft 64, 259-275.
Weintraub, R. (1992) [Hg.]: Toward a History of Game Theory. Duke University Press, Durham u.a.
Weiß, C. (2003): Games with Fuzzy Coalitions - Concepts Based on the Choquet Extension. PhD Thesis, Universität Bielefeld 2003.
Wernerfelt, B. (1984): A Resorce-Based View of the Firm. Strategic Management Journal 5, 171-180.
Wicksell, K. (1913): Vorlesungen über die Nationalökonomie auf Grundlage des Marginalprinzips (Theoretischer Teil, Band 1). Jena (Neudruck 1969).
Wiese, H. (2005): Kooperative Spieltheorie. Oldenbourg, München u.a.
Wieseman, J. (1979): Some Reflections on the Economics of Group Behavior. In: Caroni et al (1979), 365-374.
Wiswede, G. (1998): Soziologie. Moderne Industrie, Landsberg.[3]
Williams, M. (1988): An Empirical Test of Cooperative Solution Concepts. Behavioral Science 33, 224-237.
Williams, K./Karau, S. (1991): Social Loafing and Social Compensation – The Effects of Expectations of Co-Worker Performance. Journal of Personality and Social Psychology 61, 570-581.
Williamson, O. (1975): Markets and Hierarchies – Analysis and Antitrust Implications. Free Press, New York.

Williamson, O. (1984): Efficient Labor Organization. In: Stephen (1984), 97-118.
Williamson, O. (1985): The Economic Institutions of Capitalism. MacMillan, New York u.a.
Willamson, O. (1991): Comparative Economic Organization. In: Ordelheide et al. (1991), 13-49.
Williamson, O./Wachter, M./Harris, J. (1975): Understanding the Employment Relation – An Analysis of Idiosyncratic Exchange. Bell Journal of Economics 6, 250-278.
Willamson, O./Winter, S. (1993) [Hg.]: The Nature of the Firm – Origins, Evolution, and Development. Oxford University Press, Oxford u.a.
Wittmann, W. et. al. (1993) [Hg.]: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft. Stuttgart.[5]
Woratschek, H. (1998) [Hg.]: Perspektiven ökonomischen Denkens – Klassische und neue Ansätze des Managements. Frankfurt am Main.
Worchel, S./Lind, E./Kaufman, K. (1975): Evaluations of Group Products as a Function of Expectations of Group Langevity, Outcome of Competition, and Publicity of Evaluations. Journal of Personality and Social Psychology 31, 1089-1097.
Wunderer, R./Mittmann, J. (1983): 10 Jahre Personalwirtschaftslehre – von Ökonomie nur Spurenelemente. Die Betriebswirtschaft 43, 623-655.
Young, H. (1985): Monotonic Solutions in Cooperative Games. International Journal of Game Theory 14, 65-72.
Young, H. (1988): Individual Contribution and Just Compensation. In: Roth (1988), 267-278.
Zeleny, M. (1976) [Hg.]: Multiple Criteria Decision Making. Springer, Berlin u.a.
Zink, K. (1985) [Hg.]: Personalwirtschaftliche Aspekte neuer Technologie. Berlin.
Zipkin, P. (1980a): Bounds on the Effect of Aggregating Variables in Linear Programms. Operations Research 28, 403-418.
Zipkin, P. (1980b): Bounds for Row-Aggregation in Linear Programming. Operations Research 28, 903-916.
zu Knyphausen, D. (1993): Why are Firms Different? – Der Ressorucenbasierte Ansatz im Mittelpunkt einer aktuellen Kontroverse im Strategischen Management. Die Betriebswirtschaft 53, 771-792.

Zeitschriften / Journals

Download www.Hampp-Verlag.de

Industrielle Beziehungen

Zeitschrift
für Arbeit, Organisation und Management
herausgegeben von
Dorothea Alewell, Berndt Keller,
David Marsden, Walther Müller-Jentsch,
Dieter Sadowski, Jörg Sydow

ISSN 0934-2779,
seit 1994, erscheint jeweils zur Quartalsmitte.
Jahres-Abonnement € 60.-.
Die jährlichen Versandkosten pro Lieferanschrift im Ausland betragen € 12.-. Einzelheft € 19.80.

Zeitschrift für Personalforschung

herausgegeben von
Werner Nienhüser, Hans-Gerd Ridder,
Christian Scholz, Jürgen Weibler

ISSN 0179-6437,
seit 1987, erscheint jeweils zur Quartalsmitte.
Jahres-Abonnement € 60.-.
Die jährlichen Versandkosten pro Lieferanschrift im Ausland betragen € 12.-. Einzelheft € 19.80.

Zeitschrift für Wirtschafts- und Unternehmensethik

herausgegeben von
Thomas Beschorner, Markus Breuer, Alexander Brink, Bettina Hollstein, Olaf J. Schumann

ISSN 1439-880X,
seit 2000, erscheint 3 x im Jahr.
Jahres-Abonnement € 45.-.
Die jährlichen Versandkosten pro Lieferanschrift im Ausland betragen € 9.-. Einzelheft € 19.80.

Journal for East European Management Studies

Editor-in Chief: Rainhart Lang

ISSN 0949-6181, four times a year.
Institutional rate, print + online-access: € 150.-
Privat, only print: € 60.-
For delivery outside Germany an additional € 12.- are added. Single issue: € 19.80.

International Journal of Action Research

Editors: Richard Ennals, *Kingston University,*
Werner Fricke, Editor-in-chief, *Institute for Regional Cooperation,* Øyvind Pålshaugen,
Work Research Institute, Oslo

ISSN 1861-1303, three times a year.
Institutional rate, print + online-access: € 150.-
Privat, only print: € 60.-
For delivery outside Germany an additional € 12.- are added. Single issue: € 24.80.

management revue

The International Review of
Management Studies
Editors-in-chief:
Ruediger Kabst, Wenzel Matiaske

ISSN 0935-9915, four times a year.
Institutional rate, print + online-access: € 150.-
Privat, only print: € 60.-
For delivery outside Germany an additional € 12.- are added. Single issue: € 19.80.

Database Research Pool: www.hampp-verlag.de

Six journals – one search engine: Our new online-archive allows for searching in full-text databases covering six journals:

- **IJAR**, beginning in 2005
- **IndBez**, beginning in 1998
- **JEEMS**, beginning in 1998
- **mrev**, beginning in 2004
- **ZfP**, beginning in 1998
- **zfwu**, beginning in 1998

Free research: Research is free. You have free access to all hits for your search. The hit list shows the relevant articles relevant to your search. In addition, the list references the articles found in detail (journal, volume etc.).

Browse or download articles via GENIOS: If you want to have access to the full-text article, our online-partner GENIOS will raise a fee of € 10.-. If you are registered as a "GENIOS-Professional Customer" you may pay via credit card or invoice.